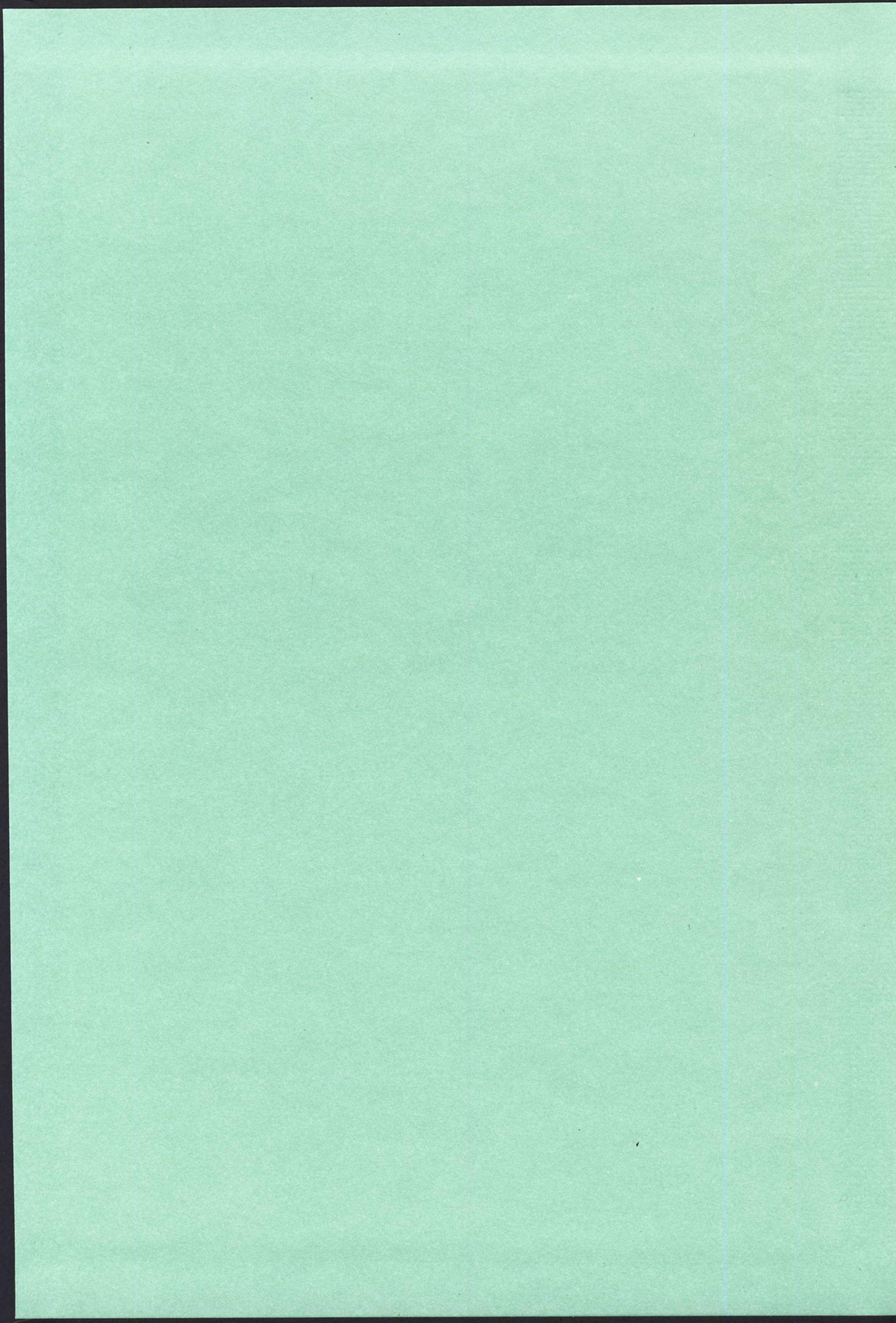


Roger Penrose

# CYKLY ČASU

Nový pozoruhodný pohled na vesmír

argo/dokořán







**ARGO / DOKOŘÁN**



Roger Penrose

# **CYKLY ČASU**

**Nový pozoruhodný pohled na vesmír**

**ARGO / DOKOŘÁN**

Z anglického originálu *Cycles of Time. An Extraordinary New View of the Universe* přeložil Jiří Podolský.

Copyright © 2010 by Sir Roger Penrose  
Translation © Jiří Podolský, 2013

**ISBN 978-80-7363-520-6** (Dokořán)  
**ISBN 978-80-257-0823-1** (Argo)



# OBSAH

Předmluva	7
Poděkování	9
Prolog	11
<b>Část 1. Druhý zákon a jeho hluboká záhada</b>	<b>17</b>
1.1 Neúnavný proud nahodilosti	18
1.2 Entropie jako počítání stavů	22
1.3 Fázový prostor a Boltzmannova definice entropie	29
1.4 Velká robustnost pojmu entropie	37
1.5 Neúprosný růst entropie do budoucna	43
1.6 Proč je minulost jiná?	47
<b>Část 2. Podivně speciální povaha velkého třesku</b>	<b>53</b>
2.1 Náš expandující vesmír	54
2.2 Všudypřítomné reliktní záření	61
2.3 Prostorčas, světelné kužele, metriky, konformní geometrie	72
2.4 Černé díry a prostorčasové singularity	87
2.5 Konformní diagramy a konformní hranice	95
2.6 Čím byl velký třesk speciální	109
<b>Část 3. Konformní cyklická kosmologie</b>	<b>121</b>
3.1 Spojení s nekonečnem	122
3.2 Struktura KCK	130
3.3 Předchozí návrhy, co bylo před velkým třeskem	142

3.4 Vypořádání se s druhým zákonem	150
3.5 KCK a kvantová gravitace	162
3.6 Pozorovatelné důsledky	175
Epilog	188
Dodatek A. Konformní škálování, spinory, Maxwellova a Einsteinova teorie	189
A.1: Notace spinorů: Maxwellovy rovnice	189
A.2: („Schrödingerova“) rovnice pro nehmotná pole	191
A.3: Veličiny popisující křivost prostoročasu	191
A.4: Nehmotné zdroje gravitačního pole	192
A.5: Bianchiho identity	193
A.6: Konformní škálování	193
A.7: Yangova-Millsova pole	194
A.8: Škálování tenzorů energie pro nulovou hmotnost	195
A.9: Konformní škálování Weylova tenzoru	196
Dodatek B. Rovnice na přechodu eónů	197
B.1: Metriky $\hat{g}_{ab}$ , $\mathfrak{g}_{ab}$ a $\check{g}_{ab}$	197
B.2: Rovnice pro $\mathcal{C}^\wedge$	198
B.3: Role fantomového pole	200
B.4: Normála $N$ k $\mathcal{H}$	201
B.5: Plocha horizontu událostí	202
B.6: Hypotéza reciprocity	203
B.7: Dynamika na přechodu $\mathcal{H}$	205
B.8: Konformně invariantní operátor $D_{ab}$	205
B.9: Zajištění kladné hodnoty gravitační konstanty	207
B.10: Odstranění přebytečné volnosti ve volbě metriky $\mathfrak{g}_{ab}$	207
B.11: Hmotný obsah v oblasti $\mathcal{C}^\vee$	211
B.12: Gravitační záření na $\mathcal{H}$	213
Poznámky	216
Rejstřík	231

# PŘEDMLUVA

Jedním z nejhlubších tajemství našeho vesmíru je, z čeho vzešel.

Když jsem počátkem 50. let nastoupil jako student matematiky na univerzitu v Cambridgi, byla na výsluní fascinující kosmologická teorie známá jako model stacionárního vesmíru. Svět podle ní neměl žádný začátek a po celý čas zůstával víceméně stejný a neměnný. Protože se rozpíná, hustota hmoty v něm by měla přirozeně klesat, ale podle modelu stacionárního vesmíru je tento úbytek kompenzován neustálou tvorbou nového materiálu v podobě velmi řídké rozptýleného vodíkového plynu. Můj přítel a cambridgeský učitel, kosmolog Dennis Sciama, od něhož jsem pochytil nadšení pro spoustu krás moderní fyziky, byl v té době přesvědčeným stoupencem stacionární kosmologie. I díky němu mě uchvátila nádhera a síla této pozoruhodné představy o uspořádání světa.

Přesto však teorie stacionárního vesmíru neobstála ve zkoušce času. Deset let poté, co jsem nastoupil na Cambridge a teorii do hloubky pochopil, Arno Penzias a Robert Wilson ke svému vlastnímu překvapení objevili všudypřítomné elektromagnetické záření přicházející ze všech směrů na obloze. Nyní ho nazýváme *reliktní mikrovlnné záření* kosmického pozadí. Robert Dicke vzápětí rozpoznal, že jde o teoreticky již dříve předpověděný „záblesk“ *velkého třesku*, z něhož se před zhruba 14 miliardami let zrodil náš vesmír. Poprvé o něm vážně přemýšlel v roce 1927 monsignore Georges Lemaître v kontextu svých prací o řešení rovnic obecné teorie relativity, kterou v roce 1915 zformuloval Einstein. Lemaître byl motivován tehdy čerstvými astronomickými pozorováními, jež naznačila, že se vesmír rozpíná. Když se fakta o mikrovlnném záření dále upřesnily, Dennis Sciama s velkou dávkou vědecké cti a odvahy veřejně ztratil své předchozí názory a začal plně podporovat myšlenku, že se vesmír zrodil velkým třeskem.

Od té doby kosmologie dospěla. Z pouhé spekulativní kratochvíle vyrostla v exaktní vědu. Podstatnou část této revoluce přineslo právě intenzivní studium reliktního záření opřené o velmi podrobná data z mnoha vynikajících

## PŘEDMLUVA

experimentů. Stále však zůstává spousta záhad, a tak v kosmologii i nadále najdeme řadu spekulací. V této knize popíšu nejen hlavní standardní modely relativistické kosmologie, ale též dosud nejasné představy a nápady. Budu se zabývat především zásadní podivností ukrytou ve druhém zákoně termodynamiky a v povaze velkého třesku. V této souvislosti též předeštru soustavu mých vlastních spekulací, jež spolu prováží řadu pozorovaných aspektů našeho vesmíru.

Počátky mého nového neortodoxního přístupu ke kosmologii se datují do léta roku 2005, ačkoli mnohé podrobnosti jsou novější. Zabíhají do hlubin diferenciální geometrie, ale rozhodl jsem se je neuvádět v hlavním textu. Příslušné rovnice a matematický aparát jsem odsunul do dodatků. Tyto části knihy jsou tedy vyhrazeny odborníkům. Myšlenkové schéma, které zde budu prezentovat, je vskutku neortodoxní, avšak vychází z geometrických a fyzikálních představ, které jsou velmi dobře odůvodněné. Přestože je to zcela odlišný koncept, zřetelně v něm zaznívají ozvěny starého modelu stacionárního vesmíru!

Rád bych věděl, co by si o něm myslel Dennis Sciama.

# PODĚKOVÁNÍ

Jsem hluboce vděčný mnoha přátelům a kolegům za četné komentáře a za to, že mi sdělili své názory na kosmologické schéma, jež tu předkládám. Především si cením hlubokých debat s Paulem Todem ohledně matematické formulace jeho myšlenky konformního rozšíření hypotézy Weylovy křivosti. Tyto debaty na mne měly klíčový vliv. Řada aspektů jeho analýzy byla nezbytná pro detailní rozpracování rovnic konformní cyklické kosmologie, kterou zde prezentuji. Silnou podporu ve svou životaschopnost nachází i díky rigorózní analýze struktury konformního nekonečna v přítomnosti kladné kosmologické konstanty, kterou provedl Helmut Friedrich. Mezi další, o jejichž dlouholetou práci se tu opírám, patří Wolfgang Rindler, který zásadním způsobem přispěl k pochopení kosmologických horizontů. Spolupracovali jsme i na spinorovém formalismu a vedli dlouhé diskuse o inflační kosmologii.

Výrazně mi pomohli Florence Tsou (Sheung Tsun) a Hong-Mo Chan se svými představami o podstatě hmotností částic, důležitý vhled do tohoto problému mi poskytl také James Bjorken. Mezi mnoha jinými, kteří mě ovlivnili, byli David Spergel, Amir Hajian, James Peebles, Mike Eastwood, Ed Spiegel, Abhay Ashtekar, Neil Turok, Pedro Ferreira, Vahe Gurzadyan, Lee Smolin, Paul Steinhardt, Andrew Hodges, Lionel Mason a Ted Newman. Velkou a neocenitelnou redakční podporu mi poskytl Richard Lawrence, stejně jako Thomase Lawrence, jenž doplnil chybějící informace především v první části knihy. Děkuji též Paulu Nashovi za vypracování rejstříku.

Za hlubokou podporu, lásku a pochopení v mnoha složitých situacích nesmírně děkuji své ženě Vanesse. Jsem jí vděčný i za rychlé vyhotovení nezbytných obrázků a za to, že mě dokázala provést složitým a často frustrujícím světem moderních elektronických technologií, nad nímž bych bez její pomoci nedokázal zvítězit. Děkuji též našemu desetiletému synovi Maxovi za neustálé povzbuzování a dobrou náladu i za jeho spoluúčast na mém zvládnutí této matoucí technologie.

## **PODĚKOVÁNÍ**

Děkuji M.C. Escher Company, Holland, za povolení přetisknout obrázek 2.3 a Ústavu teoretické fyziky Univerzity v Heidelbergu za obrázek 2.6. Můj dík patří také NSF za podporu projektu PHY00-90091.

# PROLOG

Tomáš zíral do vířícího proudu vody, který se řítí z horského svahu. Víčka měl přivřená, protože vodní tříšť ho smáčela a kapky píchaly do očí. „Jú,“ zvolal nadšeně a otočil se na tetu Priscillu, profesorku astrofyziky na Cambridgeské univerzitě, která ho vzala sem k nádhernému starému mlýnu, jenž se dochoval v plně funkčním stavu. „Proto ten starý stroj rachotí! Točí se pořád tak rychle?“

„Nemyslím, že by měl vždycky tolik energie,“ odvětila Priscilla, která stála hned vedle něj u zábradlí na břehu. Trochu zvýšila hlas, aby přehlušila hukot valící se vody. „Voda je dneska mnohem divočejší než jindy, protože hodně přšelo. Koukni, že velkou část proudu museli od mlýna dokonce odklonit. Obvykle to nedělají, protože chtějí z jindy klidného toku zužítkovat, co se dá. Teď je v něm ale mnohem víc energie, než kolik mlýn potřebuje.“

Tom několik minut koukal do divoce vířící vody a obdivoval obrazce, které se na ní tvořily, jak vystřikovala do vzduchu a její hladina se neustále proměňovala ve složitě zvládnuté plochy. „Vím, že ve vodě je hodně energie a že už před mnoha staletími byli lidé tak chytrí, že uměli tuhle energii využít k pohonu strojů. Stroje pracovaly místo spousty lidí a vyráběly krásné vlněné látky. Ale kde se vlastně bere energie, co zvedá vodu tak vysoko do hor?“

„Teplo ze Slunce způsobuje, že se voda z oceánů vypařuje a stoupá do vzduchu, odkud potom spadne v podobě deště. Velká část dešťové vody přitom spadne vysoko v horách,“ odpověděla mu teta. „Takže je to vlastně sluneční energie, která pohání tenhle mlýn.“

Její odpověď Toma trochu zmátla. Často ho překvapovalo, co mu teta říkala, a navíc byl k tomu ze své povahy dost skeptický. Teď třeba nechápal, jak by samotné teplo mohlo zdvihnout vodu vysoko do vzduchu. A jestli je kolem tolik tepla, proč mu je teď zima? „Včera bylo docela horko,“ dodala teta. Moc ho to však nepřesvědčilo, protože odvětil: „Včera jsem ale necítil, že by se mě Slunce snažilo zvednout nahoru. Ani o trochu víc než dneska.“

Teta Priscilla se usmála. „Ne, takhle to nefunguje. Jde hlavně o maličké

## PROLOG

molekuly v mořské vodě. To ty získávají energii ze slunečního tepla. Molekuly vody se díky tomu začnou pohybovat rychleji sem a tam a část z těchto ‚horkých‘ molekul má dokonce tak velkou rychlost, že se uvolní z povrchu vodní hladiny a vystřelí do vzduchu. V daném okamžiku je to jenom malé procento molekul, ale oceány jsou tak obrovské, že dohromady se ve vzduchu vznáší spousta vody. Tyhle molekuly vytvářejí mraky a z nich pak vypadávají ve zkondenzované podobě jako déšť. Velká část přitom dopadne vysoko v horách.“

Tomáš ale pořád nebyl spokojený. Alespoň že déšť teď trochu polevil. „Ale mně se nezdá, že by tenhle déšť byl nějak horký.“

„Představ si to tak, že nejdřív se teplo ze Slunce přemění na energii chaotického pohybu molekul vody. Pak si představ, že určitá malá část molekul se pohybuje tak rychle, že uniknou do vzduchu v podobě vodní páry. Pohybová energie těchto molekul se přemění na takzvanou gravitační potenciální energii. Vzpomeň si, co se děje s míčem hozeným přímo nahoru. S čím větší počáteční energií ho vyhodíš, tím výše doletí. Když dosáhne největší výšky, zastaví se. V tom okamžiku se všechna jeho počáteční pohybová energie přeměnila na gravitační potenciální energii odpovídající jeho výšce nad zemí. A s molekulami vody je to úplně stejné. Jejich pohybová energie, kterou získaly ze slunečního tepla, se přemění na gravitační potenciální energii. Když pak v dešti spadnou na horách a potom tečou dolů, potenciální energie se změní zpátky na energii jejich pohybu, a ta se využije k pohonu tohoto mlýna.“

„Takže voda tam nahoře vůbec není horká?“ zeptal se Tomáš.

„Přesně tak, miláčku. Než se molekuly vody dostanou tak vysoko na oblohu, jejich náhodný pohyb se zpomalí a často doslova zamrznou v malých ledových krystalcích. Ty dokonce tvoří většinu mraků. Jejich počáteční energie se tedy přemění spíš do vysoké polohy nad zemí než do jejich tepelného pohybu. Proto není déšť padající vysoko z mraků teplý. Je docela studený, i když už padá dolů, bržděný odporem vzduchu.“

„To je úžasné!“

„Ano, je,“ přitakala teta Priscilla. A povzbuzena chlapcovým zájmem se chopila nadšeně příležitosti, aby dodala více. „Víš, kupodivu i ve studené vodě v téhle říčce je pořád víc *tepelné* energie ukryté v rychlém náhodném pohybu jednotlivých molekul než v pohybové energii proudu vody ženoucí se z kopce dolů!“

„Páni! A tomu mám jako věřit?“



Tom pár minut přemýšlel, protože byl trochu zmaten, ale pak upoután tím, co mu teta Priscilla řekla, nadšeně poznamenal: „Teď jsi mě přivedla na skvělý nápad! Co kdybychom postavili speciální mlýn, který by přímo využíval všechnu energii, která se schovává v pohybech jednotlivých molekul vody, třeba v obyčejném jezeře? Mohl by mít třeba spoustu drobných větrníčků, takových, jako mám doma za oknem a točí se, když do nich fouká vítr. Mají ohnuté lopatky a otáčí se pořád jen jedním směrem. Jen by byly strašně maličké a byly by ve vodě. Pohybující se molekuly vody by je roztáčely a my bychom pak z nich získanou energii použili k pohonu strojů.“

„To je fakt úžasný nápad, drahoušku, ale bohužel by nefungoval! Zne-možňuje to fundamentální fyzikální princip, kterému se říká druhá věta termodynamiky. V podstatě tvrdí, že věci se s časem stávají méně a méně organizovanější. V daném případě to konkrétně znamená, že z *nahodilého a neuspořádaného* pohybu molekul v horkém tělese, i ve studeném, nemůžeme získat užitečnou práci. Obávám se, že navrhuješ, abychom vytvořili ‚Maxwellova čerta‘.“

„To mi nedělej! Víš, že děda mi pořád říká ‚malý čertíku‘, vždycky když přijdu s nějakým skvělým nápadem. Mně se to nelíbí. A ten druhý zákon, to vůbec není pěkný zákon,“ postěžoval si Tom. Pak se v něm znova projevila vrozená nedůvěřivost: „A nejsem si vlastně jist, jestli mu vůbec věřím.“ Načež pokračoval: „Myslím, že stačí jen najít chytrý způsob, jak takovéhle zákony obejít. Říkala jsi, že ohřívání oceánů způsobuje teplo ze Slunce a že na vrcholky hor se dostává přes energii *náhodného* pohybu molekul. Ta pak pohání mlýn.“

„Ano, přesně tak. Takže druhý zákon nám vlastně říká, že sluneční teplo samo o sobě by nemohlo konat užitečnou práci. Aby všechno fungovalo, potřebujeme *také* vyšší vrstvy atmosféry, které jsou chladnější. Jen díky nim můžou vodní páry nad vrcholky hor zkondenzovat. Platí dokonce, že celkově Země od Slunce žádnou dodatečnou energii nedostává.“

Tomáš se na svou tetu překvapeně podíval. „Co s tím má společného chladnější vyšší atmosféra? Znamená ‚chladnější‘, že má míň energie než ‚horká‘? Jak může ‚o něco míň energie‘ pomoci? Vůbec nevím, o čem to mluvíš. A vůbec, myslím, že si sama odporuješ,“ prohlásil Tom sebevědomě. „Nejdříve jsi řekla, že mlýn pohání energie ze Slunce, a teď mi říkáš, že Slunce vůbec žádnou energii Zemi navíc nedodává!“

„Ano, to je pravda. Kdyby Slunce dodávalo Zemi další energii navíc, byla by přece čím dál teplejší a teplejší. Energie, kterou během dne Země od

## PROLOG

Slunce dostane, se zase celá vyzáří pryč do vesmíru, protože noční obloha je chladnější. Vyjma pomalého efektu globálního oteplování, který vzniká tím, že malá část sluneční energie na Zemi přeci jen zůstane a neunikne. Jde o to, že Slunce je velmi žhavá skvrna na jinak chladné a temné obloze...“

Tom už začal ztrácet nit toho, co mu teta říká. Jeho mysl začala bloumat kolem, ale ještě zaslechl „...takže je to zjevně *uspořádanost* sluneční energie, co nám umožňuje držet si druhý zákon termodynamiky od těla“.

Tomáš pohlédl na tetu Priscillu již úplně zmaten. „Tomu teda už vůbec nerozumím,“ prohlásil, „a nevím, proč bych měl tomu ‚druhému zákonu‘ vlastně věřit. A taky, odkud se celé uspořádání ve Slunci vůbec bere? Ten tvůj druhý zákon by měl způsobovat, že se Slunce stává s časem čím dál tím neuspořádanější, takže když vzniklo, muselo být nesmírně uspořádané, protože celou tu dobu jen svou uspořádanost ztrácelo a posílalo pryč. Tvůj ‚druhý zákon‘ nám přeci říká, že jeho uspořádání se pořád jen zmenšuje.“

„Souvisí to s tím, že Slunce je žhavá skvrna na temné obloze. Právě takhle extrémně velká teplotní nerovnováha byla a je zdrojem potřebné uspořádanosti.“

Tom zíral na tetu jen s malým pochopením ve tváři a teď už přestal věřit skoro všemu, co mu sdělovala. „Říkáš, že takhle divně se měří uspořádanost. No, vůbec nechápu, proč by měla. Ale dobrá, budu věřit, že jo. Ale pak jsi mi pořád neřekla, kde se celá takhle legrační forma uspořádanosti vzala.“

„Uspořádanost vznikla tak, že plyn, ze kterého zkondenzovalo Slunce, byl na počátku jen rovnoměrně rozprostřený oblak. Působením gravitační přitažlivosti se plyn shluknul a vznikly z něj hvězdy. Před dávnými časy přesně takhle vzniklo i naše Slunce. Gravitačním působením zkondenzovalo z plynu, jenž na počátku vyplňoval prostor, a při tom se víc a víc zahříval.“

„Říkáš mi pořád další a další věci a cestuješ zpátky v čase. Ale odkud se ta věc, co ji nazýváš ‚uspořádanost‘, ať už tím myslíš cokoli, vzala na *samém začátku*?“

„V konečném důsledku pochází z velkého třesku, z něhož se zrodil celý náš vesmír, z nepředstavitelně mohutné počáteční exploze.“

„Nějaký obrovský a fantastický výbuch, to teda rozhodně nevypadá jako uspořádaná věc. Vůbec tomu nerozumím.“

„A nejsi sám! Patříš do vybrané společnosti mnoha dalších, co to nechápu. *Nikdo* tomu vlastně nerozumí. Je to jedna z největších kosmologických záhad. Zjistit, odkud se vzala počáteční uspořádanost vesmíru a do jaké míry za ni konkrétně zodpovídá velký třesk.“

„Co kdyby před velkým třeskem bylo něco ještě *organizovanějšího*? Tím by se to vysvětlilo.“

„S tímhle nápadem už lidé před nějakou dobou přišli. Existují teorie, podle nichž se náš dnešní expandující vesmír kdysi naopak nacházel ve fázi smršťování. Pak se ale jeho kolaps zastavil a změnil v rozpínání, a právě tehle ‚odraz‘ pozorujeme jako velký třesk. Jsou ale i jiné hypotézy, podle kterých se malé oblasti předchozí fáze existence vesmíru gravitačně zhroutily do takzvaných černých děr, tyto oblasti se ‚odrazily‘ a staly se z nich zárodky spousty nových a nezávislých vesmírů. A někteří mají ještě další nápady, třeba že nové vesmíry raší z ‚falešných vakuí‘...“

„To všechno teda zní pěkně bláznivě,“ přerušil ji Tomáš.

„Jo, a pak je tu ještě teorie, o které jsem se nedávno dozvěděla...“



# ČÁST 1

## Druhý zákon a jeho hluboká záhada

- 1.1 Neúnavný proud nahodilosti
- 1.2 Entropie jako počítání stavů
- 1.3 Fázový prostor a Boltzmannova definice entropie
- 1.4 Velká robustnost pojmu entropie
- 1.5 Neúprosný růst entropie do budoucna
- 1.6 Proč je minulost jiná?

# 1. DRUHÝ ZÁKON A JEHO HLUBOKÁ ZÁHADA

## 1.1 NEÚNAVNÝ PROUD NAHODILOSTI

Co to vlastně je druhý zákon termodynamiky? Proč hraje klíčovou roli v chování fyzikálních systémů? A proč v něm spatřujeme hlubokou záhadu? V následujících kapitolách knihy se pokusíme porozumět zvláštní povaze této záhady i tomu, proč je nutné jít do značné hloubky, abychom ji vyřešili. Zavede nás do zatím neprobádaných oblastí kosmologie i k otázkám, které dle mého soudu dokážeme zodpovědět pouze tak, že přijmeme radikálně nový pohled na historii celého našeho vesmíru. Tím se však budeme zabývat až později. Pro tuto chvíli se omezíme jenom na pochopení pojmů obsažených v tomto všeplatném zákoně.

Pod pojmem „fyzikální zákon“ obvykle rozumíme jisté tvrzení či rovnici, jež dává do souvislosti různé pozorovatelné veličiny. Například Newtonův druhý pohybový zákon říká, že časová změna hybnosti částice (hybnost je její hmotnost krát rychlost) je rovna celkové síle, která na ni působí. Anebo zákon zachování energie, podle něhož je celková energie izolovaného systému v určitém okamžiku rovna jeho celkové energii v kterémkoli jiném okamžiku. Podobně platí také zákony zachování elektrického náboje, hybnosti či momentu hybnosti. Einsteinův slavný zákon  $E = mc^2$  říká, že energie systému je vždy rovna jeho hmotnosti přenásobené druhou mocninou rychlosti světla. Anebo třetí Newtonův pohybový zákon, podle něhož síla, jakou těleso A působí na těleso B, je v kterémkoli okamžiku vždy, co do velikosti, rovna síle, jakou B působí na A, jen je opačně orientovaná. A stejné to je i se spoustou dalších fyzikálních zákonů.

Všechno jsou to *rovnosti*. Totéž platí i pro takzvaný *první* zákon termodynamiky, což není vlastně nic jiného než zmíněný zákon zachování energie, nyní však formulovaný v kontextu termodynamiky. Slovo „termodynamika“ používáme proto, že do úvahy nyní bereme i energii *tepelného pohybu*, neboli uvažujeme také náhodné pohyby jednotlivých částic, z nichž se systém skládá. Právě taková energie definuje *tepelnou* energii systému. *Teplotu* systému pak definujeme jako tuto energii přepočtenou na jeden stupeň volnosti (k tomu se ještě vrátíme). Když například odpor vzduchu brzdí letící projektil, není zákon zachování celkové energie (ve smyslu prvního zákona termodynamiky) narušen i přesto, že projektil postupně ztrácí svou kinetickou energii proto, že se zmenšuje jeho rychlost. Jednotlivé molekuly vzduchu a také projektilu se totiž současně stávají energetičtějšími, mají stále větší náhodné pohyby zásluhou *tepla* vznikajícího třením.

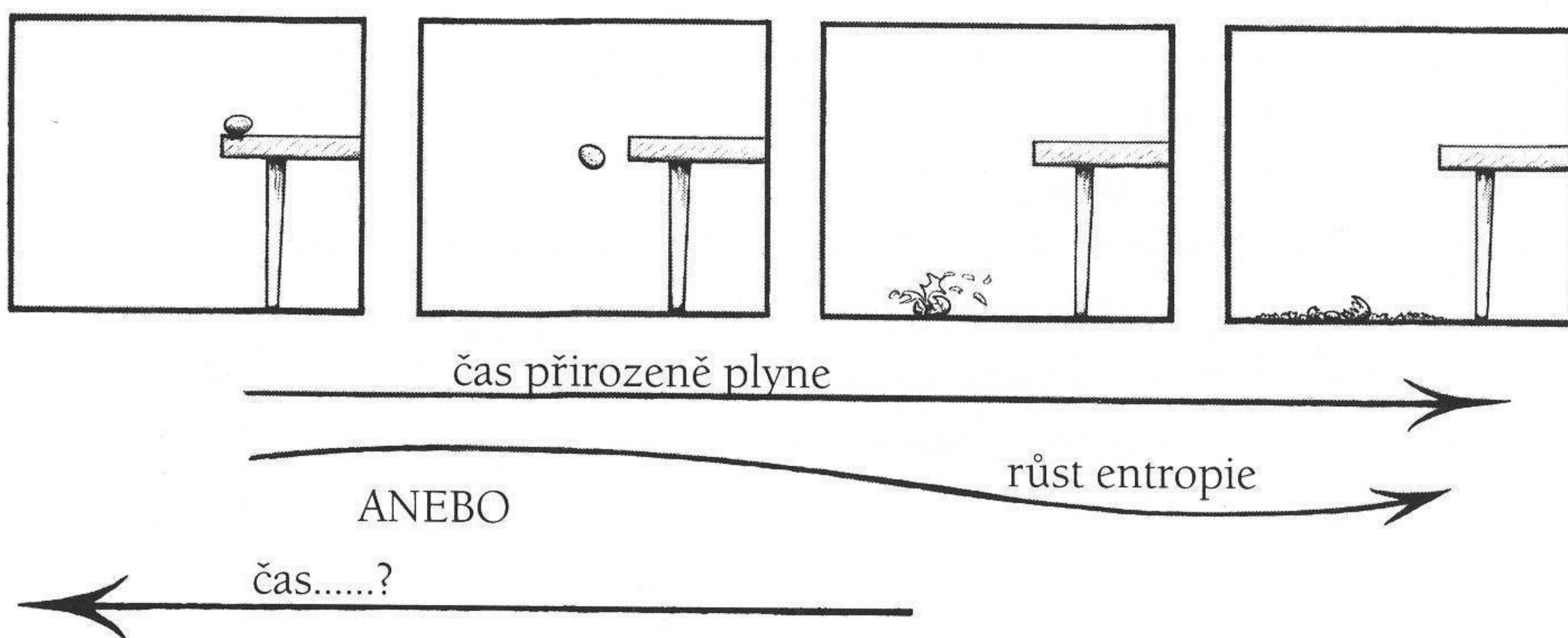
## 1.1 NEÚNAVNÝ PROUD NAHODILOSTI

Naproti tomu *druhý* zákon termodynamiky není rovnost, ale *nerovnost*. Tvrdí prostě, že jistá veličina zvaná *entropie* izolovaného systému, což je míra jeho neuspořádanosti či „náhodnosti“, s časem *narůstá* (anebo alespoň neklesá). Zní to jako dost obecné a vágní tvrzení a zjevně se v definici entropie obecného systému může skrývat i prvek subjektivity. Ve většině formulací druhého zákona termodynamiky navíc musíme připustit, že tu a tam může výjimečně entropie v důsledku náhodných fluktuací (na chvíli) *klesat*, i přes všeobecný trend k jejímu globálnímu růstu.

Ale i přes tuto svou vrozenou neurčitost je druhý zákon (jak mu budu od tohoto okamžiku zkráceně říkat) natolik všeobecný, že se uplatňuje ve spoustě systémech ovládaných různými dynamickými pravidly. Platí například stejně dobře v teorii relativity jako v klasické Newtonově teorii, anebo pro spojitá pole Maxwellovy elektromagnetické teorie (jak ukážeme v kapitolách 2.6, 3.1 a 3.2 a explicitně v dodatku A.1) či v teoriích uvažujících pouze diskrétní částice. Funguje dokonce i v ryze spekulativních dynamických teoriích, o nichž nelze předpokládat, že by popisovaly náš skutečný svět. Největší význam ale má, když ho aplikujeme na realistická dynamická schémata, například na newtonovskou mechaniku určující reverzibilní *deterministický* vývoj. Přestože je mechanika *reverzibilní v čase*, tedy pro určitý vývoj do budoucnosti dostaneme pouhým převrácením časové souřadnice možný vývoj směrem do minulosti, druhý zákon o jednosměrném narůstání entropie přesto platí.

Abychom záležitost názorně objasnili, představme si film zachycující nějaký reálný děj, který je plně v souladu s Newtonovými dynamickými zákony, jež jsou časově reverzibilní. Když potom pustíme film pozpátku, bude proces, který uvidíme, také plně v souladu s těmito dynamickými zákony. To může čtenáře a diváka překvapit. Třeba film, na kterém je zachyceno vajíčko, jež se kutálí po stole, potom padá k zemi a nakonec se na podlaze rozkřápe, zobrazuje přípustný a dobře známý děj. Ale stejný film puštěný pozpátku v čase, kdy nejprve vidíme zbytky rozkřáplého vajíčka na podlaze, ze kterého se zázrakem poskládá neporušené vajíčko (všechny kousky skořápky se uspořádají do neporušeného vejčitého tvaru, do něhož se přitom pěkně naskládá rozpláclý bílek a uvnitř něj žloutek), jež potom vyskočí nahoru na stůl, to je proces, který v reálném světě určitě nikdo z nás neviděl (obrázek 1.1). A přesto je newtonovská dynamika každé individuální částice, která je dle druhého pohybového zákona dána zrychlením vyvolaným výslednicí

## 1. DRUHÝ ZÁKON A JEHO HLUBOKÁ ZÁHADA



**Obr. 1.1** Vajíčko kutálející se po stole, jež pak padá dolů na podlahu a tam se rozbíjí v souladu se zákony pohybu, které jsou časově reverzibilní.

působících sil a případnými elastickými srážkami, v čase plně reverzibilní. To samé platí dokonce i v moderní fyzice, která do přesnějšího popisu zahrnuje relativistické a kvantové efekty. Prozatím se zde vyhneme podrobným úvahám, jež se týkají fyziky černých děr v kontextu obecné relativity, i některým aspektům kvantové mechaniky. Ty budou důležité později a vrátíme se k nim především v kapitole 3.4. Pro tuto chvíli nám plně postačuje klasický newtonovský obraz světa.

Musíme si uvědomit, že děje ve filmu, který běží *jak vpřed, tak i pozpátku*, jsou oba zcela konzistentní s Newtonovými pohybovými zákony. Ale proces, kdy se rozbité vajíčko samo od sebe uspořádá, je v rozporu s druhým zákonem termodynamiky. Je vysoce nepravděpodobné, že bychom něco takového kdy spatřili v reálném světě, takže tento proces můžeme z praktického hlediska úplně ignorovat. Druhý zákon nám, zhruba řečeno, vlastně říká, že v průběhu času se vše stává „čím dál neuspořádanější“. Nastavíme-li systém do jistého počátečního stavu a pak ho necháme samovolně vyvíjet do budoucnosti, bude mít tendenci přejít do stavu, který vypadá náhodnější a méně uspořádaný. Správně bychom neměli říkat, že se do méně uspořádaného stavu nutně vyvine, ale že se do tohoto stavu vyvine s *velmi vysokou mírou pravděpodobnosti*. Z praxe dobře víme, že se musíme smířit s tím, že věci se stávají čím dál nahodilejšími. Není to absolutně vždy, jen se tak děje s vysokou mírou pravděpodobnosti.

S velkou dávkou jistoty určitě můžeme tvrdit, že budeme pozorovat jen růst entropie, tedy nárůst nahodilosti a neuspořádanosti. Takto vyslovený



druhý zákon zní jako beznadějně konstatování, že všechno ve světě se stává méně organizované. Není v tom ale žádné mystické tajemství či záhada, jak by snad mohl naznačovat mnou zvolený název této části knihy. Jde pouze a výhradně o konstatování, jakou přirozenou tendenci mají procesy, jsou-li věci ve vesmíru ponechány samy o sobě. Druhý zákon jen vyjadřuje nevyhnutelný a poněkud deprimující rys celé naší existence. Z této perspektivy patří druhý zákon termodynamiky k tomu nejpřirozenějšímu, co kolem sebe pozorujeme, a odráží se v něm mnohé z naší každodenní zkušenosti.

Někomu by se mohlo zdát, že vznik složitého a sofistikovaného života na naší Zemi je v příkrém rozporu s diktátem druhého zákona, jenž přikazuje, aby neuspořádanost stále narůstala. Později (konkrétně v kapitole 2.2) objasním, že v tom ve skutečnosti žádný rozpor není. Pokud je mi známo, biologie je v plném souladu s požadavkem druhého zákona, aby celková entropie izolovaného systému narůstala. Záhada, kterou naznačuje název této části knihy, se týká *fyziky* a nacházíme ji na úplně odlišné rozměrové škále. Přestože bychom mohli najít určité souvislosti s překvapující organizovaností života, kterou zkoumá biologie, máme dobré důvody se domnívat, že biologická složitost není s druhým zákonem neslučitelná.

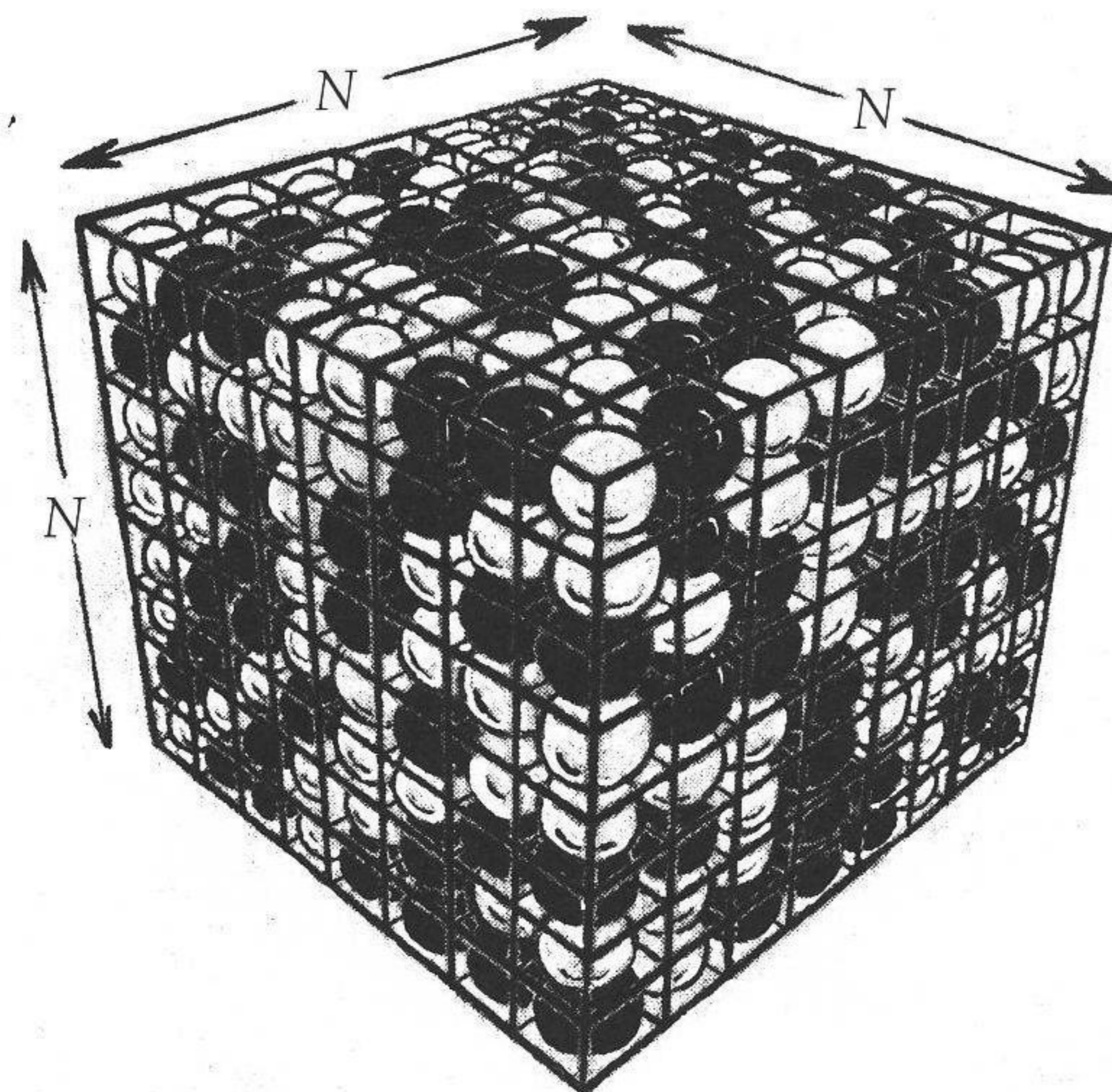
Je také nutno zcela otevřeně říci, jaký je statut druhého zákona termodynamiky v kontextu fyziky: jedná se o zcela nezávislý princip, který musíme *přidat* k dynamickým zákonům (například Newtonovým pohybovým zákonům). Nelze ho z nich logicky *odvodit*. Konkrétní *definice* entropie systému je přitom *v kterémkoli okamžiku* symetrická vzhledem ke směru toku času (ve zmíněném filmu zachycujícím padající vajíčko je definice entropie v každém okamžiku nezávislá na tom, kterým směrem film právě pouštíme). Jsou-li dynamické zákony časově symetrické (což je jistě případ Newtonových zákonů) a entropie systému není konstantní (což je zjevně případ rozbíjení vajíčka), je zřejmé, že druhý zákon nelze ze zákonů dynamiky logicky odvodit. Kdyby totiž entropie v jisté situaci narůstala (rozbíjení vejce), a to zcela v souladu s druhým zákonem, pak by při časově obráceném ději naopak musela *klesat* (zázračné sebesestavení vajíčka), což by naopak bylo s druhým zákonem v jasném rozporu. Protože však jsou oba mechanické procesy plně konzistentní s (Newtonovou) dynamikou, plyne odtud, že druhý zákon prostě není *důsledkem* zákonů dynamiky.

# 1. DRUHÝ ZÁKON A JEHO HLUBOKÁ ZÁHADA

## 1.2 ENTROPIE JAKO POČÍTÁNÍ STAVŮ

Jakým konkrétním způsobem však fyzikální pojem „entropie“ kvantifikuje „neuspořádanost“ vystupující ve druhém zákoně? Co přesně je tak vysoce nepravděpodobné na sebesestavení vajíčka, díky čemuž lze takovýto děj ignorovat coby vysoce nepravděpodobný? Rád bych zde nyní explicitně definoval, co je entropie. To nám pomůže lépe pochopit skutečný obsah tvrzení druhého zákona. Bude užitečné zabývat se zprvu systémem, který je mnohem jednodušší než vajíčko. Druhý zákon nám například říká, že nalijeme-li do nádoby trochu červené barvy a pak do stejné nádoby přilijeme podobné množství barvy modré a všechno důkladně zamícháme, výsledkem bude, že červené a modré části ztratí svoji individualitu a zakrátko bude mít celý obsah nádoby uniformní fialovou barvu. Přestože individuální submikroskopické fyzikální procesy míchání jsou časově reverzibilní, žádným dalším mícháním se nám už nemůže podařit z fialové nazpátek oddělit dvě oblasti původních čistých barev. Fialová barva by se po jisté době z červené a modré dokonce vytvořila sama i bez míchání, zejména kdybychom nádobu trochu zahřáli. Míchání je nicméně daleko efektivnější proces. V řeči entropie můžeme vše vyjádřit tak, že výchozí stav, ve kterém existovaly dvě oddělené oblasti červené a modré barvy, měl relativně malou entropii, zatímco stav, kdy je nádoba vyplněna jen fialovou barvou, má entropii mnohem větší. Míchání je tedy konkrétní realizací procesu, jak druhý zákon termodynamiky funguje.

Budme však nyní přesnější a zavedme pojem entropie exaktně. Co tedy je entropie systému? Ve své podstatě je to docela jednoduchý koncept, přestože k jeho pochopení bylo zapotřebí provést několik netriviálních myšlenkových úvah, za něž vděčíme především velkému rakouskému fyzikovi Ludwigu Boltzmannovi. Jde vlastně o prosté počítání všech různých možností. Pro jednoduchost si ještě více zidealizujeme naši nádobu s barvami. Budeme předpokládat, že existuje jen konečné (i když obrovské) množství různých poloh, ve kterých se mohou jednotlivé molekuly červené anebo modré barvy nacházet. Představme si pro ilustraci, že tyto molekuly jsou reprezentovány buď červenými kuličkami, nebo modrými kuličkami. Ty se mohou vyskytovat jenom v diskrétních (nikoli spojitých) polohách, konkrétně uvnitř malých myšlených krychliček, jež tvoří pravidelnou trojrozměrnou mřížku v objemu nádoby. Těchto krychliček je celkem  $N^3$ , tedy  $N \times N \times N$ , protože nádoba je v každém svém rozměru rozdělena na  $N$  částí (viz obrázek 1.2). Předpokládám, že v každé malé krychličce se nachází právě jedna kulička, buď červená, nebo modrá (na černobílém obrázku je znázorňuji bílou a černou).



**Obr. 1.2** Krabice ve tvaru krychle rozdělená na  $N \times N \times N$  elementárních krychliček, z nichž každá obsahuje buď červenou, nebo modrou kuličku.

Abychom určili výslednou barvu v jisté oblasti nádoby, musíme vystředit relativní hustotu obou barev, tedy poměr počtu červených kuliček k počtu modrých kuliček v okolí místa, které nás zajímá. Omezíme se proto na středně velkou krychli, která je sice mnohem menší než celá nádoba, ale současně je mnohem větší než rozměr jednotlivých krychliček. Budu předpokládat, že tato krychle obsahuje velký počet elementárních krychliček a dohromady tvoří pravidelnou „hrubší“ mříž, která vyplňuje objem celé nádoby (viz obrázek 1.3). Nechť je strana každé takové krychle  $n$ krát větší než rozměr elementárních krychliček. V každé větší krychli je tedy  $n \times n \times n = n^3$  krychliček, kde  $n$  je docela velké, ale stále mnohem menší než  $N$ :

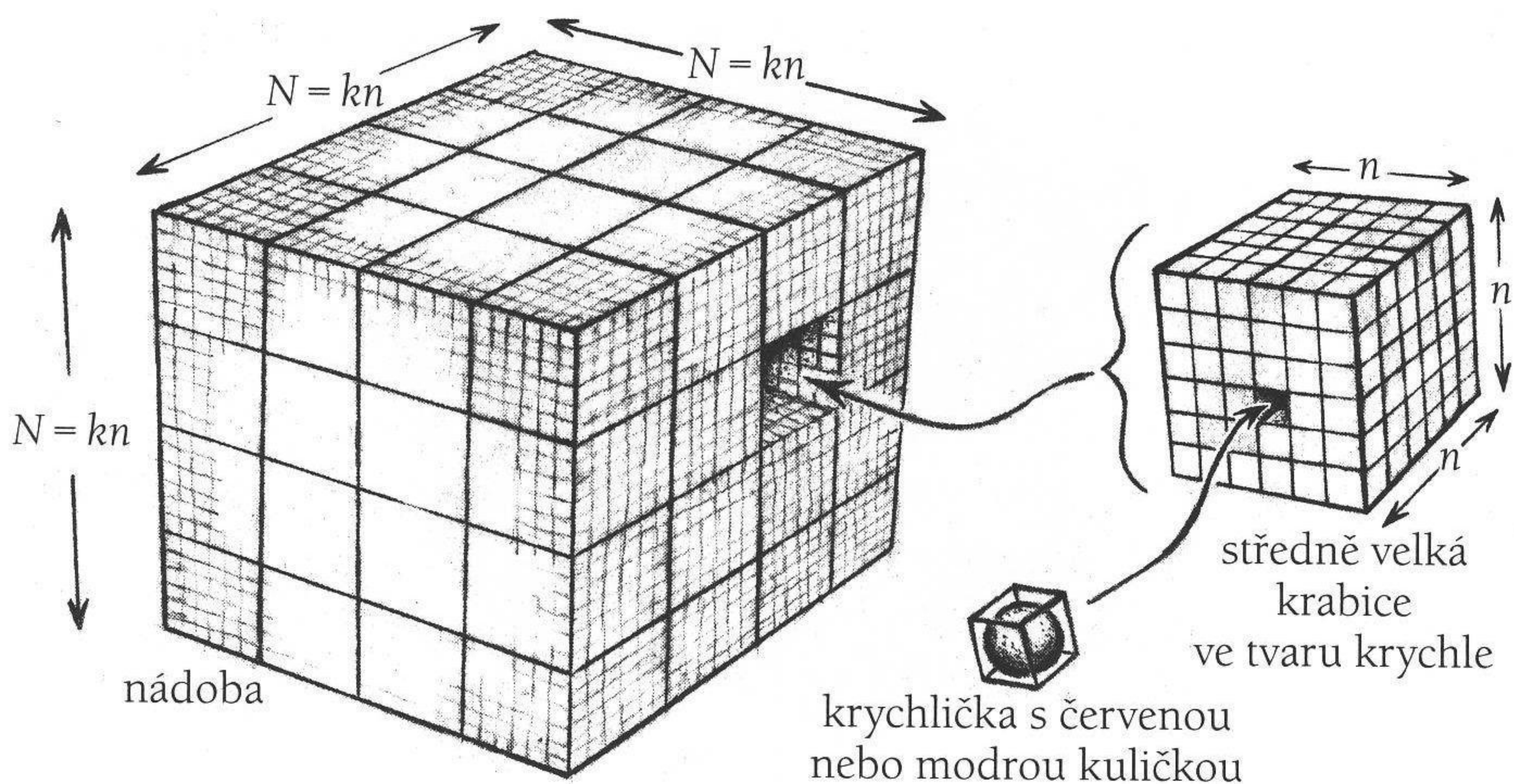
$$N \gg n \gg 1.$$

Aby se nám lépe počítalo, předpokládejme, že  $N$  je celočíselným násobkem  $n$ , tedy

$$N = kn,$$

kde  $k$  je přirozené číslo určující, kolik krabic ve tvaru krychle utváří jeden prostorový rozměr celé nádoby. Těchto středně velkých krabic je celkem  $k \times k \times k = k^3$ .

## 1. DRUHÝ ZÁKON A JEHO HLUBOKÁ ZÁHADA



**Obr. 1.3** Malé krychličky jsou uspořádány do  $k^3$  krabic, z nichž každá jich obsahuje  $n \times n \times n$ .

Smyslem celé konstrukce je použít nyní těchto středně velkých krabic ke stanovení průměrné *barvy* v kterémkoli místě nádoby. Konkrétní barevný odstín je dán vystředováním elementárních barev červených a modrých kuliček v každé krabici, tedy určením jejich relativního zastoupení. Jestliže  $\check{c}$  je počet červených kuliček v krabici a  $m$  je počet modrých kuliček ve stejné krabici (přičemž  $\check{c} + m = n^3$ ), pak výsledná barva v daném místě nádoby je definována jako podíl  $\check{c}$  ku  $m$ . Barva je tedy červenější, když je  $\check{c}/m$  větší než 1, a naopak bude více modrá, pokud je  $\check{c}/m$  menší než 1.

Předpokládejme, že směs červené a modré barvy v nádobě se nám jeví jako fialová, jestliže každá z krychlí o velikosti  $n \times n \times n$  elementárních krychliček má podíl  $\check{c}/m$  mezi 0,999 a 1,001 (tedy hodnoty  $\check{c}$  a  $m$  jsou stejné s přesností jedné desetiny procenta). Na první pohled by se nám to mohlo zdát jako příliš silný požadavek (zejména když ho chceme uplatnit na každou ze středně velkých krychlí velikosti  $n \times n \times n$ ). Je-li však číslo  $n$  opravdu hodně velké, zjišťujeme, že převážná většina všech myslitelných uspořádání červených a modrých kuliček tuto podmínku *splňuje*! Uvažujeme-li reálné molekuly barvy v nádobě, pak je toto číslo vskutku obrovské. V obyčejné plechovce barvy je zhruba  $10^{24}$  molekul, takže je rozumné vzít číslo  $N = 10^8$ . Předpokládáme-li dále, že barva na digitálně pořízeném snímku se nám bude jevit homogenní i při použití rozlišení 0,1 mm, pak je stále ještě rozumné v našem modelu zvolit  $k = 10^3$ . Odtud (tedy pro hodnoty  $N = 10^8$  a  $k = 10^3$ , tudíž

## 1.2 ENTROPIE JAKO POČÍTÁNÍ STAVŮ

$n = 10^5$ ) můžeme spočítat, že existuje řádově  $10^{23\,570\,000\,000\,000\,000\,000\,000\,000}$  různých uspořádání celého souboru  $\frac{1}{2}N^3$  červených kuliček a  $\frac{1}{2}N^3$  modrých kuliček, které se nám budou všechny jevit jako fialové v celé nádobě. Existuje naopak jen  $10^{46\,500\,000\,000\,000}$  různých uspořádání, která dávají výchozí situaci, kdy jsou všechny modré kuličky nahoře a všechny červené kuličky dole. Jsou-li tedy kuličky rozloženy zcela náhodným způsobem, je pravděpodobnost uniformní fialové barvy v celém objemu nádoby rovna téměř jistotě, zatímco pravděpodobnost nalezení všech modrých kuliček nahoře a červených dole je pouze  $10^{-23\,570\,000\,000\,000\,000\,000\,000\,000}$  (a toto nepatrné číslo se příliš nezmění, když připustíme, že namísto „všech“ modrých kuliček jich na počátku bylo nahoře jen třeba 99,9 %).

Entropii bychom si tudíž měli představovat jako míru zmíněných pravděpodobností, či spíše míru počtu různých uspořádání, které se nám „navenek budou jevit stejně“. Ale přímo použít tato obrovská čísla by bylo nepraktické, neboť mezi nimi existují ohromné rozdíly. Naštěstí je z teoretického hlediska užitečné a navíc plně odůvodněné vzít jejich (přirozené) *logaritmy*. Právě tím dostaneme vhodnou míru entropie. Pro čtenáře, kteří s logaritmy (a zejména s „přirozenými“ logaritmy) nejsou dobře obeznámeni, je dobré připomenout, jak se pracuje s logaritmy o základu 10, jež označujeme zkratkou „log“ (na rozdíl od přirozených logaritmů, jež budu označovat symbolem „ln“). Abychom pochopili, co je funkce log, musíme si nejprve zapamatovat, že

$$\log 1 = 0, \log 10 = 1, \log 100 = 2, \log 1\,000 = 3, \log 10\,000 = 4, \quad \text{atd.}$$

To znamená, že log libovolné přirozené mocniny čísla 10 je prostě jen počet nul daného čísla. Jestliže (kladné) číslo není přesně mocninou 10, můžeme definici zobecnit tak, že onu část jeho logaritmu, jež stojí před desetinnou čárkou, získáme spočítáním počtu jeho cifer a pak odečteme 1, tedy

$$\begin{aligned}\log 2 &= 0,301\,029\,995\,66\dots, \\ \log 53 &= 1,724\,275\,869\,60\dots, \\ \log 9\,140 &= 3,960\,946\,195\,73\dots\end{aligned}$$

a tak dále (celočíslnou část logaritmu, jež stojí před desetinnou čárkou, jsme zde vyznačili tučně). V každém případě je tučně vysázené číslo vždy o jedničku menší než počet cifer přirozeného čísla, jehož logaritmus určujeme. Nejdůležitější vlastností funkce log je, že *převádí násobení na sčítání*, tedy:

$$\log(ab) = \log a + \log b.$$

## 1. DRUHÝ ZÁKON A JEHO HLUBOKÁ ZÁHADA

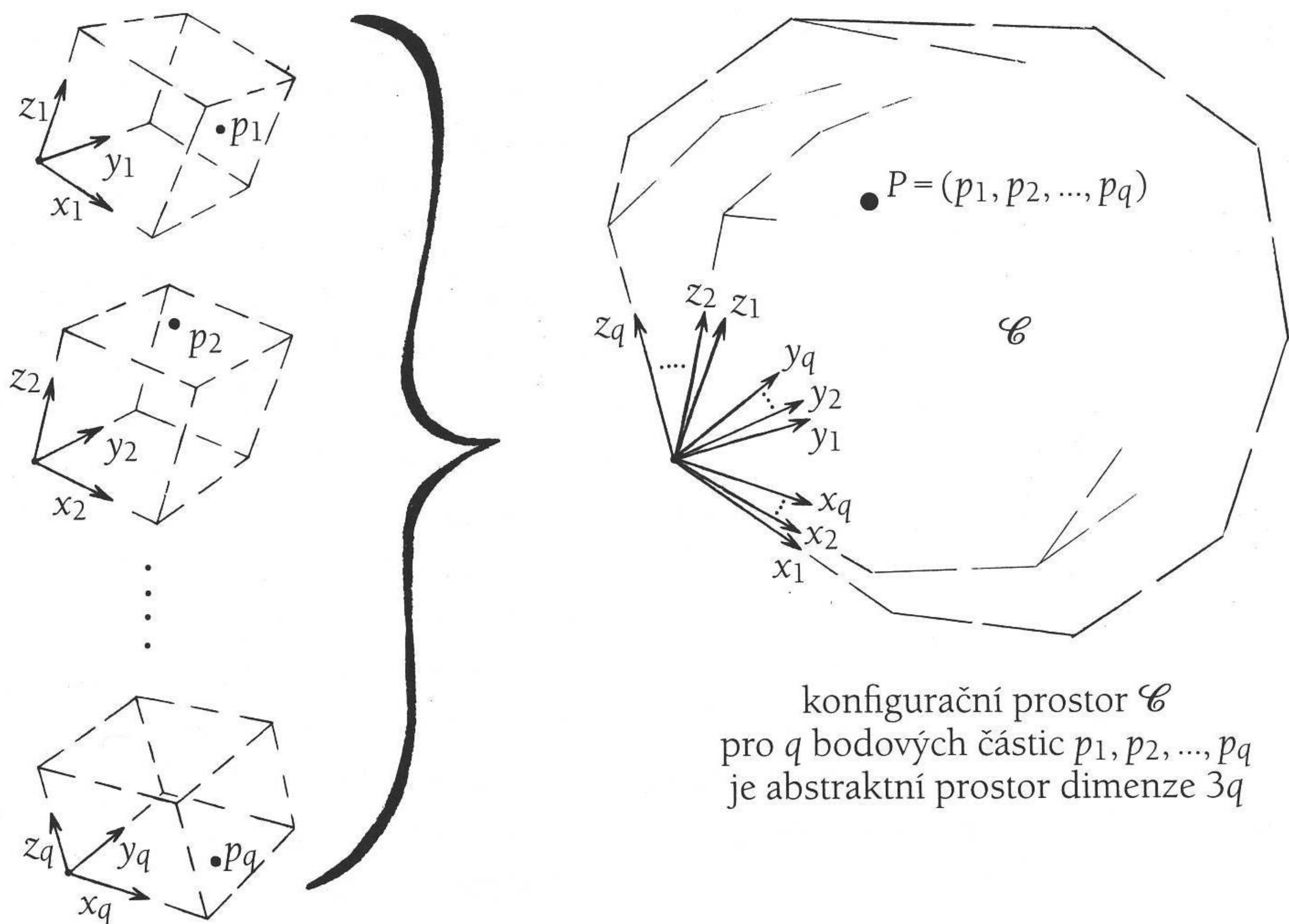
(To je naprosto zřejmé v případech, kdy jsou  $a$  i  $b$  mocninami čísla 10, protože násobení čísel  $a = 10^A$  a  $b = 10^B$  dává číslo  $ab = 10^{A+B}$ .)

Výhodnost použití logaritmu k definici pojmu entropie plyne právě z tohoto vztahu. Chceme totiž, aby entropie systému složeného ze dvou oddělených částí byla prostým *součtem* entropií těchto jeho individuálních částí. V tomto smyslu říkáme, že entropie je *aditivní* veličina. Opravdu, může-li se první složka realizovat  $P$  různými způsoby a druhá složka  $Q$  různými způsoby, pak z nich složený systém lze realizovat přesně  $PQ$  různými způsoby (každému z  $P$  uspořádání první složky totiž přísluší  $Q$  možných uspořádání druhé složky). Jestliže tedy entropii určitého stavu systému definujeme jako číslo přímo úměrné *logaritmu* všech možných různých způsobů, jimiž lze daný stav realizovat, bude požadovaná vlastnost aditivity splněna.

Zatím jsem ale ještě podrobně nevysvětlil, co vlastně je „počet způsobů, jimiž lze daný stav systému realizovat“. Předně, modelujeme-li polohy molekul (například v nádobě s barvou), nepokládáme obvykle ze příliš realistické, že by se mohly nacházet v nějakých diskrétních buňkách. Podle Newtonovy teorie se každá molekula může v principu nacházet na nekonečně mnoha různých místech, nejen v konečném počtu buněk. Nadto může mít každá konkrétní molekula asymetrický tvar, a tudíž zaujímat v prostoru i různé směry. Může být také obdařena jinými druhy vnitřních stupňů volnosti, jako jsou třeba deformace jejího tvaru, jež je také nutné vzít v úvahu. Každá taková orientace či deformace zvyšuje počet rozličných konfigurací systému a je třeba je započítat. Tím se dostáváme k pojmu *konfiguračního* prostoru systému, který nyní zavedu.

Pro systém s  $d$  stupni volnosti má příslušný konfigurační prostor  $d$  dimenzí. Skládá-li se například systém z  $q$  bodových částic  $p_1, p_2, \dots, p_q$  (jež pro jednoduchost nemají žádné vnitřní stupně volnosti), pak jejich konfigurační prostor má  $3q$  dimenzí. To proto, že k popisu polohy každé částice potřebujeme právě tři reálné souřadnice. Celkem tedy máme  $3q$  souřadnic, jež odpovídají jedinému bodu  $P$  v konfiguračním prostoru. Tento jediný bod naráz a jednoznačně určuje polohy všech částic  $p_1, p_2, \dots, p_q$  (viz obrázek 1.4). Ve složitějších situacích, kdy jsou přítomny také vnitřní stupně volnosti, potřebujeme více souřadnic konfiguračního prostoru, ale princip zůstává stejný. Pochopitelně nepředpokládám, že by si čtenář dokázal tento mnoharozměrný formální prostor názorně „představit“. Naštěstí to ale není vůbec nutné. Zcela postačuje nakreslit si dvourozměrný schematický obrázek (nějakou oblast nakreslenou na obyčejném listu papíru) anebo trojrozměrný

## 1.2 ENTROPIE JAKO POČÍTÁNÍ STAVŮ



**Obr. 1.4** Konfigurační prostor  $\mathcal{C}$  pro  $q$  bodových částic  $p_1, p_2, \dots, p_q$  je abstraktní prostor dimenze  $3q$ .

objem, máme-li stále na paměti, že takovéto ilustrace mají svá omezení. A pochopitelně si musíme být stále vědomi, že konfigurační prostory jsou abstraktní, ryze matematickou pomůckou. Nesmíme je zaměňovat se skutečným třírozměrným fyzikálním prostorem ani se čtyřrozměrným fyzikálním prostoročasem.

A je tu ještě další okolnost, jež si žádá vysvětlení, když zavádíme pojem entropie. Jde o to, co přesně počítáme. V našem modelu s konečným počtem červených a modrých kuliček existuje jen konečný počet jejich odlišných uspořádání. Nyní ale máme nekonečný počet možných uspořádání, protože poloha každé částice je určena spojitými reálnými parametry. To od nás vyžaduje zavést takzvané *objemové elementy* ve vícerozměrném konfiguračním prostoru, jež budou vhodnou mírou velikosti buněk. Už nevystačíme s pouhým počítáním diskrétních stavů.

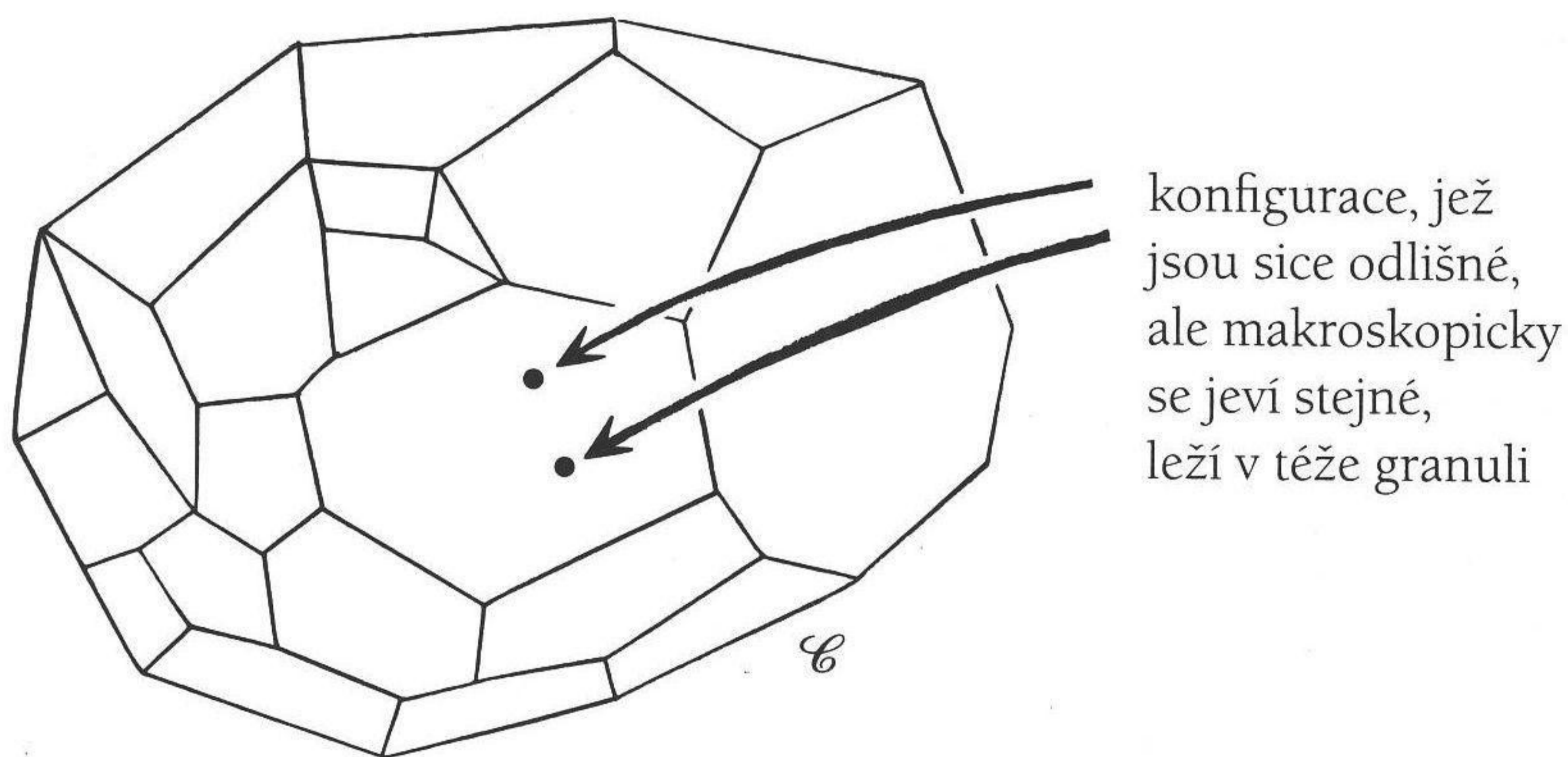
Abychom získali představu, co je to „objem“ ve vícerozměrném prostoru, je vhodné si nejprve připomenout situace s malým počtem dimenzí. Například

## 1. DRUHÝ ZÁKON A JEHO HLUBOKÁ ZÁHADA

„mírou objemu“ oblasti na zakřiveném dvourozměrném povrchu je prostě velikost její *plochy*. V případě jednorozměrného prostoru se jedná o *délku* určitého úseku křivky. V  $n$ -rozměrném konfiguračním prostoru máme na mysli  $n$ -rozměrné zobecnění objemu určité oblasti běžného třírozměrného prostoru.

Jaké *konkrétní* oblasti konfiguračního prostoru ale při definování pojmu entropie vybereme, abychom pak změřili jejich objemy? V podstatě jde o oblasti zahrnující soubor všech stavů, které se nám „jeví stejné“ jako stav, jež právě uvažujeme. Samozřejmě, fráze „jevit se stejně“ je hodně vágní. Přesněji tím myslíme to, že máme k dispozici nějaký přirozený a pro dané účely dostatečný soubor *makroskopických parametrů* určujících například rozložení hustoty, barvu nebo chemické složení, přičemž se nijak nezajímáme o podrobnosti, jako třeba o přesnou polohu každého atomu tvořícího systém. Takovéto rozdělení konfiguračního prostoru  $\mathcal{C}$  na oblasti, které ve výše uvedeném smyslu „vypadají stejně“, se nazývá „granulace“  $\mathcal{C}$  (anglicky „coarse-graining“). Každá „granule“ určité „hrubosti“ se tedy skládá z bodů, jež reprezentují stavy, které od sebe nedokážeme navzájem odlišit naším makroskopickým měřením, viz obrázek 1.5.

Uznávám, že „makroskopické“ měření je také dost vágní fráze. Mám tu na mysli jistou analogii pojmu „výsledná barva“, který jsem zavedl v předchozím jednoduchém případě s mícháním červených a modrých kuliček v nádobě. Určitá vágnost v definici „granulace“ opravdu existuje. Pro definici entropie nás ale zajímají hlavně *objemy* granulí, které v konfiguračním prostoru zaujímají, přesněji řečeno *logaritmus* jejich objemu. Je pozoruhod-



Obr. 1.5 Granulace oblasti  $\mathcal{C}$ .



## 1.3 FÁZOVÝ PROSTOR A BOLTZMANNOVA DEFINICE ENTROPIE

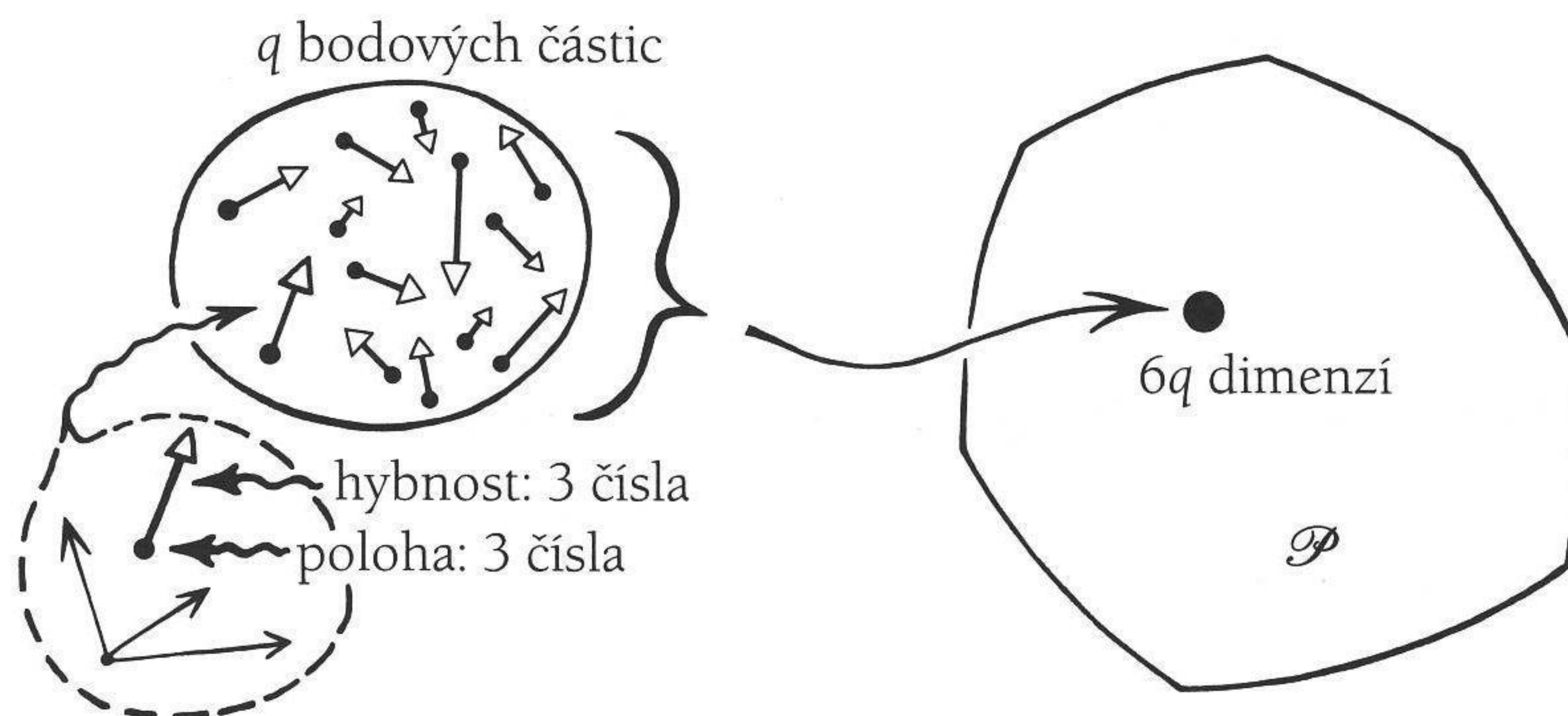
né, že i přes zmíněnou neurčitost je pojem entropie velmi robustní. Mohou za to neuvěřitelně velké vzájemné rozdíly objemů, které různé „granule“ mají.

### 1.3 FÁZOVÝ PROSTOR A BOLTZMANNOVA DEFINICE ENTROPIE

Zatím jsme ale ještě nedokončili definici entropie. Co jsem dosud uvedl, je totiž jenom *půlka* celého příběhu. Abychom viděli proč, uveďme následující příklad. Namísto červené a modré barvy v nádobě si představme láhev, která je z půlky naplněna vodou a z půlky olivovým olejem. I když ji protřepeme sebevíc, voda i olej se v mžiku od sebe opět oddělí. Všechna voda bude po chvíli dole a veškerý olej nad ní. A to i přesto, že v průběhu oddělování obou tekutin bude entropie stále narůstat. Do hry totiž vstoupil novým fenomén: silná vzájemná přitažlivost molekul olivového oleje, která způsobuje, že mají tendenci se shlukovat, a vodu tudíž vylučovat ven. Samotný pojem konfiguračního prostoru není proto k popisu nárůstu entropie v takovýchto situacích dostatečný. Potřebujeme nutně zahrnout také *pohyb* jednotlivých částic či molekul, nejen jejich okamžité polohy. Popis pohybu budeme potřebovat tak jako tak, poněvadž vývoj systému je určen Newtonovými pohybovými zákony. V případě molekul olivového oleje jde o to, že jejich silná vzájemná přitažlivost způsobuje enormní nárůst rychlosti, s jakou kolem sebe obíhají, jakmile se dostanou blíž k sobě. Právě „rychlostní“ část příslušného prostoru nám poskytuje dodatečný objem (a tudíž i dodatečnou entropii) v situacích, kdy se kapky olivového oleje shlukují.

Namísto konfiguračního prostoru  $\mathcal{C}$  proto musíme zavést jeho rozšíření, které se nazývá *fázový prostor*. Fázový prostor, který budeme označovat symbolem  $\mathcal{P}$ , má přesně *dvakrát* tolik dimenzí (!) než  $\mathcal{C}$ , protože ke každé polohové souřadnici libovolné částice (či molekuly) musíme přidat jí odpovídající „rychlostní“ souřadnici (viz obrázek 1.6). Můžeme si představit, že tyto dodatečné rychlostní souřadnice jsou mírou *rychlosti* částic (anebo úhlové rychlosti, jestliže polohové souřadnice popisují natočení v prostoru). Z hlubokých souvislostí formalismu takzvané *Hamiltonovy teorie*<sup>1</sup> však plyne, že k popisu pohybu potřebujeme spíše *hybnost* (anebo moment hybnosti v případě otáčení). V nejjednodušších situacích vystačíme s tím, že „hybnost“ je prostý *součin hmotnosti a rychlosti* dané částice (jak jsme se již zmínili v kapitole 1.1). Okamžité polohy a současně též okamžité pohyby popsané hybností všech částic systému jsou nyní formálně zakódovány v poloze

## 1. DRUHÝ ZÁKON A JEHO HLUBOKÁ ZÁHADA

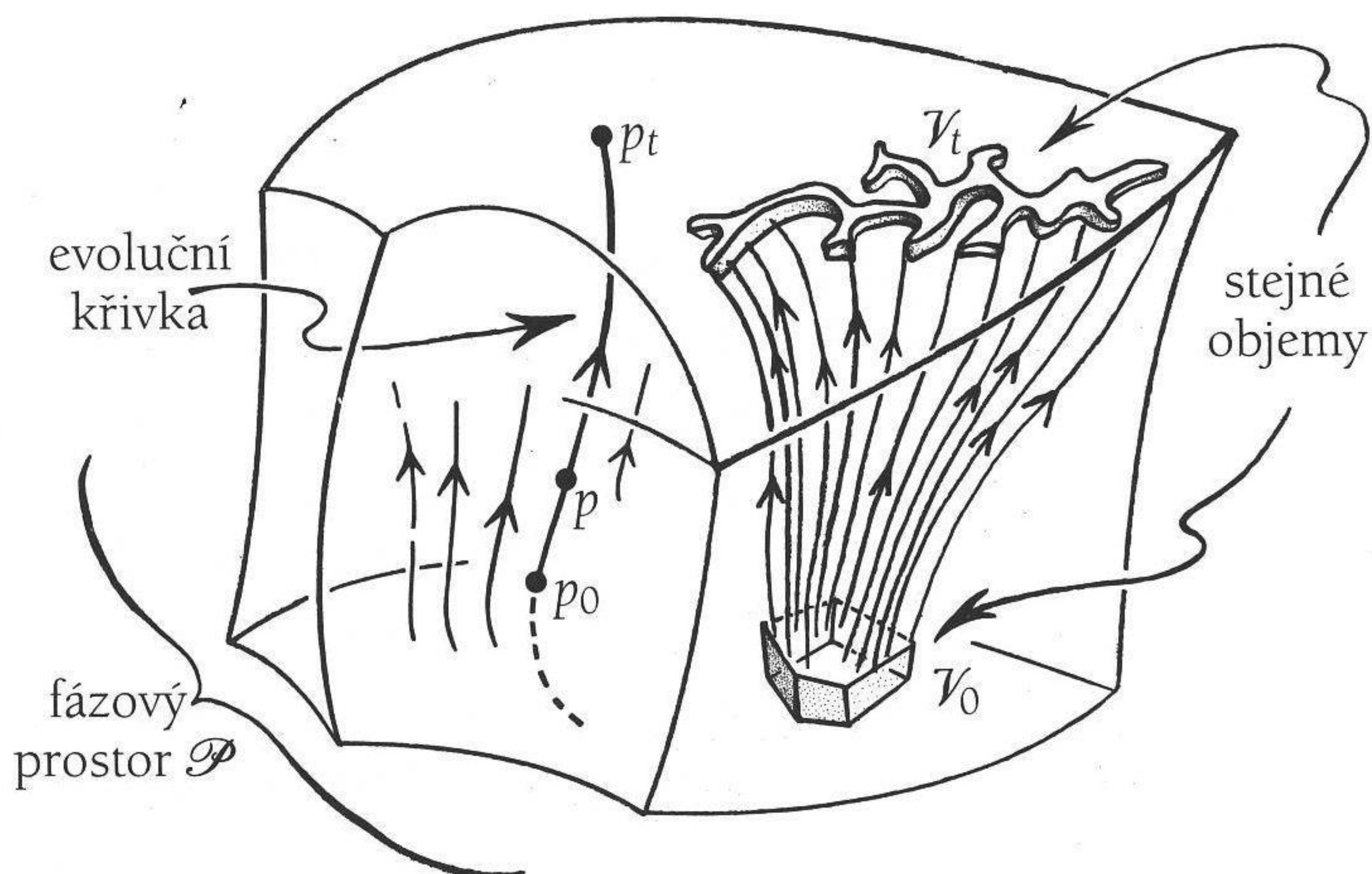


Obr. 1.6 Fázový prostor  $\mathcal{P}$  má dvakrát tolik dimenzí než  $\mathcal{C}$ .

jednoho jediného bodu  $p$  ve fázovém prostoru  $\mathcal{P}$ . Říkáme, že *stav* našeho systému je kompletně a jednoznačně popsán polohou  $p$  v  $\mathcal{P}$ .

Chování fyzikálních systémů je popsáno dynamickými zákony, což jsou Newtonovy pohybové zákony klasické mechaniky. Můžeme však uvažovat i obecnější situace (jako třeba vývoj spojitých polí v Maxwellově elektrodynamice, viz kapitoly 2.6, 3.1, 3.2 a dodatek A.1), které rovněž spadají do širokého Hamiltonova rámce. Uvedené zákony jsou *deterministické* v tom smyslu, že stav systému v určitém okamžiku zcela určuje jeho stav v kterémkoli jiném okamžiku, pozdějším i předchozím. Jinak řečeno, dynamický vývoj našeho systému můžeme popsat coby pohyb bodu  $p$  ve fázovém prostoru  $\mathcal{P}$  podél takzvané *evoluční křivky*. Evoluční křivka, jež začíná v počátečním stavu reprezentovaném jediným bodem  $p_0$  ve fázovém prostoru  $\mathcal{P}$  (viz obrázek 1.7), udává *jednoznačný* vývoj celého systému v souladu s dynamickými zákony. Dokonce celý fázový prostor je (tak trochu jako balík slámy) zcela vyplněn evolučními křivkami, takže každý bod z  $\mathcal{P}$  leží na některé z nich. Tyto evoluční křivky musíme chápat jako *orientované*, což znamená, že každé křivce musíme přisoudit i určitý *směr*. Znázorňujeme ho šipkou. Vývoj našeho systému determinovaný dynamickými zákony je tudíž popsán měnícím se bodem  $p$ , který se pohybuje podél určité orientované evoluční křivky. Začíná v bodě  $p_0$  a pohybuje se ve směru šipky. Tak dostaneme budoucí vývoj z výchozího stavu systému. Sledujeme-li evoluční křivku z bodu  $p_0$  proti směru orientace šipky, dostaneme naopak evoluci jdoucí nazpátek v čase. Ta nám říká, z jakých předchozích stavů se ten, jenž je reprezentován bodem  $p_0$ , vyvinul. I tato minulá evoluce je *jednoznačně* určena dynamickými zákony.

### 1.3 FÁZOVÝ PROSTOR A BOLTZMANNOVA DEFINICE ENTROPIE



Obr. 1.7 Bod  $p$  se pohybuje podél evoluční křivky ve fázovém prostoru  $\mathcal{P}$ .

Fázový prostor má další význačnou vlastnost: od vzniku kvantové mechaniky už víme, že existuje *přirozená fyzikální jednotka*, pomocí níž můžeme vyjadřovat *objemy* ve fázovém prostoru. Díky tomu jsou objemy charakterizovány bezrozměrnými čísly. To je opravdu důležité, poněvadž Boltzmannova definice entropie, ke které se za chvíli dostaneme, pracuje s objemy fázového prostoru, takže potřebujeme umět porovnávat velikosti různých vícerozměrných objemů, jež se od sebe diametrálně liší. Z pohledu klasické (tedy nekvantové) fyziky to může vypadat podivně, protože délku křivky (jednorozměrný „objem“) jasně chápeme jako menší než plochu povrchu (dvourozměrný „objem“), a ten zase jako menší než trojrozměrný „objem“. Míry fázového prostoru, které nám poskytuje kvantová teorie, jsou však opravdu pouhá bezrozměrná čísla, neboť jsou vyjádřeny v jednotkách, v nichž je  $\hbar = 1$ , kde

$$\hbar = \frac{h}{2\pi}$$

je Diracova verze Planckovy konstanty (někdy se nazývá též „redukovaná“ Planckova konstanta), přičemž  $h$  je původní Planckova konstanta. Ve standardních fyzikálních jednotkách má  $\hbar$  extrémně malou hodnotu

$$\hbar = 1,054\,57\dots \times 10^{-34} \text{ joule sekund,}$$

takže velikosti fázového prostoru, s nimiž se za běžných okolností setkáváme, mají nesmírně velké číselné hodnoty.

## 1. DRUHÝ ZÁKON A JEHO HLUBOKÁ ZÁHADA

Vyjádríme-li si makroskopické objemy pomocí obrovských *přirozených čísel*, získáváme představu o „granulaci“ fázového prostoru. Fázový prostor je *diskretizován* pomocí „kvanta“ kvantové mechaniky. V běžných situacích jsou tato čísla tak ohromná, že si jejich granulace a diskrétnosti vůbec nevšimneme. Výjimkou je Planckovo spektrum záření černého tělesa, ke kterému se dostaneme v kapitole 2.2 (viz obrázek 2.6).<sup>2</sup> Právě teoretickou analýzou tohoto experimentálně zjištěného jevu odstartoval Max Planck v roce 1900 kvantovou revoluci. V daném případě je třeba uvážit rovnovážný stav, který současně obsahuje různé počty fotonů, a fázové prostory tudíž mají odlišné rozměry. Hlubší rozbor zmíněného jevu přesahuje rámec této knihy,<sup>3</sup> i když k základům kvantové teorie se ještě vrátíme v kapitole 3.4.

Když už nyní víme, co je fázový prostor daného systému, musíme se podívat na to, jak v něm funguje druhý zákon termodynamiky. Stejně jako v případě konfiguračního prostoru musíme i zde provést *granulaci*  $\mathcal{P}$ . Dva body patří ke stejné granuli, pokud je neumíme navzájem „rozlišit“ změřením sady makroskopických parametrů (jako je teplota, tlak, hustota, směr a velikost rychlosti proudění, barva, chemické složení a tak dále). Definici *entropie*  $S$  stavu reprezentovaného bodem  $p$  ve fázovém prostoru  $\mathcal{P}$  pak poskytuje pozoruhodná Boltzmannova formulka

$$S = k' \log_{10} V,$$

kde  $V$  je objem granule, do které bod  $p$  náleží. Veličina  $k'$  je velmi malá konstanta  $k' = k \log 10$ , přičemž  $\ln 10 = 2,302\,585\dots$  a  $k$  je Boltzmannova konstanta, jež má hodnotu

$$k = 1,380\,5\dots \times 10^{-23} \text{ joulů/kelvin},$$

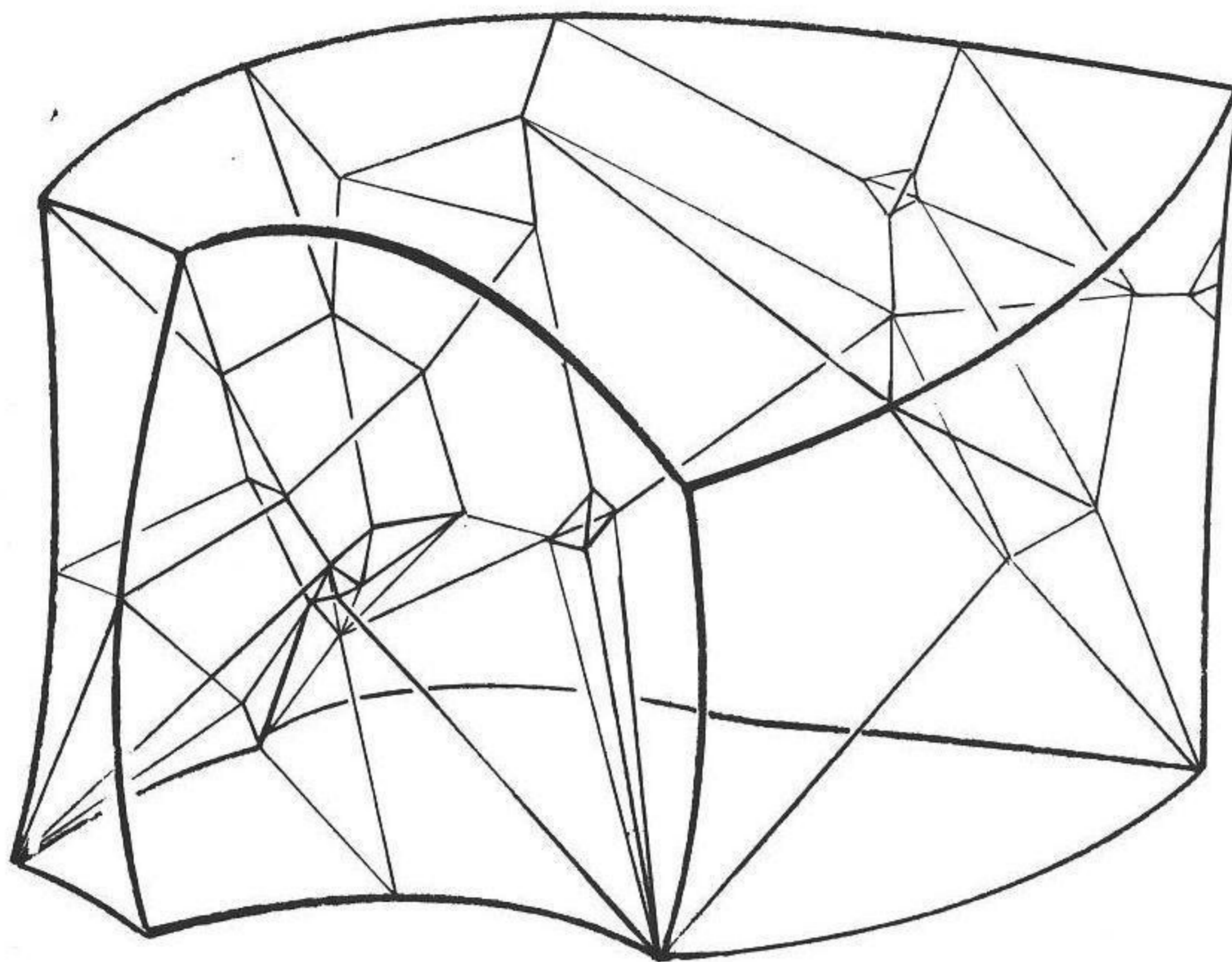
takže  $k' = 3,179\dots \times 10^{-23}$  joulů/kelvin (obrázek 1.8). Abychom definici entropie přepsali do tvaru, který fyzikové běžně používají, zvolíme namísto dekadického logaritmu *logaritmus přirozený*. V takovém případě se  $k'$  nahradí přímo Boltzmannovou konstantou  $k$ , tedy

$$S = k \ln V,$$

kde  $\ln V = 2,302\,585\dots \times \log_{10} V$ .

Než v následující kapitole 1.4 pokročíme dál a vyzkoumáme smysl a důsledky této elegantní definice i její význam pro druhý zákon, rád bych se ještě krátce zastavil u jednoho zajímavého aspektu. Lidé někdy (dosti oprávněně) říkají, že malá hodnota entropie určitého stavu není ve skutečnosti dobrou

### 1.3 FÁZOVÝ PROSTOR A BOLTZMANNOVA DEFINICE ENTROPIE



Obr. 1.8 Schematické znázornění granulace ve více rozměrech.

mírou toho, že daný stav je něčím „speciální“. Vypravme si znovu případ s padajícím vajíčkem, který jsme uvedli v kapitole 1.1. Výsledný stav, kdy zbytky vajíčka leží roztráštěné na podlaze, má relativně vysokou hodnotu entropie, ale přesto je to stále velmi speciální stav. To proto, že mezi částicemi, jež dohromady tvoří zbytky rozkráplého vajíčka na podlaze, jsou velice silné korelace v poloze a případných pohybech. Jsou takové povahy, že kdybychom pohyb všech částic *obrátili*, pak by záhy zpátky vytvořily původní dokonalé vajíčko, které by pak vystřelilo z podlahy přímo nahoru na stůl, kam by opatrně dosedlo. Je to tedy opravdu vysoce speciální stav, podobně speciální jako počáteční konfigurace s relativně nízkou entropií, kdy vajíčko leží nerozbité na stole. „Speciálnost“ zde *nespočívá* v nízké hodnotě entropie. Nízká hodnota entropie je pouze *projevem* této speciálnosti, kterou můžeme identifikovat pomocí výjimečných hodnot makroskopických parametrů. Jemné korelace mezi pohyby jednotlivých částic, které nacházíme v počátečním i koncovém stavu padajícího vajíčka, do definice entropie přímo nevstupují.

Vidíme tedy, že *některé* stavy s relativně vysokou entropií (například stav rozbitého vajíčka na podlaze, u kterého otočíme pohyby, aby se začalo zpátky skládat dohromady) se mohou vyvíjet do stavu s *nižší* entropií, což odporuje druhému zákonu. Takovýchto stavů je ale nesmírně málo. Tvoří jen zanedbatelnou množinu všech možností. Mohli bychom dokonce říci, že právě toto je „skutečná podstata“ pojmu entropie a druhého zákona termodynamiky. Boltzmannova definice entropie pomocí granulace se velmi přirozeně a správným způsobem vypořádává se speciálností související s nízkou entropií.

## 1. DRUHÝ ZÁKON A JEHO HLUBOKÁ ZÁHADA

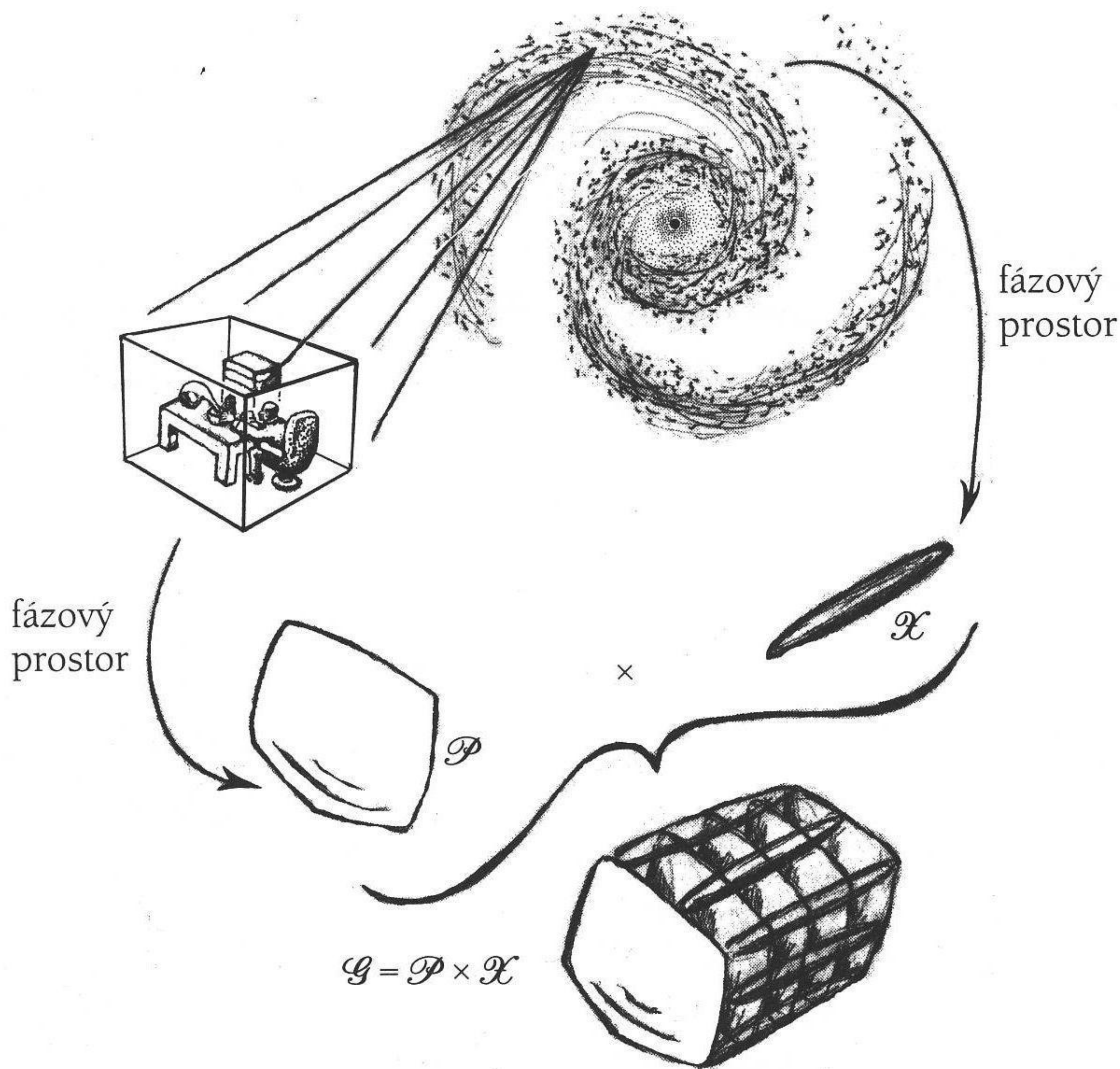
Užitečná je také následující poznámka. Platí důležitá matematická „věta“, známá jako *Liouvilleův teorém*. Tento teorém říká, že v běžných klasických dynamických systémech (standardních *hamiltonovských* systémech, o kterých jsem se již zmínil) se v průběhu časového vývoje zachovává objem ve fázovém prostoru. Tato skutečnost je znázorněna v pravé části obrázku 1.7. Jestliže máme počáteční oblast  $\mathcal{V}_0$  ve fázovém prostoru  $\mathcal{P}$  s objemem  $V$  a přeneseme ji podél evolučních křivek, takže v pozdějším čase  $t$  vyplní oblast  $\mathcal{V}_t$ , zjistíme, že oblast  $\mathcal{V}_t$  má stejný objem  $V$  jako výchozí oblast  $\mathcal{V}_0$ . To není v žádném rozporu s druhým zákonem termodynamiky, protože během vývoje se nezachovává granulace. Jestliže například byla výchozí oblast  $\mathcal{V}_0$  jedinou granulí, je vysoce pravděpodobné, že oblast  $\mathcal{V}_t$  v pozdějším čase bude komplikovaně protaženou a zdeformovanou granulí a nejspíš se z ní stane mnohem více granulí.

Na závěr této kapitoly se ještě vrátíme k důležitému aspektu skutečnosti, že v Boltzmannově formulce se vyskytuje *logaritmus*. Tato otázka pro nás bude klíčová později, zejména v kapitole 3.4. Představme si, že rozjímáme o fyzice, která se odehrává v naší malé laboratoři. Chceme zavést entropii určitých struktur, které právě studujeme v prováděném experimentu. Jaká bude Boltzmannova definice entropie vystihující chování našeho pokusu? Zajisté musíme vzít v úvahu všechny relevantní stupně volnosti systému, jež v laboratoři zkoumáme. Ty definují příslušný fázový prostor  $\mathcal{P}$ . Uvnitř  $\mathcal{P}$  bude příslušná granule  $\mathcal{V}$  o objemu  $V$ , z níž spočítáme Boltzmannovou entropii pomocí vzorce  $k \ln V$ .

Také si ale můžeme říci, že celá laboratoř je částí mnohem většího systému. Třeba celé naší Galaxie, jíž jsme součástí. Galaxie má bezesporu nesmírně velký počet stupňů volnosti. Budeme-li je chtít všechny zahrnout, musíme sestrojít fázový prostor, který je neporovnatelně větší než ten předchozí popisující pouze laboratoř. Navíc granule relevantní pro výpočet entropie v naší laboratoři bude nyní nahrazena granulí daleko větší, neboť může obsahovat všechny stupně volnosti celé galaxie, nejenom ty, které se vztahují na procesy v laboratoři. To je přirozené, neboť hodnota entropie se nyní vztahuje k celé galaxii, zatímco entropie vystupující v našem experimentu je jen její nepatrnou součástí.

Parametry popisující vnější stupně volnosti (ty, co určují stav celé Galaxie kromě parametrů, jež určují stav v laboratoři) vytvářejí gigantický „vnější“ fázový prostor  $\mathcal{X}$ . V tomto fázovém prostoru  $\mathcal{X}$  existuje granule  $\mathcal{W}$ , která charakterizuje stav Galaxie vně naší laboratoře, viz obrázek 1.9. Fázový

### 1.3 FÁZOVÝ PROSTOR A BOLTZMANNOVA DEFINICE ENTROPIE



**Obr. 1.9** Fázový prostor uvažovaný experimentátorem je pouze nepatrnou částí fázového prostoru, který zahrnuje všechny vnější stupně volnosti Galaxie.

prostor  $\mathcal{G}$  celé galaxie je určen kompletní sadou parametrů, jak vnějších (určujících prostor  $\mathcal{X}$ ), tak vnitřních (určujících prostor  $\mathcal{P}$ ). Matematické říkají, že prostor  $\mathcal{G}$  je *kartézským součinem*<sup>4</sup>  $\mathcal{P}$  a  $\mathcal{X}$ , což zapisují

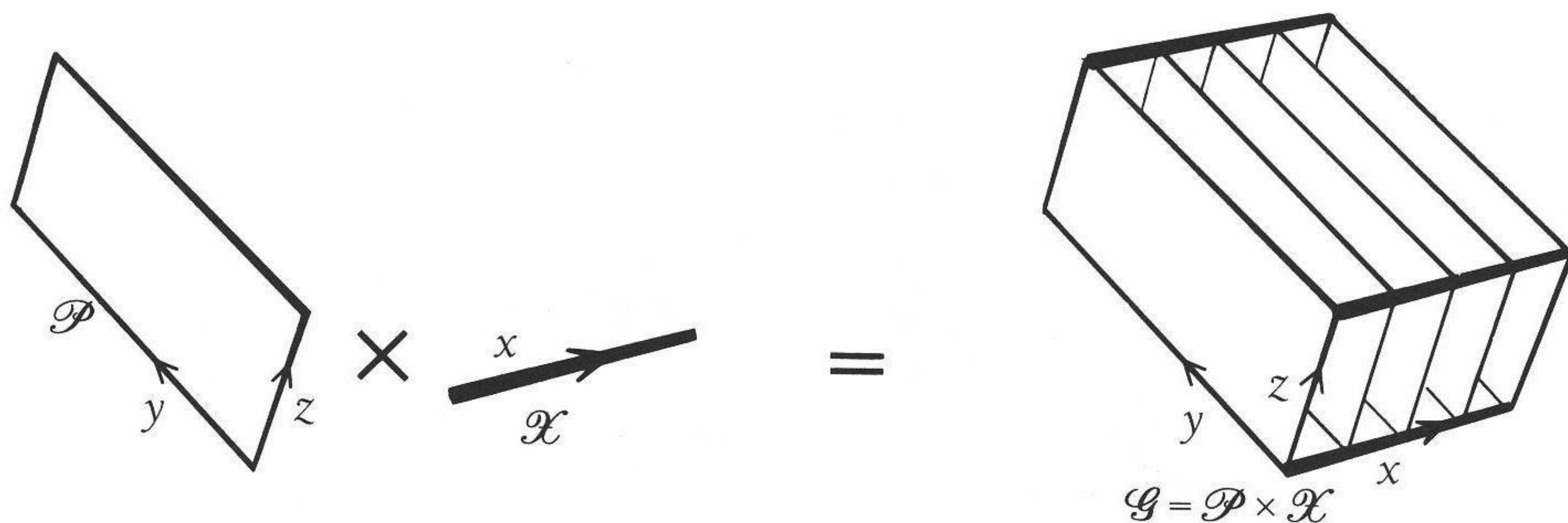
$$\mathcal{G} = \mathcal{P} \times \mathcal{X}.$$

Jeho dimenze je *součtem* dimenzí  $\mathcal{P}$  a  $\mathcal{X}$  (neboť jeho souřadnice jsou jak souřadnice z  $\mathcal{P}$ , tak souřadnice z  $\mathcal{X}$ ). Obrázek 1.10 ilustruje pojem kartézského součinu na jednoduchém případě, kdy  $\mathcal{P}$  je rovina, zatímco  $\mathcal{X}$  je přímka.

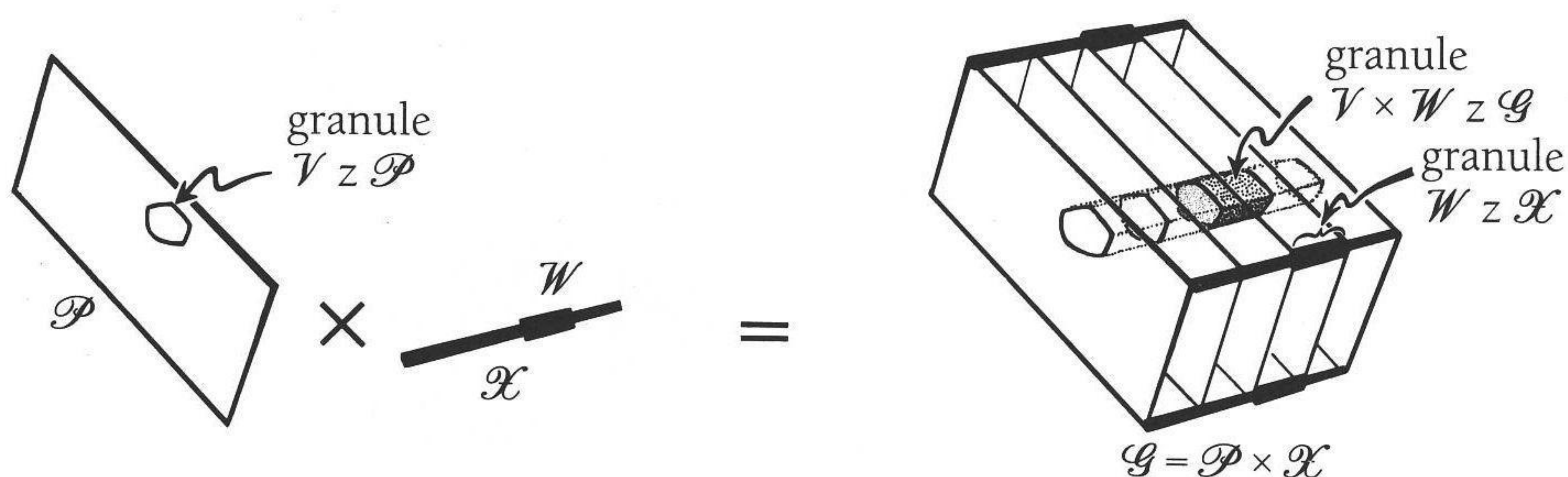
Jestliže jsou vnější stupně volnosti zcela nezávislé na vnitřních stupních volnosti, pak relevantní granule v  $\mathcal{G}$  bude dána kartézským součinem

$$\mathcal{V} \times \mathcal{W}$$

# 1. DRUHÝ ZÁKON A JEHO HLUBOKÁ ZÁHADA



Obr. 1.10 Kartézský součin, když  $\mathcal{P}$  je rovina a  $\mathcal{X}$  je přímka.



Obr. 1.11 Granule v kartézském součinu prostorů je kartézským součinem granulí z dílčích prostorů.

granulí  $V$  z  $\mathcal{P}$  a  $W$  z  $\mathcal{X}$  (viz obrázek 1.11). Navíc objemový element v kartézském součinu je součinem objemových elementů jeho dílčích prostorů. Proto je velikost objemu granule  $V \times W$  z  $\mathcal{G}$  prostým součinem  $VW$ , kde  $V$  je objem granule  $V$  z  $\mathcal{P}$  a  $W$  je objem granule  $W$  z  $\mathcal{X}$ . Ze známé vlastnosti, totiž že logaritmus součinu je součtem logaritmů, tak okamžitě dostáváme Boltzmannovu entropii

$$k \ln(VW) = k \ln V + k \ln W.$$

Celková entropie je tedy *součtem* entropie v laboratoři a entropie oblastí vně laboratoře. To nám říká, že entropie nezávislých systémů se prostě jenom *sčítá*. Proto lze hodnotu entropie připsat kterékoli *části* studovaného fyzikálního systému, která je nezávislá na stavu zbylé části systému.

V situaci, kterou zde uvažujeme, kdy  $\mathcal{P}$  zahrnuje stupně volnosti v laboratoři a  $\mathcal{X}$  stupně volnosti vně laboratoře v Galaxii (předpokládáme, že jsou



## 1.4 VELKÁ ROBUSTNOST POJMU ENTROPIE

navzájem nezávislé), je hodnota entropie připisovaná experimentátorem studovanému systému, ignoruje-li vnější stupně volnosti, dána  $k \ln V$ . Tato hodnota by se lišila od hodnoty  $k \ln(VW)$ , kdybychom zahrnuli i všechny vnější stupně volnosti. Efektivně se ale započtení vnějších galaktických stupňů volnosti projeví pouhým přičtením jejich entropie  $k \ln W$ . Pro experiment nehrají tyto vnější stupně volnosti žádnou roli, a lze je tudíž bez problémů ignorovat, pokud se zabýváme studiem druhého zákona jen uvnitř laboratoře. Ale až budeme v kapitole 3.4 uvažovat entropii *celého vesmíru* a zejména to, jak k ní přispívají černé díry, zjistíme, že úvahy tohoto typu budou důležité a dokonce budou hrát zásadní roli!

### 1.4 VELKÁ ROBUSTNOST POJMU ENTROPIE

Odložme však zatím stranou otázku entropie celého vesmíru. V tuto chvíli se soustředíme především na význam Boltzmannovy formulky, jež nám poskytuje skvělou definici pojmu entropie fyzikálních systémů. Boltzmann s ní přišel v roce 1875 a znamenala obrovský pokrok vůči tomu, co se o entropii dosud vědělo.<sup>5</sup> Od té chvíle bylo možné studovat entropii ve zcela obecných systémech, nejen těch, co se nacházejí ve stacionárním stavu termodynamické rovnováhy. Přesto se však v definici skrývá jistá neurčitost, jež zejména souvisí s pojmem „makroskopický parametr“. Představme si kupříkladu, že se nám někdy v budoucnu podaří změřit detailní stav nějaké tekutiny, který našimi přístroji ještě změřit nedokážeme. Dnes tekutině přisuzujeme globální veličiny jako tlak, hustota, teplota, rychlost proudění v různých oblastech a tak dále, ale v budoucnosti budeme třeba umět sledovat i pohyby jednotlivých molekul. V takovém případě bude nutné provést příslušnou granulaci fázového prostoru daleko jemněji. Ve světle nových měřicích technik tedy bude nutno přisoudit konkrétnímu stavu tekutiny menší entropii, než činíme dnes.

Někteří vědci zastávají stanovisko,<sup>6</sup> že použití nových detailnějších měřicích technik bude vždy mít za následek, že se zvětší entropie *měřicí aparatury*, jež bude kompenzovat (anebo spíše převýší) efektivní pokles entropie, který přisoudíme podrobněji zkoumanému systému. Detailní analýza systému pokročilými přístroji tak povede k *celkovému* nárůstu entropie. To zní velmi rozumně. Ale i tak je pravdou, že v Boltzmannově definici entropie se skrývá určitá nejistota daná tím, že neexistuje objektivní kritérium pro výběr „makroskopických parametrů“ systému.

## 1. DRUHÝ ZÁKON A JEHO HLUBOKÁ ZÁHADA

Úvahy tohoto typu dovedl do extrému velký matematický fyzik devatenáctého století James Clerk Maxwell (jehož rovnice elektromagnetismu jsme zmínili v předchozích kapitolách 1.1 a 1.3). Maxwell zavedl malého hypotetického „démona“, jenž dokáže nasměrovat jednotlivé molekuly plynu jedním či druhým směrem tím způsobem, že na tu či onu stranu otevírá a zavírá malá dvířka. Díky démonovým zásahům neplatí pro plyn druhý zákon termodynamiky. Ale i v takovém případě lze platnost druhého zákona znovu nastolit tím, že uvážíme *celý* systém včetně démona a jeho submikroskopických vnitřních stavů.

Vyjádřeno reálněji, Maxwellova démona můžeme nahradit malým mechanickým zařízením. Pak lze ukázat, že pro celou soustavu včetně zavíracího mechanismu druhý zákon opravdu platí. Nicméně se mi zdá, že není jednoznačně stanoveno, co je to makroskopický parametr, a proto je rigorózní definice entropie pro složité systémy stále poněkud tajemná. Opravdu se zdá divné, že by tak pěkně definovaná fyzikální veličina, jako je entropie tekutiny, měla záviset na konkrétním stupni vývoje měřicí techniky v dané době!

Je však vskutku pozoruhodné, jak málo závisejí hodnoty entropie připsané danému systému na použité měřicí technice. Entropie systému se změní jenom nepatrně, překreslíme-li hranice mezi jednotlivými zrny fázového prostoru nebo je zjemníme, když získáme lepší přístroje. Měli bychom si být stále vědomi toho, že přesná hodnota entropie, kterou systému při použití dané měřicí aparatury přisoudíme, bude do jisté míry subjektivní, avšak není pravda, že by proto entropie nebyla užitečný fyzikální pojem. V praxi za běžných okolností totiž tato subjektivní složka modifikuje výslednou hodnotu entropie jen velmi málo. Objemy klíčových granulí totiž mají tak diametrálně odlišné velikosti, že se drobné překreslení hranic mezi nimi navenek skoro vůbec neprojeví.

Abychom tuto skutečnost demonstrovali kvantitativně, vraťme se k námi použitému modelu míchání červené a modré barvy. Uvažovali jsme například  $10^{24}$  elementárních buněk, v nichž se nachází stejný počet červených a modrých kuliček. Výslednou barvu v dané krychli o velikosti  $10^5 \times 10^5 \times 10^5$  elementárních buněk jsme pokládali za fialovou, jestliže podíl červených a modrých kuliček v ní měl hodnotu mezi 0,999 a 1,001. Co když nám nyní lepší přístroje umožní stanovit poměr počtu červených a modrých kuliček přesněji? Za homogenní fialovou barvu nyní budeme pokládat takovou, kdy poměr počtu různobarevných kuliček v dané krychli leží například v intervalu od 0,999 9 do 1,000 1 (počet kuliček obou barev je tedy stejný

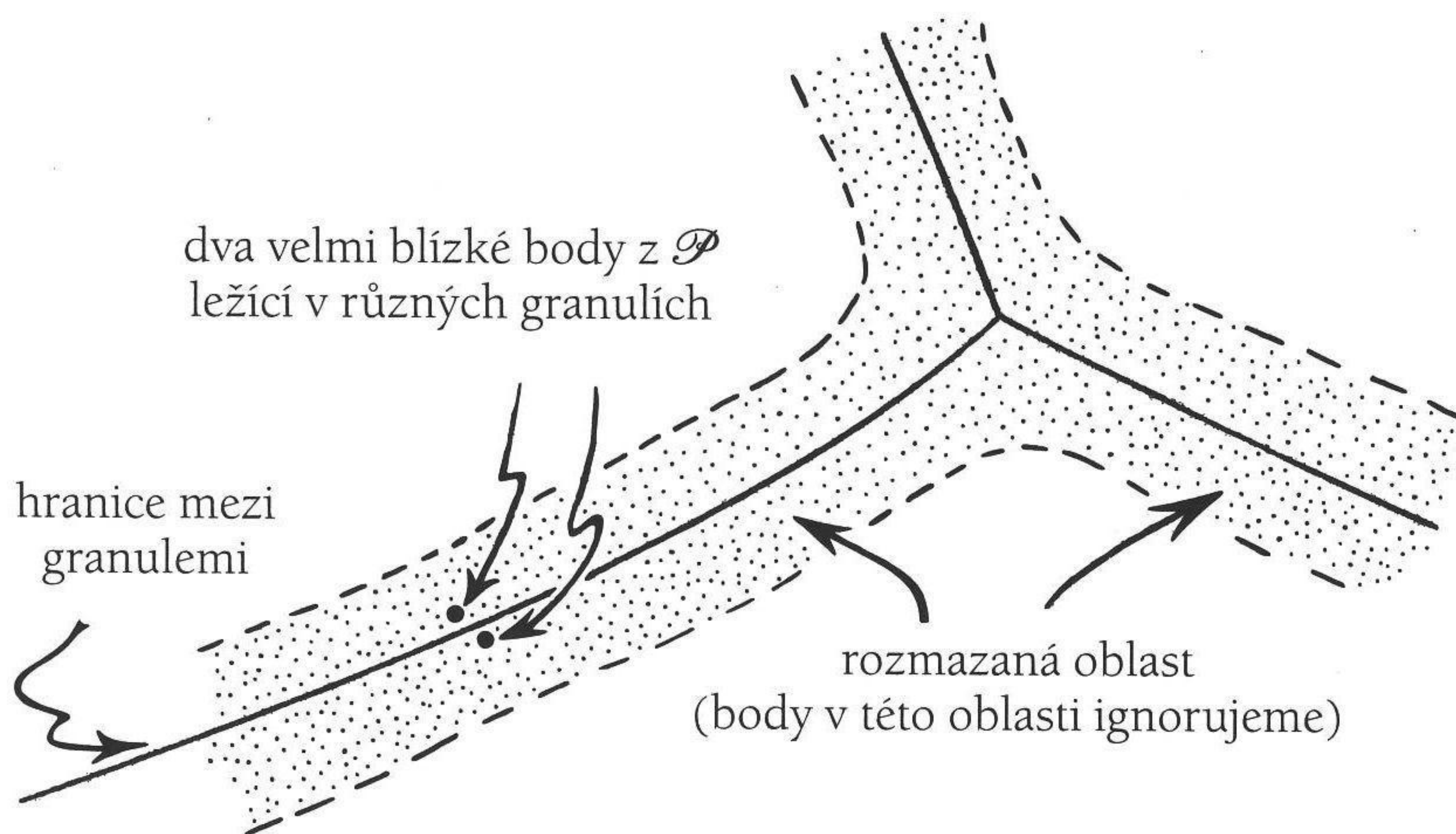
## 1.4 VELKÁ ROBUSTNOST POJMU ENTROPIE

s přesností pouhé setiny procenta). To je desetkrát větší přesnost než předtím. Přesnější analýza vyžaduje nyní provést rozbor na poloviční rozměrové škále (a tedy osminovém objemu) než předtím. Ale i přes výrazný nárůst přesnosti zjišťujeme, že se „entropie“ připsaná „fialovým stavům“ („entropie“ definovaná jako logaritmus počtu stavů, jež splňují naši zpřesněnou podmínku) téměř vůbec nezměnila. „Vylepšení měřicí techniky“ tudíž na hodnotu entropie zkoumaného systému nemá prakticky žádný vliv.

Samozřejmě je to pouze zjednodušený model (navíc jen v konfiguračním, nikoli fázovém prostoru), ale dobře ilustruje skutečnost, že změny v přesnostech určování našich „makroskopických parametrů“ v závislosti na „velikosti granulí“ nemají skoro žádný vliv na hodnotu příslušné entropie. Hlavní příčina této „robustnosti“ pojmu entropie tkví prostě v enormních rozměrech započítávaných granulí, přesněji řečeno ve velkém nepoměru velikostí různých granulí. Abychom uvedli realističtější situaci, uvažme třeba nárůst entropie, k němuž dochází, když se koupeme ve vaně! Pro jednoduchost se nebudu pokoušet odhadnout nikoli bezvýznamný nárůst entropie při samotné mycí proceduře (!), ale soustředím se jen na proces míchání studené a teplé vody (ať k němu dochází ve vaně anebo už ve směšovacím kohoutu). Je rozumné předpokládat, že teplá voda má teplotu 50 °C, zatímco studená jen 10 °C a že jsme do vany napustili celkem 150 litrů, z čehož polovina je z původně teplé vody a polovina ze studené vody. Příslušný růst entropie činí zhruba 21 406 J/K, což odpovídá tomu, že náš bod ve fázovém prostoru přešel z jedné granule do druhé, která je  $10^{27}$ krát větší! Přičemž přesné vymezení hranic mezi oběma granulemi nebude mít na hodnotu tohoto obrovského čísla žádný zjevný vliv.

V dané souvislosti bychom se měli zmínit ještě o jedné věci. Vše jsem tu popisoval, jako by granule byly jednoznačně definované a měly jasně vymezené hranice. Ve skutečnosti tomu tak ale není, i když se „makroskopické parametry“ snažíme specifikovat sebelépe. Ať už leží hranice mezi granulemi kdekoli, vezmeme-li dva blízké body ve fázovém prostoru, každý na jiné straně hranice, ve skutečnosti budou reprezentovat téměř identické fyzikální stavy. Makroskopicky budou tudíž „stejné“, ale přesto je musíme formálně pokládat za „makroskopicky rozlišitelné“ jenom na základě toho, že leží v různých granulích!<sup>7</sup> Tento problém však můžeme vyřešit tím, že oblasti v bezprostředním okolí hranic budeme pokládat za „rozmazané“ a „neostré“. Stejně jako v případě subjektivní volby „makroskopických parametrů“ se prostě nebudeme starat o body fázového prostoru, které se nacházejí v „roz-

## 1. DRUHÝ ZÁKON A JEHO HLUBOKÁ ZÁHADA



Obr. 1.12 „Rozmazanost“ hranic mezi granulemi.

mazané oblasti“ (viz obrázek 1.12). Je rozumné předpokládat, že tyto body zaujmají jen nepatrný objem fázového prostoru v porovnání s obrovskými vnitřními objemy granulí. Proto nehraje roli, zda bod z bezprostředního okolí hranic leží v té či oné granulě, neboť hodnota entropie na tom nebude záležet. Opět zjišťujeme, že pojem entropie systému je velmi robustní, přestože mu na první pohled chybí zcela rigorózní definice. Důvodem jsou značné rozměry granulí a nesmírně velké nepoměry mezi nimi.

Musíme nicméně dodat, že existují jisté speciální situace, kdy pouze hrubé a vágní zavedení „makroskopické nerozlišitelnosti“ je zavádějící a dokonce vede ke špatnému vyčíslení entropie! Jedním z takových příkladů je situace, kdy do hry vstupuje jev zvaný *spinové echo* (poprvé si ho všiml Erwin Hahn v roce 1950), který se využívá v jaderné magnetické rezonanci (NMR). Určité materiály, které se na počátku nacházejí ve specifickém magnetickém stavu, v němž jsou spiny jader<sup>8</sup> orientovány shodně, mohou působením proměnného vnějšího elektromagnetického pole přejít do stavu s jinou magnetizací, kdy spiny atomů vypadají hodně „zpreházené“ a „neučesané“, protože v různých místech se různou rychlostí precesně stáčíjí. Když se pak ale vnější pole opatrně přepóluje, všechny spiny jader se vrátí zpět do původního stavu. Stav s uniformní magnetizací je překvapivě opět nastolen! Z vnějšího pohledu čistě makroskopických měření to tedy vypadá, že nejprve došlo v souladu s druhým zákonem termodynamiky k nárůstu entropie (mezistav s „neučesaně“ orientovanými spiny), ale nakonec po přepólování vnějšího

## 1.4 VELKÁ ROBUSTNOST POJMU ENTROPIE

elektromagnetického pole se jaderné spiny opět uspořádaly, takže ve finále došlo k *poklesu* entropie!<sup>9</sup> Vypadá to, že druhý zákon byl hrubě narušen!

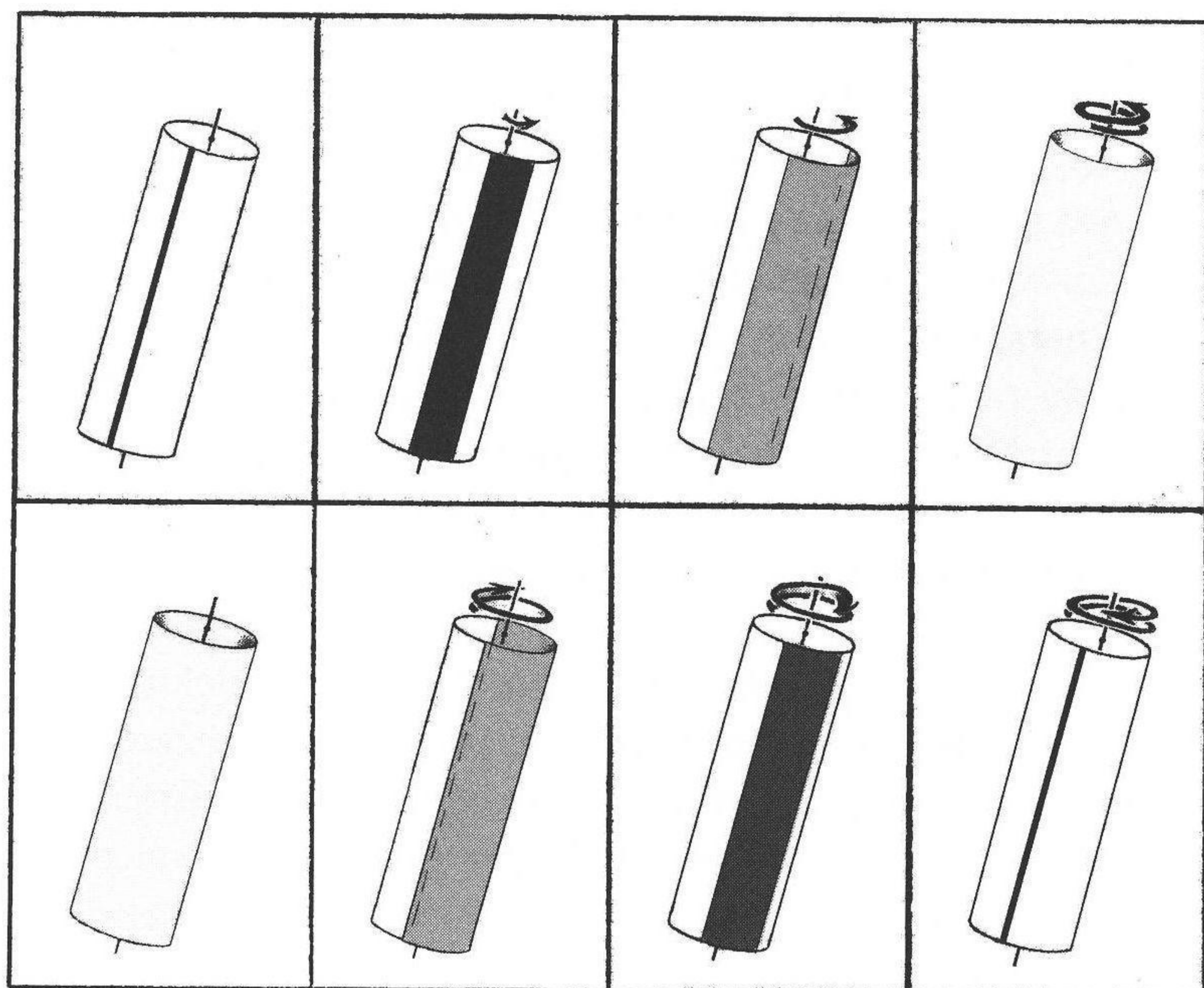
Jde ale o to, že v mezistavu sice spiny vypadají hodně neuspořádaně, ale ve skutečnosti tento mezistav vykazuje velmi vysoký „skrytý řád“, který se přepólováním vnějšího magnetického pole jenom stane zjevným. Na cosi podobného narážíme i v souvislosti s CD a DVD disky. Obvyklé a hrubé „makroskopické měření“ na nich neodhalí nic pozoruhodného, ale speciální jemné čtecí zařízení dokáže snadno odhalit ohromné množství informací, které se v discích ukrývá. K odhalení skrytého uspořádání je třeba provést mnohem sofistikovanější „měření“, než s jakým vystačíme v běžných situacích.

Někdy dokonce ani nepotřebujeme technicky náročná elektronická měření, abychom odhalili „skrytý řád“ věcí. Něco podobného můžeme realizovat mnohem jednoduššími prostředky (viz obrázek 1.13 a příslušné podrobnosti uvedené v knize z poznámky 10). Mějme dvě skleněné válcové trubice, které se dají poměrně těsně vložit jedna do druhé. Do úzkého prostoru mezi válce pak vpravíme vazkou tekutinu (například glycerin). K vnitřní skleněné trubici připevníme kliku, takže s ní můžeme otáčet na jednu či druhou stranu, zatímco vnější trubici zafixujeme. Experiment spočívá v tom, že do vazké tekutiny vpravíme trochu červené barvy, jež vytvoří úzkou linku rovnoběžnou s osou válců (viz obrázek 1.14). Potom otočíme klikou několikrát dokola na jednu stranu. Červená čára se tím rozmaže a my spatříme jen uniformní růžovou barvu tekutiny mezi oběma válci. Použijeme-li k popisu stavu obarvené vazké tekutiny obvyklou a přirozenou definici „makroskopických parametrů“, vše vypadá tak, že entropie systému vzrostla, neboť barva



**Obr. 1.13** Dvě skleněné, do sebe vložené válcové nádoby, mezi nimiž se nachází vazká tekutina a čára z červené barvy.

## 1. DRUHÝ ZÁKON A JEHO HLUBOKÁ ZÁHADA



**Obr. 1.14** Když několikrát otočíme klikou, červená linka se rozmaže. Jestliže klikou otočíme o stejný počet otáček nazpátek, linka se znovu objeví. Vypadá to, že druhý zákon byl porušen.

se rovnoměrně rozprostřela. (Silně to připomíná situaci s mícháním červené a modré barvy v plechovce popsanou v kapitole 1.2.) Avšak když otočíme klikou v opačném směru o naprosto stejný počet otáček, spatříme, že jakoby zázrakem se červená linka znova zjeví a bude téměř stejně tak ostrá jako na začátku! Kdyby entropie při prvním otáčení skutečně narostla a při zpětném otáčení zase klesla na téměř původní hodnotu, opravdu bychom tu měli několik narušení druhého zákona!

Obvyklé řešení tohoto problému zní, že druhý zákon termodynamiky porušen *nebyl*, jenom musíme exaktně definovat entropii zkoumaného systému. Já osobně se však domnívám, že podstata věci nespočívá ve zcela přesné a objektivní definici entropie, která by byla použitelná za *všech* okolností. Nemyslím si, že je nezbytné domáhat se fyzikálně naprosto přesně definovaného pojmu „entropie“, jenž by byl objektivní a použitelný všude v přírodě, a to v absolutním smyslu.<sup>11</sup> Cožpak opravdu potřebujeme pojem, který by se dal v nezměněné podobě aplikovat jak na tenké vrstvy vazkých tekutin

## 1.5 NEÚPROSNÝ RŮST ENTROPIE DO BUDOUCNA

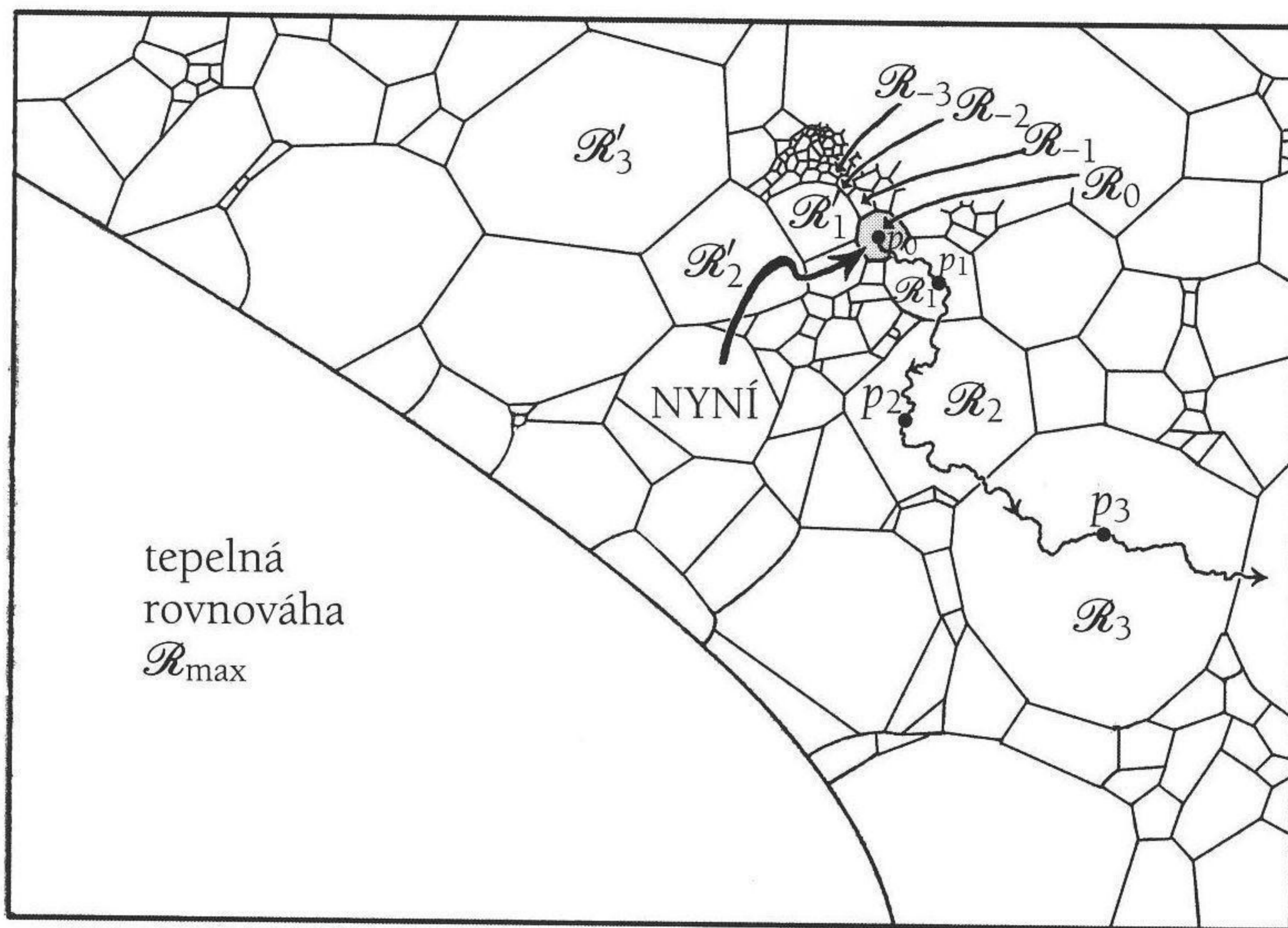
mezi skleněnými válci, tak na uspořádání spinů atomových jader, jež *vypadají* neorganizovaně, ale přesto si v „paměti“ udržují počáteční řád? Podle mě to nutné není. Entropie je očividně nesmírně užitečný fyzikální pojem, ale dle mého názoru není třeba udělovat mu naprosto fundamentální a objektivní statut. Soudím, že užitečnost fyzikální entropie spočívá zejména v tom, že systémy, jež kolem sebe ve *skutečném vesmíru* pozorujeme, mají tu vlastnost, že běžné míry „makroskopických“ veličin definují granule v jejich fázovém prostoru, které se navzájem co do velikosti nesmírně liší. Opravdu hlubokou otázkou přitom zůstává, proč se v nám známém vesmíru granule tak diametrálně liší. Ohromné rozdíly jejich objemů nám zjevují pozoruhodnou informaci o našem vesmíru, jež očividně je objektivní povahy (k čemuž se záhy vrátíme), a to i přesto, že samotný pojem „entropie“ opravdu ve své definici obsahuje značnou dávku subjektivity. To nám nicméně jen zamlžuje ústřední záhadu tohoto pozoruhodného a hlubokého fyzikálního pojmu.

### 1.5 NEÚPROSNÝ RŮST ENTROPIE DO BUDOUCNA

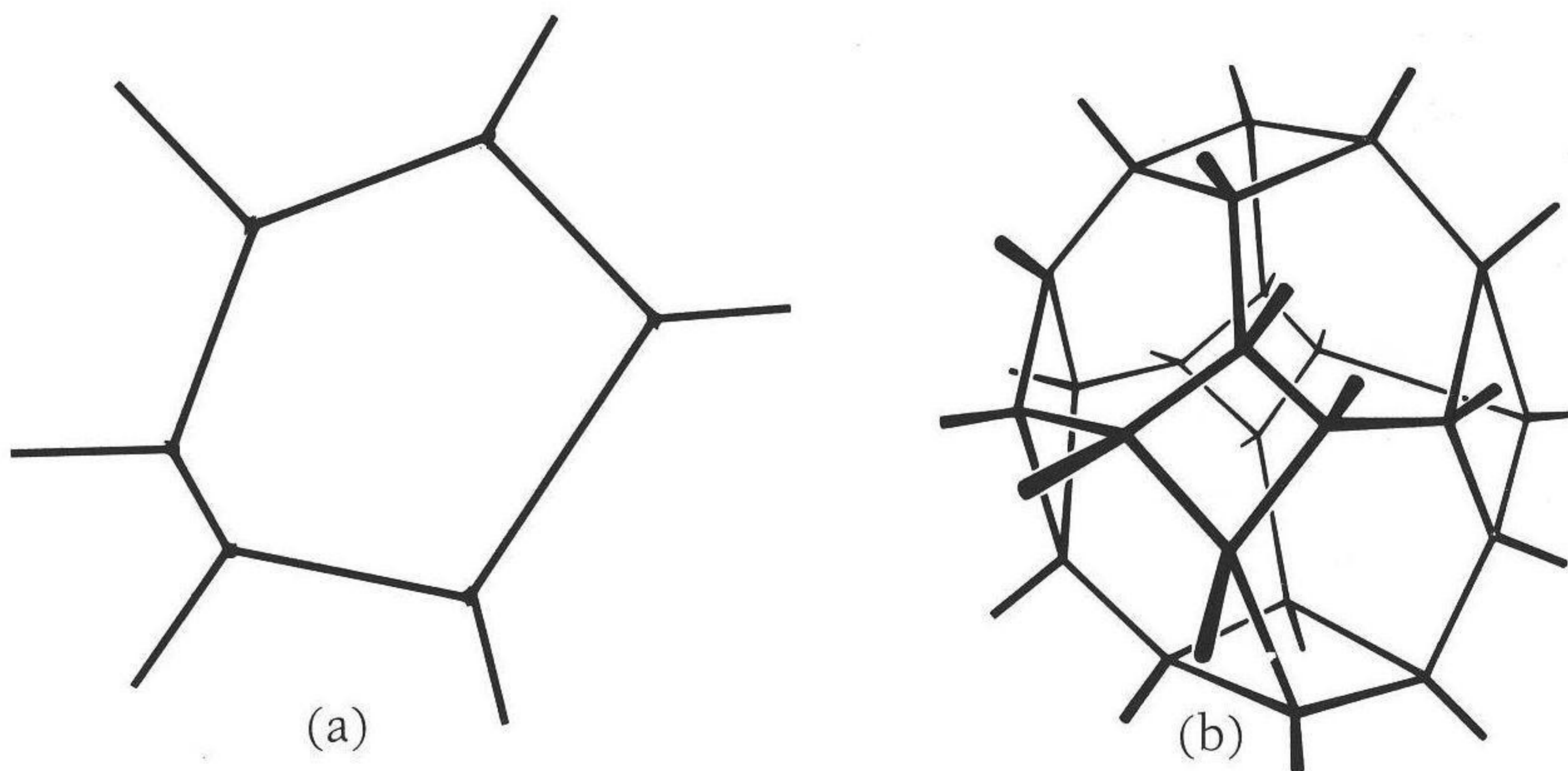
Zkusme nyní pochopit, proč je přirozené, že entropie při vývoji systému roste, jak tvrdí druhý zákon termodynamiky. Představme si, že náš systém začíná ve stavu s malou hodnotou entropie. Znamená to, že bod  $p$  pohybující se podél určité evoluční křivky ve fázovém prostoru  $\mathcal{P}$  je na počátku totožný s bodem  $p_0$ . Tento bod se nachází ve velmi malé granuli  $\mathcal{R}_0$  reprezentující výchozí stav systému (viz obrázek 1.15). Je potřeba mít stále na paměti, že různé granule mají diametrálně odlišné velikosti. Protože fázový prostor má nesmírně velký počet dimenzí, platí také, že určitá granule sousedí s ohromně velkým počtem okolních granulí. (Naše názorné dvojdimenzionální a třídimenzionální ilustrace jsou v tomto ohledu poněkud zavádějící, ale i na nich je vidět, že počet sousedů s počtem dimenzí roste: ve dvourozměrném případě existuje typicky šest sousedů, zatímco ve třírozměrném případě jich je typicky čtrnáct, viz obrázek 1.16.) Opustí-li tedy evoluční křivka systému, reprezentovaná pohybem bodu  $p$ , počáteční granuli  $\mathcal{R}_0$ , s velmi vysokou pravděpodobností se ocitne v granuli  $\mathcal{R}_1$ , která má mnohem větší objem než  $\mathcal{R}_0$ . Je naopak skoro nemožné najít v bezprostředním okolí sousední oblast, která je nepoměrně menší než výchozí granule, kam by se bod  $p$  mohl *náhodným způsobem* přesunout – je to jako hledat pověstnou jehlu v kupce sena!

Proto bude též *logaritmus* objemu následující granule  $\mathcal{R}_1$  o něco větší než *logaritmus* objemu výchozí granule  $\mathcal{R}_0$ , i když ne o tolik, kolik činí nárůst sa-

# 1. DRUHÝ ZÁKON A JEHO HLUBOKÁ ZÁHADA



Obr. 1.15 Vývoj systému začíná v bodě  $p_0$ , který leží v docela malé granuli  $\mathcal{R}_0$ .



Obr. 1.16 S narůstající dimenzí  $n$  se enormně rychle zvyšuje typický počet sousedních granulí: (a) pro  $n = 2$  existuje typicky 6 sousedů, (b) pro  $n = 3$  existuje typicky 14 sousedů.

motných velikostí obou granulí (viz kapitolu 1.2). Entropie se proto o trochu zvětší. Jakmile bod  $p$  vstoupí do další granule  $\mathcal{R}_2$ , lze opět s velkou pravděpodobností předpokládat, že objem  $\mathcal{R}_2$  bude mnohem větší než objem  $\mathcal{R}_1$ ,



## 1.5 NEÚPROSNÝ RŮST ENTROPIE DO BUDOUCNA

takže entropie opět o něco vzroste. Potom se  $p$  přesune do následující granule  $\mathcal{R}_3$ , která nejspíš bude zase daleko větší než ta předchozí. Entropie systému znovu naroste a tak to bude pokračovat stále dál. Objem granulí, jimiž bod  $p$  prochází, narůstá a je prakticky nemožné, aby se při dalším vývoji strefil zpátky do nějaké menší granule reprezentující stav s menší entropií. Je to prostě „vysoce nepravděpodobné“. Jak plyne čas směrem do budoucnosti, hodnota entropie musí dle očekávání neúprosně růst (byť pomaleji, než roste velikost samotných objemů příslušných granulí).

Není samozřejmě vyloučeno, že tu a tam zaznamenáme i pokles entropie. Jde pouze o to, že takový proces je krajně nepravděpodobný. Nárůst entropie je zkrátka jen přirozený trend běhu věcí, jenž se odehrává ve fázovém prostoru rozděleném na granule různých velikostí. Odpovídá statistickému charakteru pohybu stavového bodu  $p$ , který je přitom jednoznačně určen deterministickými zákony (například) newtonovské mechaniky.

Mohli bychom se právem podívat nad skutečností, proč se bod  $p$  nepřesune *přímo a hned* do granule  $\mathcal{R}_{\max}$ , jež má tu největší možnou velikost ze všech. Proč místo toho delší dobu postupně prochází čím dál většími granulemi fázového prostoru. Granule  $\mathcal{R}_{\max}$  přitom odpovídá *stavu tepelné rovnováhy*, kdy objem  $\mathcal{R}_{\max}$  převyšuje součet objemů všech ostatních granulí. Opravdu lze očekávat, že se bod  $p$  v oblasti  $\mathcal{R}_{\max}$  *nakonec* ocitne. Jakmile se do této největší granule dostane, pak v ní už po většinu času také zůstane. Jen občas učiní krátký výlet do některé ze sousedních granulí s menším objemem (tomuto procesu říkáme fluktuace). Evoluční křivka je ovšem plynulá a blízké stavy na ní ležící se od sebe příliš neliší. Proto se ani objemy sousedních granulí příliš neodlišují, nejde tedy o přímý skok do  $\mathcal{R}_{\max}$ . Neměli bychom proto očekávat náhlé a nespojitě změny v hodnotě entropie, ale spíš její postupný nárůst.

To vše zní velmi rozumně a uspokojujivě. Vede nás to k přesvědčení, že postupný růst entropie směrem do budoucnosti je velmi přirozený jev, který nevyžaduje žádné další odůvodnění (vyjma snad rigorózního ujasnění detailů, jež vyžadují matematictí puristé, o nichž jsme se již zmínili). Týká se to například vajíčka zmíněného v předchozí kapitole, které se v okamžiku označeném jako NYNÍ pohybuje tím způsobem, že po chvíli přepadne přes hranu stolu a s vysokou pravděpodobností má opravdu před sebou budoucnost charakterizovanou růstem entropie související s jeho pádem a rozbitím na zemi. Celý proces je plně konzistentní s našimi prostými úvahami o narůstajících objemech granulí fázového prostoru.

## 1. DRUHÝ ZÁKON A JEHO HLUBOKÁ ZÁHADA

Pojďme si však nyní položit trochu jinou otázku. Ptejme se naopak po *minulém* chování vajíčka. Chceme vědět, jaký byl nejpravděpodobnější způsob, kterým se vajíčko dostalo do nynějšího stavu, kdy se pohybuje určitou rychlostí směrem k hraně stolu.

Tento problém můžeme zkusit vyřešit úplně stejně jako předchozí situaci, kdy nás zajímal nejpravděpodobnější budoucí vývoj systému ze stavu NYNÍ. Tentokrát se však zaměříme na nejpravděpodobnější *minulý* vývoj systému, který *vyústil* v NYNÍ. Naše Newtonovy pohybové zákony fungují stejně dobře i pozpátku a poskytují nám deterministický vývoj i v minulosti. Ve fázovém prostoru  $\mathcal{P}$  tudíž existuje konkrétní vývojová křivka, která vede do bodu  $p_0$ . Ta popisuje minulost vajíčka a vysvětluje, jak se dostalo do dnešního stavu zde a nyní, kdy se pohybuje směrem k okraji stolu. Abychom našli tento „nejpravděpodobnější“ minulý vývoj našeho vajíčka, znova prozkoumáme velikosti granulí sousedících s  $\mathcal{R}_0$ . Opět zjistíme, že jejich rozměry se výrazně liší. Bude tedy existovat neporovnatelně více evolučních křivek končících v bodě  $p_0$ , které do granule  $\mathcal{R}_0$  vstupují z velké oblasti  $\mathcal{R}_1$ , než křivek, které do  $\mathcal{R}_0$  vstupují z mnohem menších sousedních granulí. Nechť kupříkladu evoluční křivka vstupuje do  $\mathcal{R}_0$  z oblasti  $\mathcal{R}'_1$ , která má mnohem větší objem než  $\mathcal{R}_0$ . Ještě předtím budou ale také existovat sousedící oblasti diametrálně odlišných velikostí a znova spatříme, že absolutní většina možných evolučních křivek vstupujících do  $\mathcal{R}'_1$  bude přicházet ze sousedních granulí, jež jsou mnohem větší než  $\mathcal{R}'_1$ . Vypadá to tedy, že minulý vývoj námi sledované křivky byl takový, že do  $\mathcal{R}'_1$  vstoupila křivka z granule  $\mathcal{R}'_2$ , která je daleko větší než  $\mathcal{R}'_1$ . A podobně do  $\mathcal{R}'_2$  vstoupila z  $\mathcal{R}'_3$ , která je ještě větší než  $\mathcal{R}'_2$  a tak dále, jak je znázorněno na obrázku 1.15.

K takovému závěru nás tedy přirozeně dovedly naše úvahy. Není to však celé nesmysl? Zajisté existuje nesrovnatelně více těchto evolučních trajektorií vedoucích do bodu  $p_0$  než trajektorií, jimiž se lze do  $p_0$  dostat posloupností mnohem *menších* granulí, řekněme ...,  $\mathcal{R}_{-3}$ ,  $\mathcal{R}_{-2}$ ,  $\mathcal{R}_{-1}$ ,  $\mathcal{R}_0$ . A přitom právě tato posloupnost směřující od menších granulí k větším je daleko pravděpodobnější, neboť odpovídá druhému zákonu termodynamiky. Naše předchozí úvahy nám tedy neposkytly argument ve prospěch platnosti druhého zákona, ale právě naopak to vypadá, že nás dovedly k naprosto *chybnému* závěru, totiž že v minulosti docházelo k hrubému *narušování* druhého zákona!

Z úvah tohoto typu, zdá se, plyne, že například vajíčko se do stavu, kdy se kutálí po stole, dostane s největší pravděpodobností tak, že začne jako hromádka žloutku, bílku a částí skořápky na podlaze pod stolem, z níž se

## 1.6 PROČ JE MINULOST JINÁ?

zázrakem poskládá nerozbité vajíčko, všechny kousky skořápky se uspořádají do neporušeného vejčitého tvaru, do něhož se přitom pěkně naskládá rozplácly bílek a uvnitř něj žloutek, jež se potom vznese a vyskočí nahoru na stůl. Právě takové chování by totiž odpovídalo výše popsanému sledu úvah o nejpravděpodobnějších vývojových křivkách ve fázovém prostoru, které procházejí granulemi s čím dál menšími objemy, jako třeba ...,  $\mathcal{R}'_3, \mathcal{R}'_2, \mathcal{R}'_1, \mathcal{R}'_0$ . Což by bylo v diametrálním rozporu s tím, co se opravdu odehrálo, totiž že jistá neopatrná osoba strčila do vajíčka na stole tak nešťastně, že se dokutálelo na okraj stolu a spadlo z něj. *Takovýto* vývoj, který je v souladu s druhým zákonem, je ve fázovém prostoru  $\mathcal{P}$  reprezentován vývojovou křivkou procházející posloupností granulí se silně rostoucími objemy ...,  $\mathcal{R}_{-3}, \mathcal{R}_{-2}, \mathcal{R}_{-1}, \mathcal{R}_0$ . Aplikujeme-li naše argumenty směrem do minulosti, dostáváme tedy *nejnesmyslnější* odpovědi, jaké si vůbec dokážeme představit.

### 1.6 PROČ JE MINULOST JINÁ?

Jak to, že nás úvahy dovedly k tak absurdním závěrům, přestože na první pohled používaly stejnou argumentaci, jakou jsme prve zcela přesvědčivým způsobem využili k podpoře statistické platnosti druhého zákona termodynamiky, když šlo o budoucí vývoj běžných fyzikálních systémů? Chyba úvah, jež jsem tu přestřel, spočívá v tom, že jsme mlčky předpokládali, že vývoj je vzhledem k velikosti granulí „náhodný“. On ale rozhodně náhodný či chaotický není, protože je jednoznačně určen dynamickými (například Newtonovými) zákony. My jsme však předpokládali, že dynamický vývoj nemá žádné jasné preference, což dobře fungovalo v případě přirozeného vývoje směrem do budoucnosti. Když ale uvažujeme o vývoji obráceném v čase do minulosti, je tento předpoklad zcela neoprávněný. Aby se například vajíčko poskládalo dohromady z nepořádku na podlaze, což je naprosto nepravděpodobný děj, je zapotřebí velmi speciální volba vývoje, nikoli nahodilé přeskokování z jedné granule fázového prostoru do druhé. Kdybychom takový děj opravdu spatřili ve skutečném světě, zajisté bychom jej pokládali za dílo magie či nereálné teleologie. Proč vlastně pokládáme takovýto „cílený“ vývoj za přijatelný, hledíme-li směrem do minulosti, zato nám přijde vědecky zcela neakceptovatelný, jakmile ho sledujeme směrem do budoucnosti?

Odpověď, nikoli však „vědecké vysvětlení“, tkví prostě v tom, že „minulá teleologie“ je zcela běžný jev známý z naší každodenní zkušenosti, zatímco s „budoucí teleologií“ jsme se reálně nikdy neselekali. Takový je *zásadní rys*

## 1. DRUHÝ ZÁKON A JEHO HLUBOKÁ ZÁHADA

našeho světa, druhý zákon prostě platí. V našem skutečném světě dynamické zákony jistě neusměrňují vývoj systému k nějakému předem vytčenému cíli. Můžeme tedy oprávněně předpokládat, že se vůbec nestarají o formální rozdělení fázového prostoru na větší či menší granule. Naproti tomu „cílené směřování“ evolučních křivek směrem do minulosti je naprosto běžné. Zkoumáme-li chování evoluční křivky do minulosti, zdá se nám, jako by „úmyslně“ vyhledávala menší a menší granule. Vůbec nám to nepřijde divné, protože se s tím v běžném životě stále setkáváme. Vejce kutálející se po stole, které potom spadne na zem a rozbije se, nám vůbec nepřijde zvláštní, zatímco film stejného děje puštěný pozpátku vypadá opravdu velmi nereálně. Představuje to, co při běžném běhu času vůbec nenastává. Není to proces ze skutečného fyzikálního světa. „Teleologie“ tohoto druhu je akceptovatelná, koukáme-li směrem do minulosti, není však součástí naší zkušenosti s realitou vyvíjející se běžným způsobem do budoucnosti.

Toto zdánlivě teleologické chování směrem do minulosti můžeme dokonce velmi snadno pochopit. Stačí pouze předpokládat, že samotný počátek světa byl ve fázovém prostoru reprezentován nesmírně malou granulí, takže počáteční stav našeho vesmíru měl velice malou entropii. Garantují-li dynamické zákony víceméně spojitý vývoj, stačí jen předpokládat, že počáteční stav vesmíru, který dnes nazýváme *velký třesk*, měl z nějakých důvodů mimořádně nízkou hodnotu entropie (jejíž podstata však je, jak dále uvidíme, vcelku delikátní záležitostí). Entropie vesmíru potom relativně plynule narůstala. To nám poskytuje teoretické vysvětlení, proč platí druhý zákon termodynamiky. Klíčovou věcí je zcela speciální charakter velkého třesku, nesmírně malý rozměr počáteční granule reprezentující fyzikální stav, v němž se vesmír na počátku své existence nacházel.

Právě otázka speciálního charakteru velkého třesku je ústředním tématem této knihy. V kapitole 2.6 uvidíme, jak neuvěřitelně výjimečný a speciální musel ve skutečnosti velký třesk být. S tímto unikátním počátečním stavem se budeme muset vypořádat. Hluboké hádanky, které s ním souvisejí, nás posléze dovedou k mým zvláštním představám, jimž je tato kniha věnována. Pro danou chvíli jen zaznamenejme, že přijmeme-li existenci výjimečně speciálního stavu, z něhož vzešel náš vesmír, pak druhý zákon je jeho přirozeným důsledkem. Neexistuje-li žádný *finální* stav vesmíru s nízkou entropií, který by teleologicky zaručil, že evoluční křivka vesmíru musí skončit v jiné naprosto výjimečně malé „budoucí“ granuli  $\mathcal{F}$  fázového prostoru  $\mathcal{P}$ , pak naše úvahy o přirozeném nárůstu entropie směrem do budoucnosti jsou

zcela přijatelné. Podmínka velice malé počáteční entropie, tedy skutečnost, že vývojová křivka vychází z nepatrné oblasti  $\mathcal{B}$  fázového prostoru, nám poskytuje teoretické objasnění druhého zákona, jenž se v našem reálném světě opravdu uplatňuje.

Než se ale (ve druhé části knihy) ponoříme do podrobného zkoumání charakteru velkého třesku, měli bychom ještě objasnit pár věcí. Především se čas od času tvrdí, že na druhém zákoně termodynamiky není vůbec nic záhadného. Že naše zkušenost plynoucího času bezprostředně souvisí s nárůstem entropie, je jeho hlavním projevem. Entropie bude v jednom směru plynutí času růst bez ohledu na to, zda jej nazveme „budoucnost“ či ne. Podle této argumentace platí, že kdyby entropie vůči nějakému časovému parametru  $t$  naopak *klesala*, pak by náš vnitřní pocit plynutí času byl opačný, takže bychom považovali stavy s malou entropií za ty, co leží v „budoucnosti“, zatímco nízké hodnoty entropie bychom vnímali jako „minulé“. Takový časový parametr  $t$  bychom tudíž vzali za *opačný* k našemu běžnému času, takže entropie by i nadále rostla vzhledem k tomu, co bychom vnímali jako budoucnost. Dovedeno do důsledků z toho plyne, že naše vnitřní psychologické vnímání toku času by bylo vždy takové, aby druhý zákon platil, bez ohledu na to, jaký je fyzikální směr změn hodnot entropie.

I když ponecháme stranou pochybnou podstatu tohoto argumentu založeného na „našem vnímání toku času“, zvláště nevíme-li skoro nic o fyzikálním základu „vědomé zkušenosti“, výše uvedená argumentace zjevně pomíjí klíčový bod, totiž že entropie je nesmírně užitečný pojem proto, že náš vesmír je ve stavu velice vzdáleném od termodynamické rovnováhy. Granule jeho fázového prostoru, s nimiž máme osobní zkušenost, jsou tudíž neporovnatelně menší než  $\mathcal{R}_{\max}$ . A navíc skutečnost, že entropie buď monotónně klesá, nebo monotónně roste, závisí na tom, že jeden či druhý koncový stav evoluční křivky ve fázovém prostoru (nikoli obou současně) leží ve velice malé granuli. Takovou vlastnost má jenom zcela zanedbatelné množství hypotetických historií vesmíru. Je nutné najít vysvětlení, proč je výchozí granule  $\mathcal{B}$  tak nepatrná. Tento zásadní problém však zmíněná argumentace zcela opomíjí.

Jindy se zase tvrdí, že druhý zákon je nezbytným předpokladem života. Mnozí říkají, že živé organismy včetně nás mohou existovat jenom v takovém vesmíru (anebo v té jeho fázi), ve kterém druhý zákon termodynamiky platí. Že je nezbytným nástrojem přírodního výběru a tak dále. Jde o typickou „antropickou úvahu“, kterou na obecné úrovni podrobněji rozeberu na konci kapitoly 3.2 a v kapitole 3.3. Ať už je hodnota tohoto druhu úvah v ji-

## 1. DRUHÝ ZÁKON A JEHO HLUBOKÁ ZÁHADA

ných kontextech jakákoli, ve vztahu k našemu problému je zhola k ničemu. Antropické úvahy jsou pochybné povahy, neboť o fyzikálních podmínkách nezbytných pro život toho víme pramálo. Ale i kdybychom připustili, že přírodní výběr je nezbytnou ingrediencí života a že vyžaduje platnost druhého zákona termodynamiky, neposkytuje nám to vůbec žádné vysvětlení faktu, proč se stejný zákon nesporně uplatňuje i v celém pozorovaném vesmíru až do vzdáleností, které na naše bezprostřední okolí nemají žádný vliv. Druhý zákon platí i v galaxiích vzdálených od nás miliardy světelných let a platil i v dobách, kdy na Zemi ještě žádný život neexistoval.

Měli bychom mít na paměti i další okolnost. Pokud nebudeme *předpokládat* platnost druhého zákona, neboli fakt, že vesmír začal v naprosto speciálním počátečním stavu, pak nemůžeme „nepravděpodobnost“ existence života použít jako východisko pro odvození druhého zákona a zdůvodnění jeho fungování v minulosti. I když to na první pohled vypadá podivně, nebudeme-li *apriori předpokládat* platnost druhého zákona, stal by se přirozený vznik života a jeho vývoj přírodním výběrem mnohem *nepravděpodobnější* než jeho „zázračné“ stvoření čistě náhodnou srážkou příslušných atomů! Abychom se o tom přesvědčili, opět si stačí představit evoluční křivku ve fázovém prostoru  $\mathcal{P}$ . Vezměme granuli  $\mathcal{L}$ , jež reprezentuje kompletní stav dnešní Země překypující životem, a zeptejme se, jakým nejpravděpodobnějším způsobem se tento stav mohl vyvinout. Stejně jako u posloupnosti rychle se zmenšujících granulí ...,  $\mathcal{R}_3, \mathcal{R}_2, \mathcal{R}_1, \mathcal{R}_0$  z kapitoly 1.5 zjistíme, že „nejpravděpodobnější“ způsob dosažení  $\mathcal{L}$  je skrze posloupnost rychle se zmenšujících granulí ...,  $\mathcal{L}_3, \mathcal{L}_2, \mathcal{L}_1, \mathcal{L}$ . Ta však představuje teleologickou cestu k vytvoření života. Vypadá zcela náhodně. Je ve zjevném protikladu s tím, co se opravdu odehrálo, a v naprostém *rozporu* s druhým zákonem. Sama existence života tudíž neposkytuje vůbec žádný argument, proč by měl druhý zákon termodynamiky platit.

A konečně je tu ještě jedna otázka, která souvisí s *budoucností*. Už jsem uvedl, že druhý zákon se všemi svými důsledky je pozorovaným faktem a že platí po celém známém vesmíru. To klade velmi silné omezení na jeho počáteční stav. Z pozorování však také plyne, že nejspíš *neexistuje* žádné podobné omezení, které by se týkalo vzdálené budoucnosti. Můžeme si tím ale být *jisti*? Pochopitelně máme jen mlhavou představu, co konkrétně se bude dít v *daleké* budoucnosti. (To, co dnes v tomto ohledu pozorujeme, probereme v kapitolách 3.1, 3.2 a 3.4.) Právem můžeme říci, že zatím nevidíme žádné známky toho, že by se entropie někdy zase měla začít snižovat, tedy že ve

vzdálené budoucnosti by se měl druhý zákon převrátit naruby. Úplně vyloučit to ale také nemůžeme. I když oněch  $\sim 1,4 \times 10^{10}$  let, co uplynula od velkého třesku, vypadá jako hodně dlouhá doba (viz kapitolu 2.1) a žádné obrácení druhého zákona jsme dosud nezaznamenali, pořád je to zanedbatelný časový interval v porovnání s tím, jak dlouhá asi bude budoucnost našeho vesmíru (k čemuž se dostaneme v kapitole 3.1)! Ve vesmíru, jehož evoluční křivka by musela také *končit* v nepatrné oblasti  $\mathcal{F}$ , by v dostatečně dlouhém čase musely částice začít pociťovat silné vzájemné korelace. To by vedlo k jejich podivnému teleologickému chování, které bychom pokládali ze stejné nepřirozené jako sebesestavení rozbitého vajíčka popsané v kapitole 1.5.

Není v rozporu s (například newtonovskou) dynamikou vesmíru, aby jeho evoluční křivka ve fázovém prostoru  $\mathcal{P}$  začínala v nepatrné počáteční granuli  $\mathcal{B}$  a současně *končila* v jiné granuli  $\mathcal{F}$ . Takových křivek jistě bude mnohem méně než těch, které pouze začínají v  $\mathcal{B}$ , jako nejspíš v našem vesmíru, ale musíme si zvyknout na skutečnost, že i těch je vzhledem ke všem možnostem málo. Situací, kdy jsou *oba* koncové body evoluční křivky uvnitř nepatrných granulí, je jistě daleko méně, ale z čistě logického hlediska není jejich statut ničím výjimečný a nemůžeme je tudíž vyloučit. Pro takové vývoje by v raných fázích existence vesmíru platil druhý zákon v obvyklém znění, ale v pozdějších fázích by naopak platila *opačná* verze druhého zákona, takže entropie by se s časem *zmenšovala*.

Osobně pokládám tuto hypotetickou možnost, totiž že by se druhý zákon v jistém okamžiku vývoje vesmíru převrátil, za zcela nereálnou. V mé teorii, kterou v této knize předkládám, nehraje žádnou roli. Přesto bych rád zdůraznil, že takováto eventualita není sama o sobě logicky zakázána. Exotické možnosti tohoto druhu nelze apriori vyloučit. Ve třetí části knihy však přijdu s jinou hypotézou, kterou nyní rovněž nemůžeme zavrhnout. Navíc však bude vycházet ze skutečně pozorovaných zvláštních rysů našeho vesmíru, jimiž si můžeme být vcelku jisti. Začneme tedy ve druhé části knihy rekapitulací, co dnes víme o velké třesku.





# ČÁST 2

## Podivně speciální povaha velkého třesku

- 2.1 Náš expandující vesmír
- 2.2 Všudypřítomné reliktní záření
- 2.3 Prostorčas, světelné kužele, metriky,  
konformní geometrie
- 2.4 Černé díry a prostorčasové singularity
- 2.5 Konformní diagramy a konformní hranice
- 2.6 Čím byl velký třesk speciální

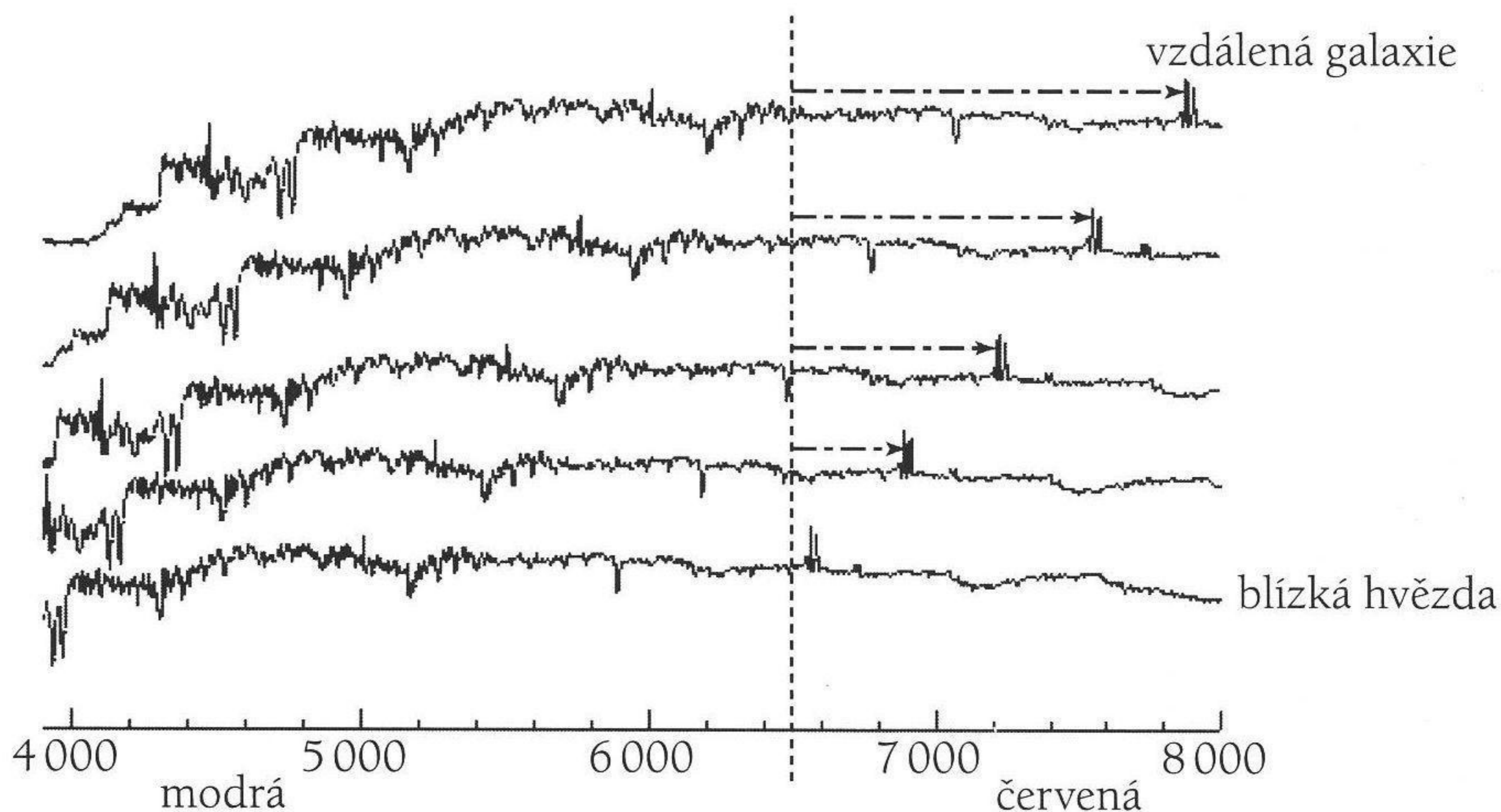
## 2. PODIVNĚ SPECIÁLNÍ POVAHA VELKÉHO TŘESKU

### 2.1 NÁŠ EXPANDUJÍCÍ VESMÍR

Velký třesk. Co se v něm opravdu stalo? Existuje nesporný observační důkaz, že se tato prvotní exploze, z níž vzešel celý náš vesmír, skutečně odehrála? A co odpověď na ústřední problém první části knihy: Jak mohla tak divoká a žhavá událost reprezentovat stav s *nesmírně malou* entropií?

První indicie o explozivním počátku našeho vesmíru a jeho *rozpínání* přinesl svými pozorováními americký astronom Edwin Hubble. Bylo to v roce 1929, i když náznaků expanze vesmíru si všimnul Vesto Slipher už v roce 1917. Hubbleova pozorování dosti přesvědčivě ukázala, že vzdálené galaxie se od nás vzdalují, přičemž rychlost je přímo úměrná jejich vzdálenosti. Když tedy pohyb galaxií extrapolujeme zpátky v čase, nevyhnutelně z toho musíme učinit závěr, že vše ve vesmíru muselo být kdysi dávno víceméně na stejném místě. Právě tato událost, kterou dnes nazýváme „velký třesk“, představuje onu mohutnou explozi, v níž vzala svůj počátek veškerá známá hmota. Mnoho následných pozorování a speciálních experimentů (z nichž některé vzápětí popíšu) Hubbleovy závěry plně potvrdilo a posílilo.

Hubbleovy úvahy vycházely z pozorování rudých posuvů spektrálních čar vysílaných vzdálenými galaxiemi. Pojem „rudý posuv“ vystihuje skutečnost, že frekvence, na nichž září atomy v daleké galaxii, jsou při pozorování ze Země trochu posunuty směrem k červenému konci spektra (obrázek 2.1),



**Obr. 2.1** Rudý posuv spektra vyzařovaného atomy ve vzdálené galaxii lze konzistentně vysvětlit jako Dopplerův posuv.

a to rovnoměrným způsobem. Proto ho lze hodnověrně interpretovat jako takzvaný *Dopplerův posuv*,<sup>1</sup> neboli zčervenání pozorovaného objektu zapříčiněné tím, že se od nás velkou rychlostí vzdaluje. Rudý posuv je tím větší, čím je galaxie dál, přičemž korelace jsou v souladu s Hubbleovou představou prostorově uniformní expanze vesmíru.

V následujících letech bylo provedeno mnoho čím dál přesnějších měření a můžeme zodpovědně prohlásit, že Hubbleova původní interpretace jimi byla plně potvrzena. Nedávný detailní pohled na rozpínání vesmíru nadto přinesl informace o tom, jak se expanze měnila v čase. Vynořil se tím obraz kosmu, který je obecně akceptován (i když samozřejmě stále zaznívají i varovné hlasy,<sup>2</sup> jakmile se odborná debata začne zabývat detaily). Panuje kupříkladu značná shoda, že událost označovaná jako velký třesk,<sup>3</sup> kdy byla veškerá hmota vesmíru soustředěna na jediném místě, se odehrála před  $1,37 \times 10^{10}$  roky.

Neměli bychom si však představovat, že se velký třesk odehrál v jisté konkrétní oblasti vesmíru. Kosmologové si v souladu s Einsteinovou obecnou teorií relativity představují, že velký třesk zahrnoval veškerý fyzikální *prostor* vesmíru, nikoli jen jeho hmotný obsah. I sám prostor tedy musel být v oněch prvních okamžicích nesmírně malý. Abychom tímto tvrzením nebyli zmateni, musíme získat určitou představu o tom, jak funguje Einsteinova obecná teorie relativity, v níž hraje ústřední roli zakřivený prostoročas. V kapitole 2.2 budu muset rozebrat Einsteinovu teorii do větší hloubky, ale pro tuto chvíli vystačíme s obvyklou analogií, kdy rozpínající vesmír připodobníme k nafukujícímu se balonku. Vesmír stejně jako povrch balonku se s časem zvětšuje. V obojím případě expanduje veškerý prostor, neexistuje žádný privilegovaný střed vesmíru či unikátní místo na povrchu balonku, od něhož by se vše vzdalovalo. Pochopitelně, náš třírozměrný prostor, do kterého dvourozměrný nafukující se balonek umísťujeme, obsahuje bod uprostřed sféry, který je vůči povrchu centrální, ale tento bod není součástí expandujícího povrchu. Podobně je tomu i s naším vesmírem, kde ovšem namísto dvourozměrného sférického povrchu uvažujeme celou třírozměrnou prostorovou geometrii kosmu.

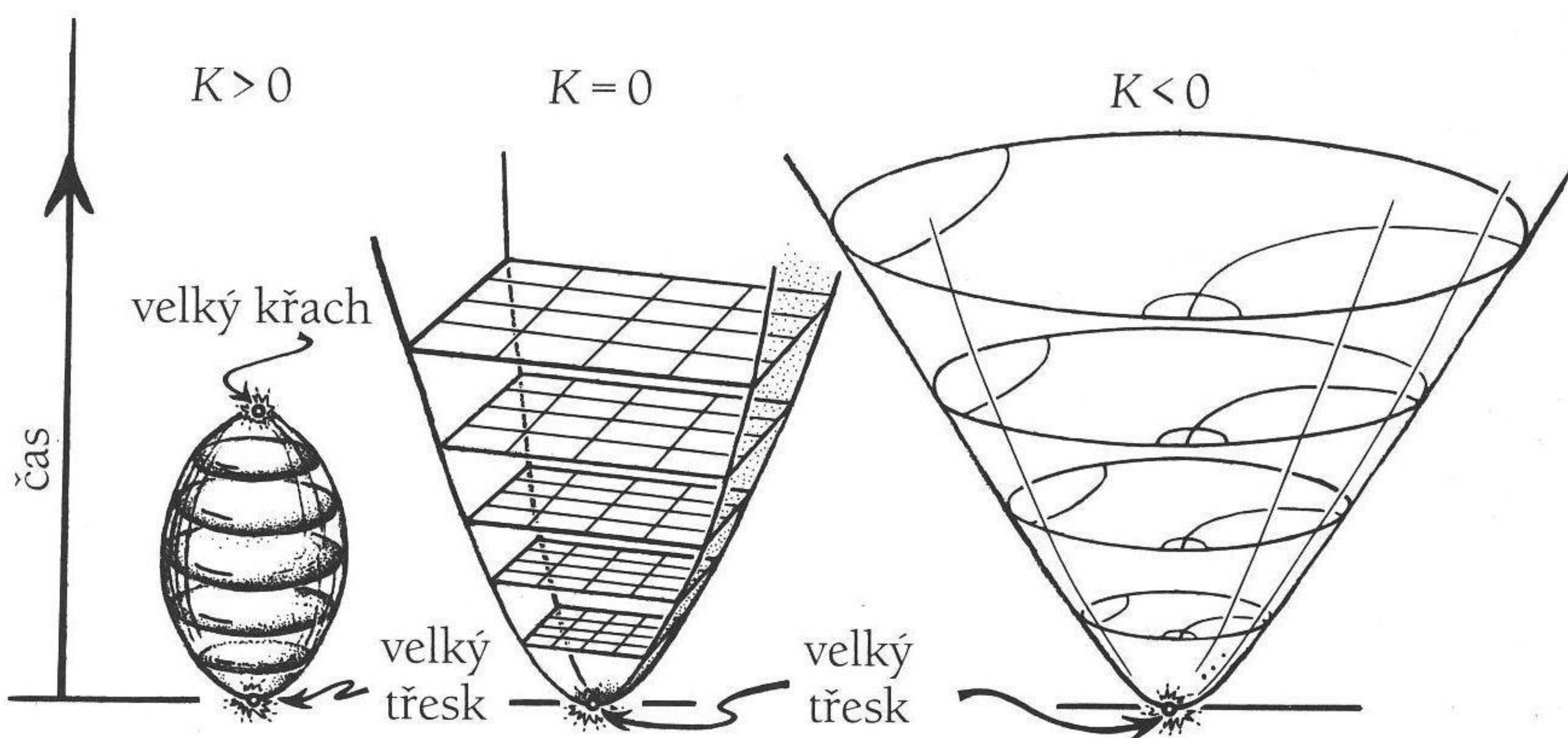
Časová závislost *skutečné* expanze vesmíru, kterou odhalují naše pozorování, opravdu je ve vynikající shodě s rovnicemi Einsteinovy obecné teorie relativity. Ale jenom tehdy, když do teorie přidáme dvě dosti nečekané ingredience, pro které se nedávno vžilo (vcelku nešťastné<sup>4</sup>) označení „temná hmota“ a „temná energie“. Obě tyto ingredience budou hrát značnou roli

## 2. PODIVNĚ SPECIÁLNÍ POVAHA VELKÉHO TŘESKU

v modelu, který v této knize hodlám předložit (viz kapitoly 3.1 a 3.2). Dnes jsou již uznávanými složkami standardního obrazu moderní kosmologie, přestože ne všichni experti je plně akceptují.<sup>5</sup> Pokud jde o mne, nemám žádný problém přijmout existenci *obou* temných složek, jak neviditelného materiálu „temné hmoty“, jejíž podstatu prozatím neznáme, tak rozšíření rovnic obecné relativity o malou kladnou *kosmologickou konstantu*  $\Lambda$ , kterou Einstein zavedl v roce 1917 (později ji však označil za zbytečnou), jež je nejpřijatelnější formou „temné energie“.

Je nutno také zdůraznit, že Einsteinova obecná teorie relativity (s nulovou či malou  $\Lambda$ ) je extrémně dobře prověřenou teorií v rámci sluneční soustavy. Dokonce i dnes běžné a velmi užitečné globální poziční systémy jako GPS fungují vysoce přesně v určování polohy kdekoli na zeměkouli jenom díky obecné teorii relativity. Ještě působivější je vynikající přesnost, s jakou Einsteinova teorie modeluje chování binárních pulsarů:<sup>6</sup> v tomto případě je přesnost řádově jedna ku  $10^{14}$  (v tom smyslu, že časování impulzních signálů z binárního systému PSR 1913+16, který sledujeme již 40 let, je obecnou relativitou přesně modelováno s odchylkou menší než  $10^{-6}$  sekundy za rok).

První dynamické kosmologické modely vycházející z Einsteinovy teorie našel v letech 1922 a 1924 ruský matematik Alexander Friedmann. Na obrázku 2.2 jsem načrtl jejich prostoročasové historie. Je na nich zachycen časový vývoj tří možných druhů (pro případ  $\Lambda = 0$ ), lišících se tím, jestli



**Obr. 2.2** Prostoročasové historie Friedmannových kosmologických modelů, jejichž prostorová křivost je kladná, nulová či záporná (zleva doprava).

## 2.1 NÁŠ EXPANDUJÍCÍ VESMÍR

je jejich *prostorová* křivost kladná, nulová anebo záporná.<sup>7</sup> Použil jsem přitom běžnou konvenci pro kreslení prostoročasových diagramů, kdy svislý směr nahoru reprezentuje časový vývoj, zatímco vodorovné směry popisují prostorové dimenze. Ve všech třech zmíněných případech předpokládáme, že prostorová část geometrie je naprosto uniformní (tedy homogenní a izotropní). Kosmologické modely s takovými symetriemi se obecně nazývají *Friedmannovy-Lemaîtreovy-Robertsonovy-Walkerovy* (FLRW) modely. Původní Friedmannovy modely z 20. let jsou jejich speciálním případem, kdy je hmotný obsah vesmíru modelován *tekutinou bez tlaku*, tedy „prachem“ (viz též kapitolu 2.4).

V podstatě<sup>8</sup> existují pouze tyto tři případy speciálních geometrií, konkrétně případ  $K > 0$  s kladnou prostorovou křivostí, kdy je prostorová geometrie trojrozměrnou analogií sférického povrchu (například již zmiňovaného balónku), plochý případ  $K = 0$ , kdy má prostorová geometrie běžný eukleidovský charakter, a případ se zápornou křivostí  $K < 0$  s *hyperbolickou* geometrií trojrozměrného prostoru. Máme to štěstí, že holandský umělec Maurits C. Escher nádherně znázornil všechny tyto tři druhy geometrií konstantní křivosti pomocí mozaiky andělů a ďáblů, viz obrázek 2.3. Musíme ale mít na paměti, že v tomto případě se jedná pouze o znázornění *dvojměrných* ploch, analogicky to však funguje i pro plný třírozměrný prostor.

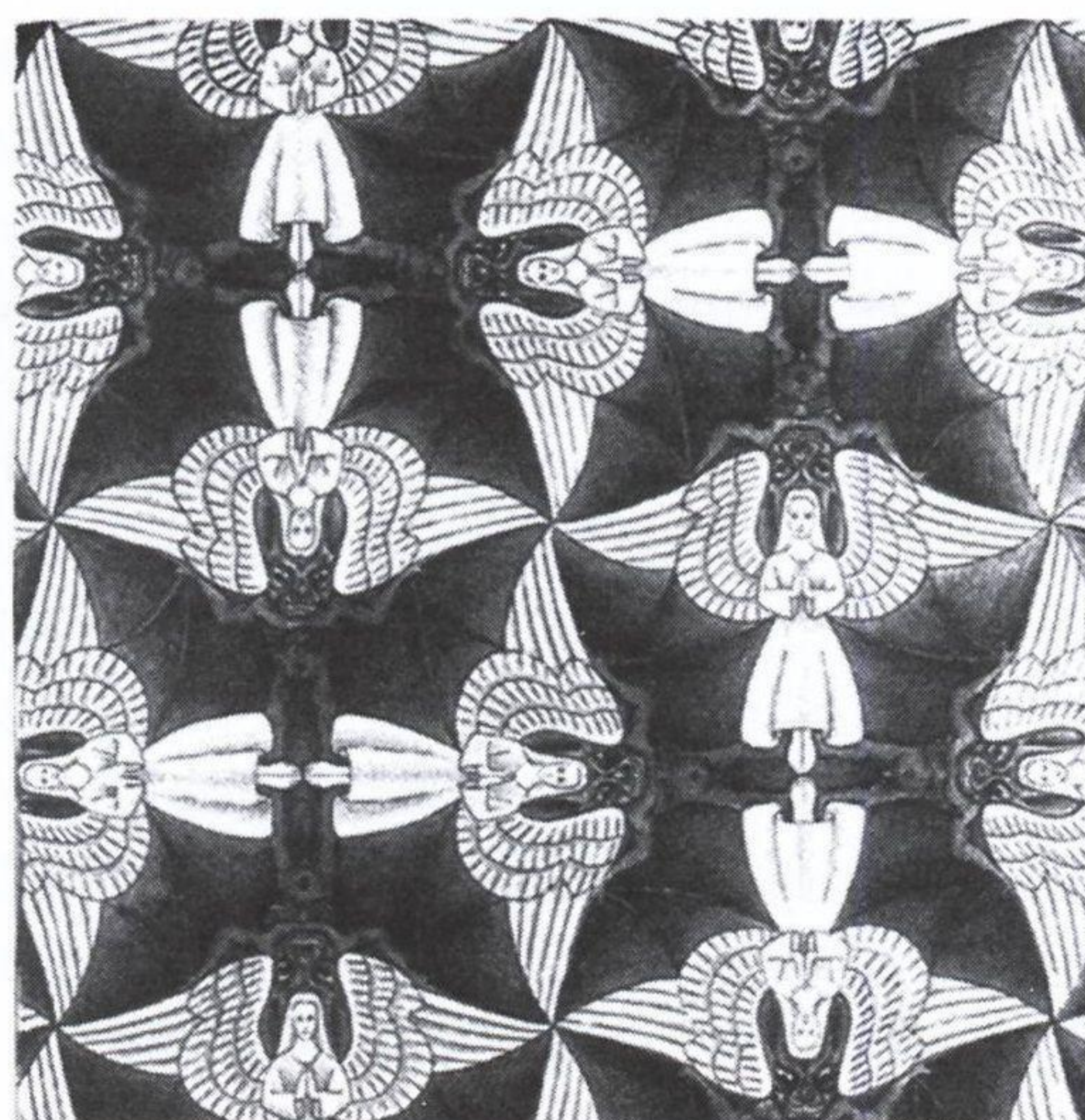
Všechny uvedené modely začínají z počátečního singulárního stavu, z „velkého třesku“. „Singularitou“ se myslí fakt, že hustota hmoty i křivost prostoročasové geometrie v tomto počátečním stavu rostou nade všechny meze. Einsteinovy rovnice (i celá nám známá fyzika) tudíž v singularitě přestávají platit (srovnej s kapitolou 3.2 a dodatkem B.10). Časové chování zmíněných modelů přitom odráží jejich prostorové vlastnosti. Prostorově omezený model (s  $K > 0$  znázorněný na obrázku 2.3(a)) je rovněž časově omezený: kromě počáteční singularity velkého třesku má také *závěrečnou* singularitu „velkého křachu“. Zbylé dva případy ( $K \leq 0$  znázorněné na obrázcích 2.3(b) a (c)) jsou prostorově neomezené a současně i časově neomezené<sup>9</sup> v tom smyslu, že jejich expanze bude pokračovat věčně.

Rok 1998 ale přinesl radikální změnu našeho pohledu na budoucí osud vesmíru. V onom roce dvě nezávislé pozorovací skupiny, z nichž jednu vedl Saul Perlmutter a druhou Brian P. Schmidt, zveřejnily výsledky svých měření velmi vzdálených supernov.<sup>10</sup> Z jejich analýz dosti přesvědčivě vyplynulo, že nedávné rozpínání našeho vesmíru ve skutečnosti není v souladu se standardními Friedmannovými kosmologiemi znázorněnými na obrázku 2.2. Ukazuje

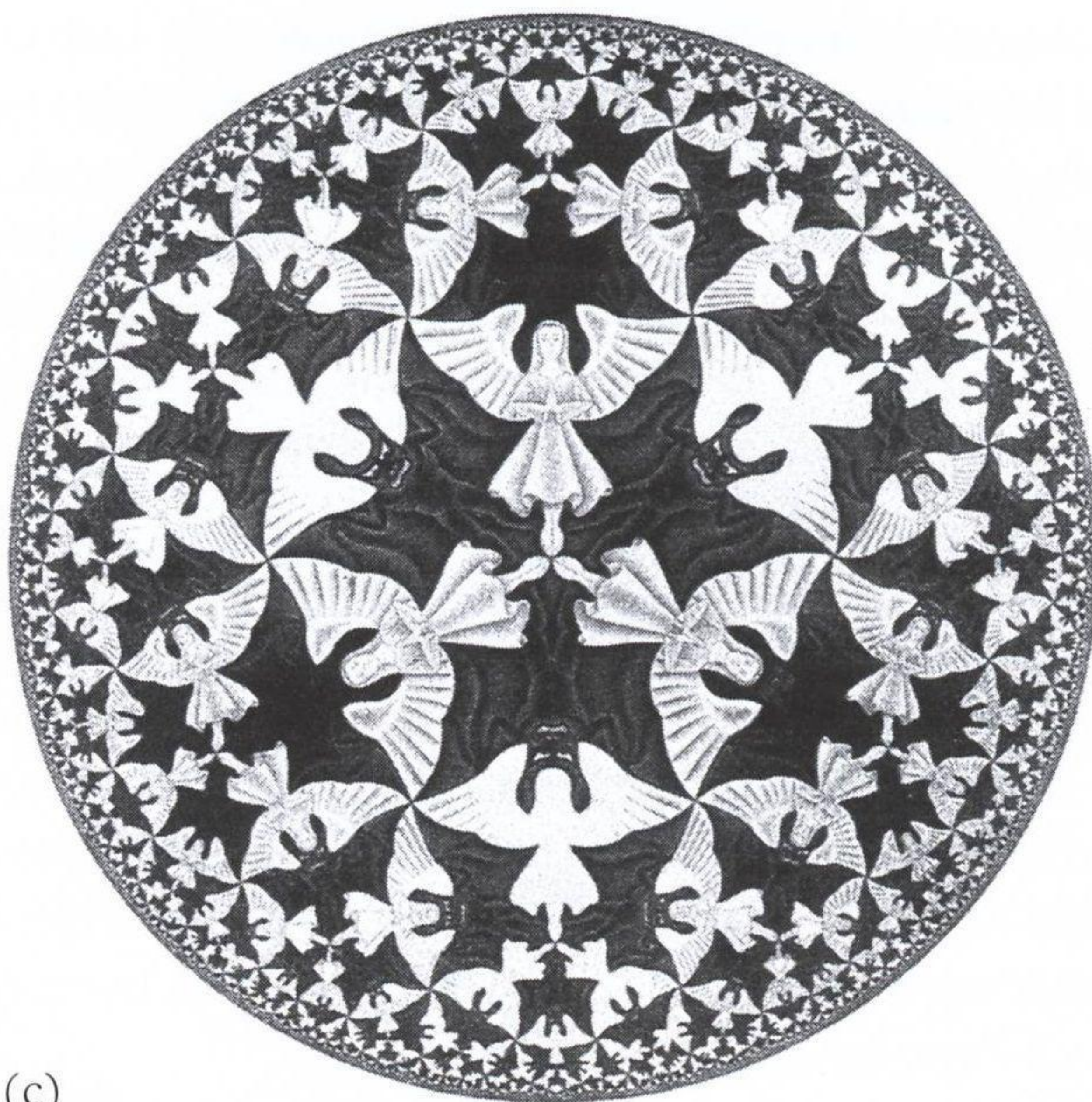
## 2. PODIVNĚ SPECIÁLNÍ POVAHA VELKÉHO TŘESKU



(a)



(b)



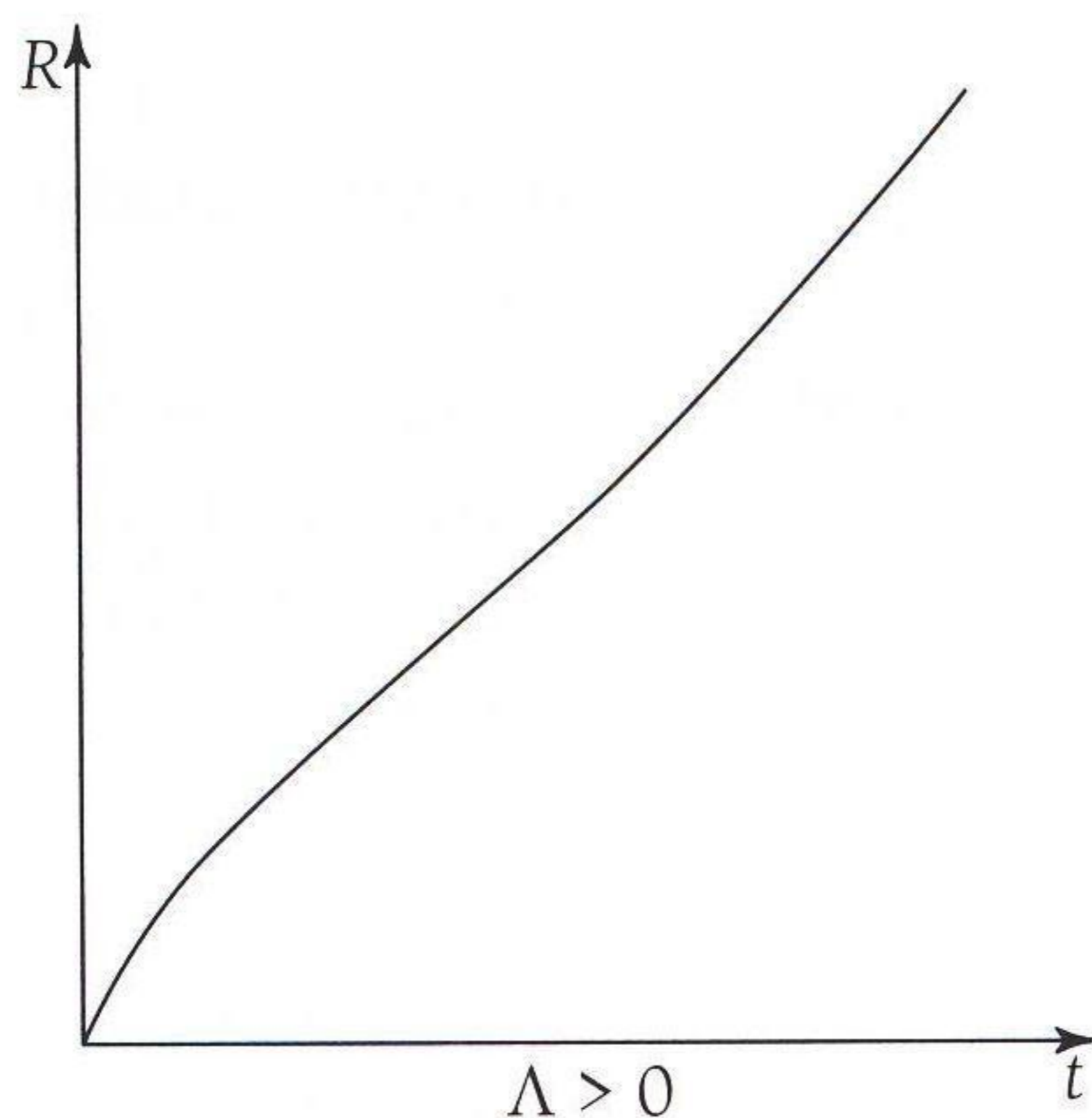
(c)

**Obr. 2.3** Tři základní typy uniformní dvourozměrné geometrie, jak je znázornil Maurits C. Escher: (a) eliptická (kladná křivost  $K > 0$ ); (b) eukleidovská (nulová křivost  $K = 0$ ); (c) hyperbolická (záporná křivost  $K < 0$ ). Copyright M. C. Escher Company (2004).

## 2.1 NÁŠ EXPANDUJÍCÍ VESMÍR

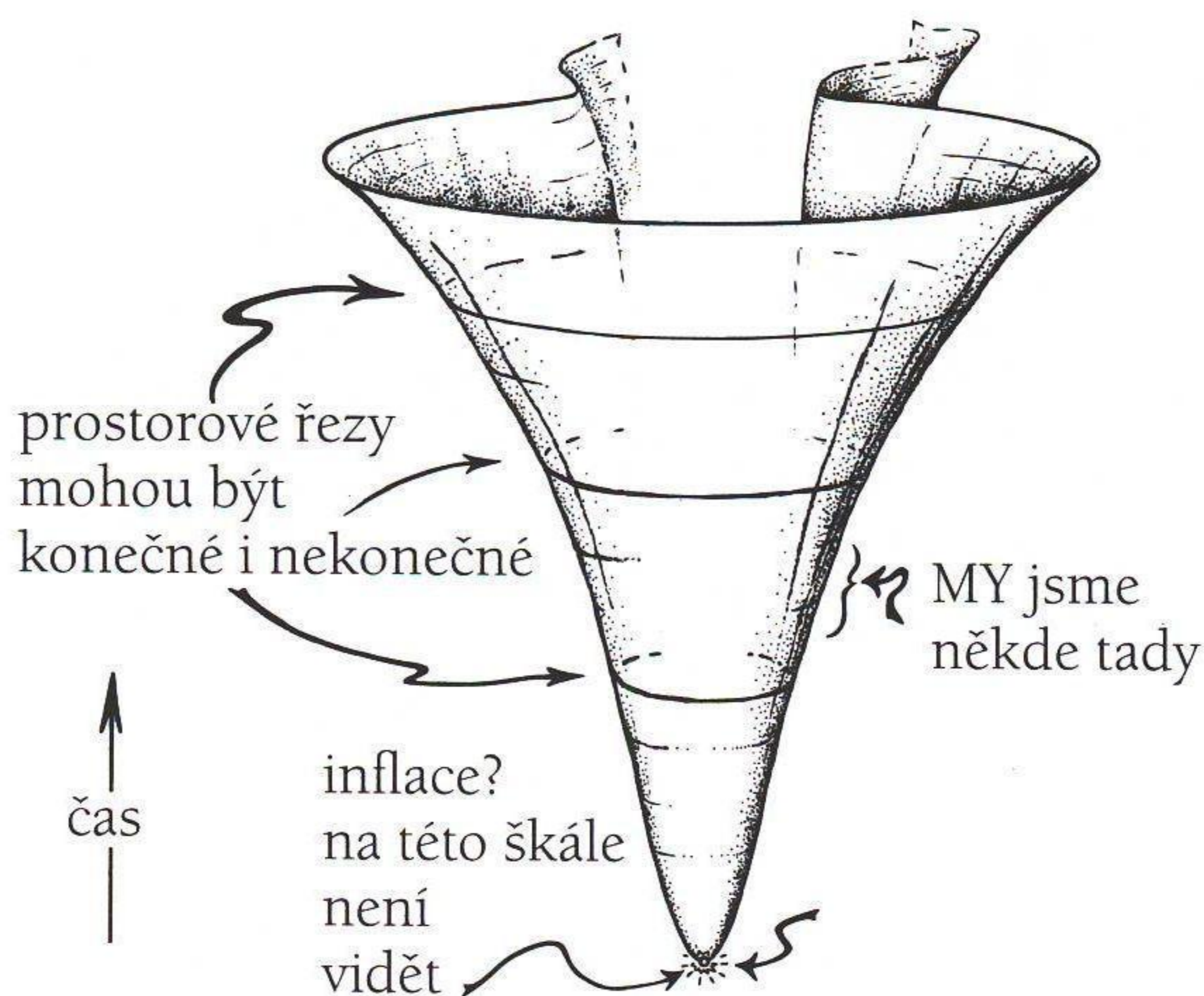
se, že vesmír kupodivu začal své rozpínání zrychlovat, a to tempem, které lze dobře vysvětlit, když do Einsteinových rovnic gravitačního pole zahrneme malou kladnou kosmologickou konstantu  $\Lambda$ . Tato měření i různá další pozorování, jež následovala,<sup>11</sup> nám tedy poskytla docela přesvědčivé důkazy, že se vesmír dnes nachází ve fázi *exponenciálně rychlé expanze*, která je charakteristická pro friedmannovské modely s  $\Lambda > 0$ . Exponenciální rozpínání přitom najdeme nejen u modelů s  $K \leq 0$ , které do budoucnosti věčně expandují, ale i v prostorově omezeném případě  $K > 0$ , pokud je konstanta  $\Lambda$  dostatečně velká na to, aby převážila gravitační přitažlivost běžné hmoty, jež má tendenci zastavit expanzi prostorově konečných Friedmannových modelů a přivést je zpět ke kolapsu „velkého křachu“. Pozorování opravdu ukazují, že  $\Lambda$  je v našem vesmíru dostatečně velká, takže hodnota (i znaménko) parametrů  $K$  je víceméně irelevantní. Rychlost expanze vesmíru dnes na  $K$  prakticky vůbec nezávisí, neboť kladná hodnota kosmologického členu  $\Lambda$  v Einsteinových rovnicích převážila, jakmile se vesmír stal dostatečně velkým. Dostáváme tedy exponenciálně rychlou expanzi bez ohledu na hodnotu parametru  $K$ . Vypadá to, že žijeme ve vesmíru, jehož rozpínání je v podstatě popsáno křivkou znázorněnou na obrázku 2.4. Příslušný prostoročasový diagram je na obrázku 2.5.

Nebudu se tedy příliš starat o to, čím se navzájem liší tři možné typy kosmologických modelů s různými prostorovými geometriemi určenými hodnotou  $K$ . Současná pozorování dokonce naznačují, že celková prosto-



**Obr. 2.4** Velikost vesmíru jakožto funkce času pro kladnou kosmologickou konstantu  $\Lambda$ . Jeho rozpínání přechází ve fázi exponenciální expanze.

## 2. PODIVNĚ SPECIÁLNÍ POVAHA VELKÉHO TŘESKU



**Obr. 2.5** Prostorovočasový obrázek expanze našeho vesmíru pro kladné  $\Lambda$  (záměrně namalováno pro obecnou hodnotu parametru  $K$ ).

rová geometrie našeho vesmíru je hodně blízká plochému případu s  $K = 0$ . V jistém ohledu je to trochu nešťastná situace, neboť stále nejsme schopni dát jasnou odpověď na otázku, jaká ve skutečnosti je globální prostorová geometrie našeho kosmu (zdali je prostorově omezený anebo prostorově nekonečný). Je-li hodnota parametru  $K$  určující celkovou prostorovou křivost v absolutní hodnotě blízká nule, může mít kladné i záporné znaménko.

Na druhou stranu, spousta kosmologů zastává názor, že myšlenka počáteční kosmické inflace poskytuje velké argumenty, proč by prostorová geometrie námi pozorovaného vesmíru měla být (až na nepatrné místní odchylky) ve skutečnosti plochá (tedy odpovídající případu  $K = 0$ ). Tito kosmologové jsou z nových astronomických měření nadšeni. Hypotéza kosmické inflace tvrdí, že velmi záhy po velkém třesku (zhruba v období mezi  $10^{-36}$  až  $10^{-32}$  sekundy) prošel vesmír fází enormní exponenciální expanze, která ho v každém směru zvětšila  $10^{30}$  až  $10^{60}$ krát (a možná i  $10^{100}$ krát). O této kosmické inflaci uvedu více detailů později (v kapitole 2.6), zde bych chtěl pouze čtenáře varovat, že já osobně nejsem příliš nadšeným stoupencem této hypotézy, přestože je dnes mezi kosmology značně populární a obecně přijímaná. Každopádně přítomnost kosmické inflace ve velmi raném vesmíru nemá vůbec žádný vliv na podobu obrázků 2.2 a 2.5, neboť inflační efekty by se projevily jen v okamžicích bezprostředně následujících po velkém třesku. Na škále, ve které jsou obrázky 2.2 a 2.5 nakresleny, je



## 2.2 VŠUDYPŘÍTOMNÉ RELIKTNÍ ZÁŘENÍ

nelze vůbec znázornit. Na druhou stranu, můj model, který budu prezentovat v dalších částech knihy, nejspíš poskytuje hodnověrnou *alternativu* k inflaci. Vysvětluje některé pozorované jevy, které se *obvykle* objasňují dnes tak populárním kosmologickým inflačním schématem (viz kapitolu 3.5).

Kromě těchto motivací mám ještě jeden důvod, proč jsem použil obrázek 2.3(c). Pěkně totiž ilustruje to, co pro nás bude později mít zásadní význam. Nádherné Escherovo dílo totiž vychází z konkrétní reprezentace hyperbolické plochy, jedné z několika, jež v roce 1868 našel geniální italský geometr Eugenio Beltrami.<sup>12</sup> Úplně stejnou reprezentaci našel o 14 let později a nezávisle na něm přední francouzský matematik Henri Poincaré, s jehož jménem je od té doby spojována. Abych dále nepokračoval v tomto terminologickém zmatení, budu o ní hovořit prostě jako o *konformní* reprezentaci hyperbolické plochy. Pojem „konformní“ vystihuje skutečnost, že *úhly* v této záporně zakřivené geometrii jsou správně reprezentovány v eukleidovské rovině, do níž jsou zobrazeny. Ideu konformně spojených geometrií podrobněji popíšu v kapitole 2.3.

Měli bychom si také uvědomit, že Escherovi ďáblové jsou ve skutečnosti z hlediska hyperbolické geometrie *úplně stejní*. Totéž platí i pro anděly. Očividně však jejich *rozměry* stejné nevypadají, jestliže je posuzujeme obvyklou eukleidovskou mírou v plochém prostoru, do něhož jsou zobrazeny. Ďáblové i andělé vypadají u kruhového okraje mnohem menší a jsou více nahuštění. Ale všechny *úhly* i *tvary* jsou zobrazeny zcela věrně i v sebenepatrnější blízkosti okraje. Tato vnější kruhová hranice ve skutečnosti reprezentuje *nekonečno* hyperbolické geometrie. Právě *konformní reprezentace nekonečna* coby hladké a konečné *hranice* je to, na co chci čtenáře upozornit, neboť bude hrát hlavní roli v úvahách, které budu později rozvíjet (zejména v kapitolách 2.5 a 3.2).

## 2.2 VŠUDYPŘÍTOMNÉ RELIKTNÍ ZÁŘENÍ

V padesátých letech minulého století byl nejpopulárnější teorií vesmíru takzvaný *model stacionárního vesmíru*, se kterým v roce 1948 přišli Thomas Gold a Hermann Bondi. Brzy se k nim připojil Fred Hoyle, který myšlenku dále rozpracoval.<sup>13</sup> Všichni tehdy působili na Cambridgeské univerzitě. Jejich teorie vyžadovala, aby se v mezihvězdném prostoru neustále „z ničeho“ tvořila nová hmota, byť v nepatrném množství. Předpokládalo se, že jde o atomy vodíku tvořené párem protonu a elektronu. Vznikaly by z vakua, a to

## 2. PODIVNĚ SPECIÁLNÍ POVAHA VELKÉHO TŘESKU

v opravdu malém množství zhruba jediného atomu v jednom krychlovém metru za miliardu let. I to by stačilo, aby vyvážilo klesající hustotu hmoty způsobenou rozpínáním vesmíru. Díky nově tvořené hmotě by průměrná hustota i v expandujícím kosmu zůstávala stále stejná.

Z filozofického i estetického hlediska to byla velmi přitažlivá myšlenka. Takový vesmír by neměl žádný počátek, časový ani prostorový. Mnoho jeho vlastností se dalo jednoduše odvodit z pouhého předpokladu časové neměnnosti. Na Cambridgeskou univerzitu jsem nastoupil jako mladý student v roce 1952 záhy poté, co byla teorie stacionárního vesmíru zformulována (mým oborem byla čistá matematika, ale silně jsem se zajímal o fyziku a kosmologii<sup>14</sup>). Vrátil jsem se tam i v roce 1956 coby doktorand. Díky tomu jsem měl příležitost poznat všechny tři tvůrce teorie stacionární vesmíru osobně. V modelu jsem našel velké zalíbení, argumenty v jeho prospěch jsem považoval ze přesvědčivé. Ke konci mého pobytu v Cambridgi však detailní studium počtu vzdálených galaxií, jež prováděl (sir) Martin Ryle (rovněž z Cambridge) na Mullardově radiové observatoři, začalo jasně prokazovat, že model stacionárního vesmíru je *chybný*.<sup>15</sup>

Smrtící rána však přišla díky náhodnému pozorování, které v roce 1964 učinili Američané Arno Penzias a Robert W. Wilson. Zachytili tehdy mikrovlnné elektromagnetické záření, které přicházelo rovnoměrně ze všech míst na obloze. Toto záření ve skutečnosti teoreticky předpověděli již koncem 40. let George Gamow a Robert Dicke jako důsledek standardního modelu „velkého třesku“. Proto se o reliktním záření občas hovoří jako o „záblesku velkého třesku“. Během expanze vesmíru záření ochladlo z teploty zhruba 4 000 kelvinů na pouhých pár stupňů nad absolutní nulou.<sup>16</sup> Způsobil to ohromný rudý posuv, který nás dělí od tehdejší doby. Jakmile se Penzias s Wilsonem ubezpečili, že jimi pozorované záření (o teplotě 2,725 K) je skutečné a že přichází z hlubin vesmíru, obrátili se na Dickeho, který okamžitě rozpoznal, že jejich záhadné pozorování lze vysvětlit teoretickou předpovědí, kterou již předtím učinil on a Gamow. Toto záření se v literatuře nazývá různě, například „kosmické mikrovlnné pozadí“ (anglicky „cosmic microwave background“, zkráceně CMB) či „reliktní mikrovlnné záření“, nebo zkráceně jen „reliktní záření“.<sup>17</sup> V roce 1978 obdrželi Penzias s Wilsonem za svůj objev Nobelovu cenu za fyziku.

Zdrojem fotonů, které dnes pozorujeme jako reliktní záření, ve skutečnosti nebyl přímo velký třesk. Reliktní fotony k nám přilétají z takzvané „sféry posledního rozptylu“, která se datuje do doby, kdy bylo vesmíru 379 000 let

## 2.2 VŠUDYPŘÍTOMNÉ RELIKTNÍ ZÁŘENÍ

(což je 1/36 000 dnešního stáří). V časnějších dobách byl vesmír pro elektromagnetické záření neprůhledný, protože v něm existovaly jen oddělené elektricky nabitě částice, zejména volné protony a volné elektrony, jež tvořily plazma. V takovém prostředí se fotony neustále rozptylovaly, byly absorbovány a zase emitovány, měnily svou energii i směr letu. Vesmír proto nemohl být průhledný. Toto „mlžné“ období trvalo až do okamžiku, kdy díky rozpínání teplota poklesla a z oddělených protonů a elektronů v plazmatu vznikla neutrální hmota ve formě atomů, především vodíku (s příměsemi dalších prvků, z nichž nejvíce bylo helia, zhruba 23 procent; jádra helia zvané též částice alfa se syntetizovaly dříve během prvních minut existence vesmíru). V onen okamžik došlo k „poslednímu rozptylu“ reliktních fotonů, které se od té chvíle mohly pohybovat volně průhledným kosmem. Fotony se oddělily od neutrálních atomů a dál letěly už prakticky neporušeny. Představují fosilie raného vesmíru, které dnes zachytáváme v podobě reliktního mikrovlnného záření.

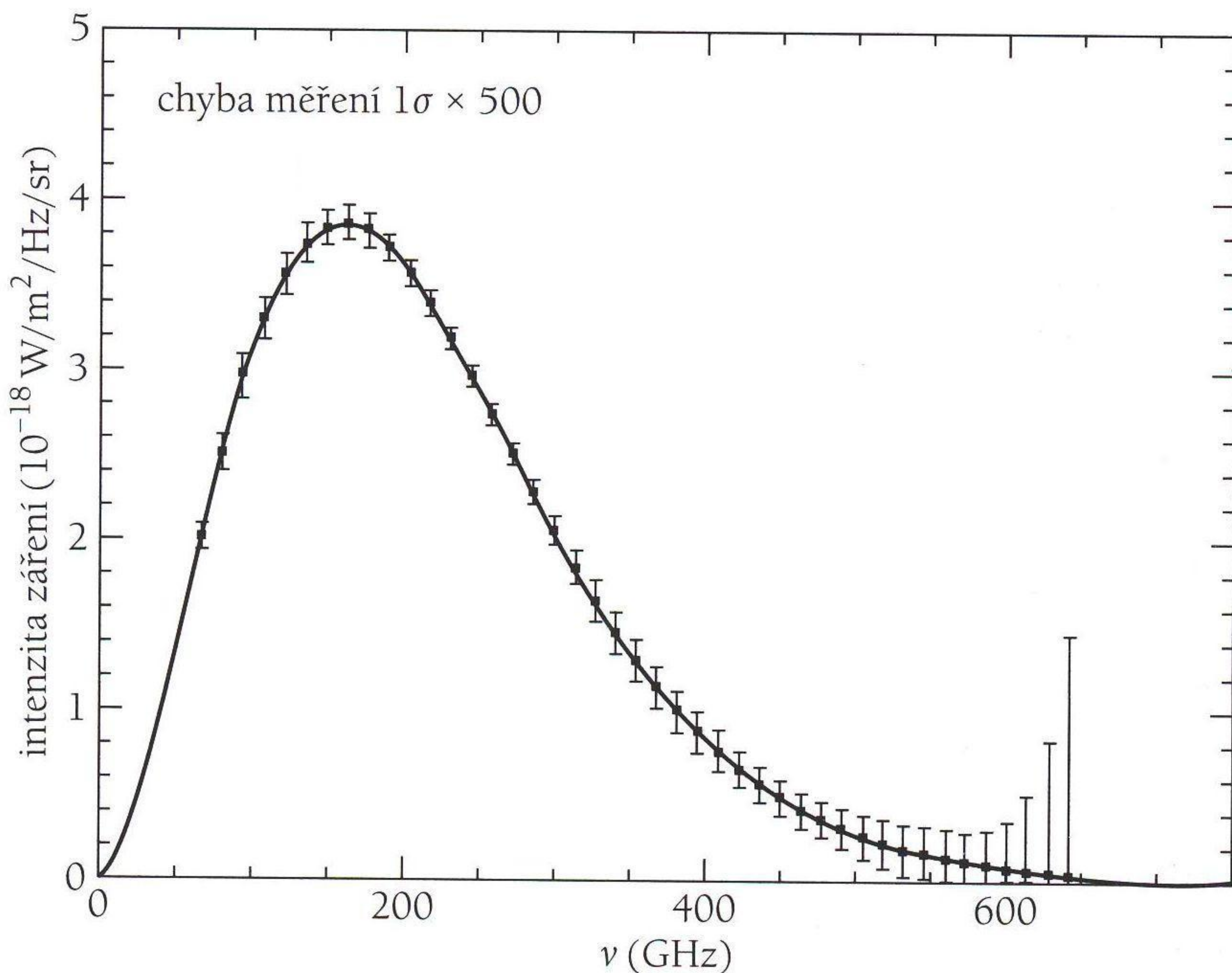
Od prvních pozorování ze 60. let byla provedena spousta cílených experimentů, jejichž cílem bylo podrobně zmapovat frekvenční charakteristiku a strukturu reliktního mikrovlnného záření. Díky tomu o něm dnes máme spoustu informací, jež zásadním způsobem proměnily celou kosmologii. Z oboru, pro který byla typická spousta spekulací a jenom trocha pozorovacích dat, se stala *exaktní věda*. I nadále v kosmologii najdeme hodně spekulativních úvah, ale ty se musí podrobovat výsledkům detailních měření a souhlasit s nimi! V tomto ohledu musíme vyzdvihnout především družici COBE (Cosmic Background Explorer), kterou vypustila NASA v listopadu roku 1989. Za její pozoruhodná měření získali George Smoot a John Mather v roce 2006 Nobelovu cenu za fyziku.

Reliktní mikrovlnné záření vykazuje dva zásadní a důležité rysy, jež družice COBE jasně prokázala. Na oba se chci nyní zaměřit. Prvním je vynikající shoda frekvenčního spektra reliktního záření se vzorcem, který v roce 1900 odvodil Max Planck pro takzvané „záření absolutně černého tělesa“ (a jež stálo u zrodu kvantové mechaniky). Druhým je skutečnost, že záření je uniformní, tedy že má prakticky stejné vlastnosti, ať už se díváme na kterékoli místo na obloze. Oba tyto fakty nám říkají cosi naprosto fundamentálního o charakteru velkého třesku a o jeho zvláštním vztahu k druhému zákony termodynamiky. Podstatná část moderní kosmologie z nich vychází a podrobně se zabývá jemnými nuancemi, především nepatrnými *odchytkami* od takřka dokonalé uniformity pozorovaného reliktního záření. K tomuto tématu se

## 2. PODIVNĚ SPECIÁLNÍ POVAHA VELKÉHO TŘESKU

krátce vrátím později (v kapitole 3.6), avšak nyní se soustředím pouze na oba zmíněné klíčové fakty, neboť pro nás budou mít závažné důsledky.

Obrázek 2.6 znázorňuje frekvenční spektrum reliktního mikrovlnného záření v podstatě tak, jak ho naměřila družice COBE, i když dnes ho známe s mnohem větší přesností. Na svislé ose vynášíme *intenzitu* záření coby funkci frekvence, kterou vykreslujeme na vodorovné ose, přičemž frekvence roste směrem doprava. Hladká spojitá křivka je Planckova křivka záření absolutně černého tělesa. Získáme ji vykreslením přesného Planckova vzorce,<sup>18</sup> který v souladu s kvantovou teorií udává spektrum záření, jež je v *tepelné rovnováze* při teplotě  $T$ . Krátké svislé úsečky vyznačují *chyby měření*, tedy rozmezí, kde s vysokou pravděpodobností leží experimentálně naměřené hodnoty. Měli bychom zdůraznit, že tyto chybové úsečky byly na obrázku 500krát zvětšeny, neboli že *skutečná* měření leží nesmírně blízko Planckově křivce,



**Obr. 2.6** Frekvenční spektrum reliktního mikrovlnného záření, jak ho naměřila družice COBE a později daleko přesněji ověřila další pozorování. Povšimněte si, že úsečky vyznačující chyby měření jsou 500krát zvětšeny oproti skutečnosti. Naměřené spektrum tedy vykazuje dokonalou shodu s Planckovým zákonem pro záření černého tělesa.

## 2.2 VŠUDYPŘÍTOMNÉ RELIKTNÍ ZÁŘENÍ

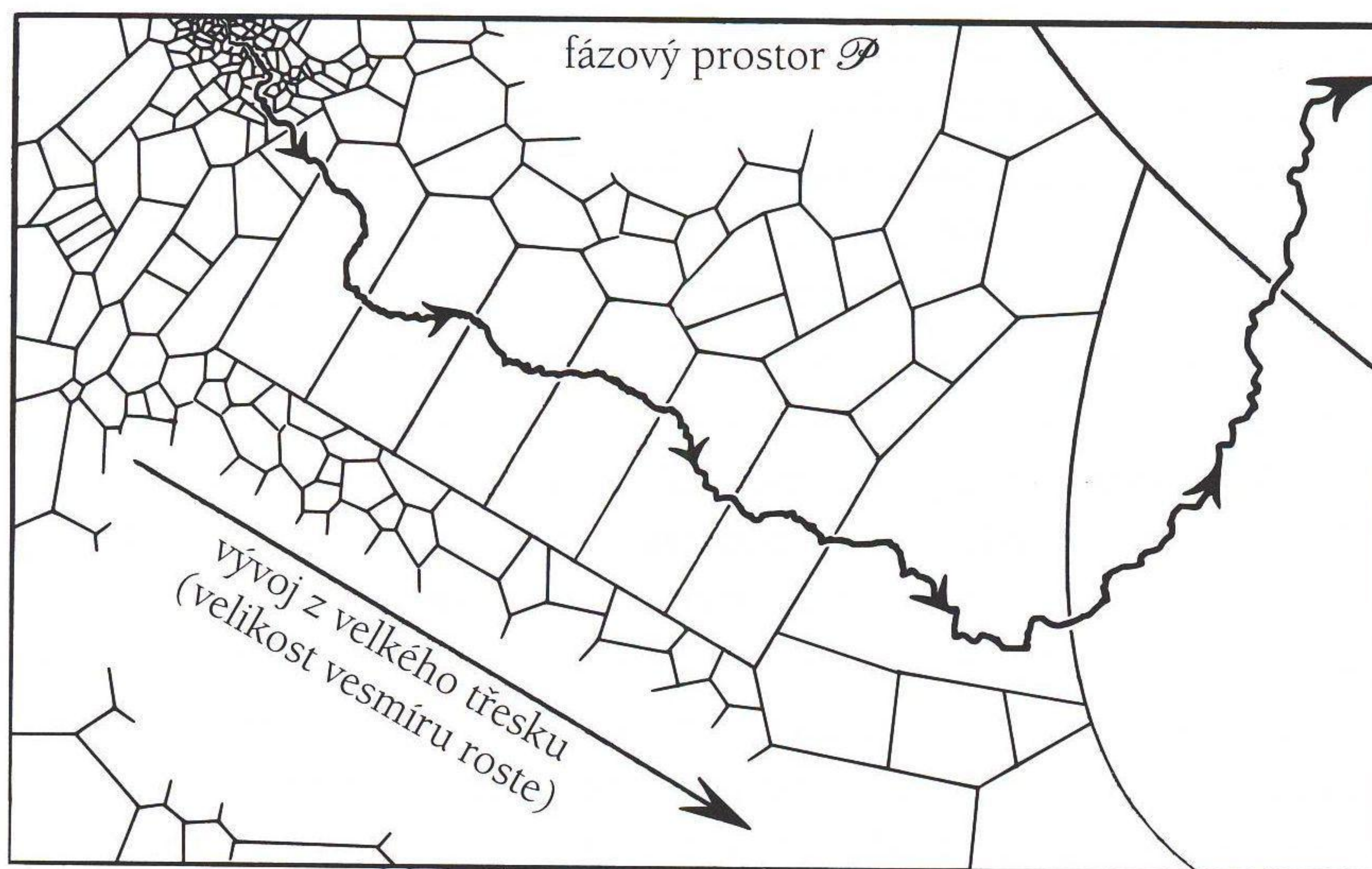
mnohem blíž, než se zdá: dokonce i ta nejméně přesná měření na pravém konci spektra by ležela uvnitř tloušťky čáry nakreslené křivky, takže bychom je prostým okem nedokázali rozlišit! Reliktní mikrovlnné záření dokonce vykazuje vůbec nejpřesnější shodu spektra s Planckovou křivkou absolutně černého tělesa, jakou ve fyzice známe.

Co nám to říká? Vypadá to, že pozorované mikrovlnné záření k nám přichází z dávné minulosti, která efektivně musela být ve stavu tepelné rovnováhy. Ale co vlastně pojem „tepelná rovnováha“ v tomto kontextu přesně znamená? Odkazuji zde čtenáře zpět na obrázek 1.15, kde pojem „tepelná rovnováha“ označuje granuli ve fázovém prostoru, která je (zdaleka) největší ze všech. Jinými slovy, je to oblast fázového prostoru, která představuje *největší možnou* entropii. Musíme si ale znovu připomenout argumenty uvedené v kapitole 1.6. Ty nám říkají, že podstatu druhého zákona můžeme vysvětlit jenom velmi speciální povahou počátečního stavu našeho vesmíru. Podle nich musel být velký třesk (makroskopickým) stavem s *neuvěřitelně malou* entropií. Pozorováním reliktního záření jsme ale zjevně dospěli ke zcela protichůdnému závěru, totiž že vesmír byl na počátku v (makroskopickým) stavu s *maximální* entropií!

Měli bychom si však uvědomit důležitou okolnost: *vesmír se rozpíná*, a proto sotva může být ve stavu termodynamické „rovnováhy“. Avšak zjevně se dnes jedná o takzvanou *adiabatickou* expanzi, kde slovo „adiabatický“ efektivně znamená „reverzibilní změnu“, při které se nemění hodnota entropie. Tuto skutečnost, totiž že „tepelný stav“ se v raných fázích rozpínání vesmíru zachovával, si už v roce 1934 uvědomil R. C. Tolman.<sup>19</sup> S některými dalšími Tolmanovými kosmologickými představami se potkáme později v kapitole 3.3. Z pohledu fázového prostoru se tedy jedná o vývoj, který schematicky znázorňuje obrázek 2.7 spíše než 1.15. Expanzi vesmíru lze popsat posloupností velkých zrn, která mají téměř stejný objem. V tomto slova smyslu opravdu jde o určitý druh tepelné rovnováhy.

Každopádně bychom měli pozorovat maximální hodnotu entropie. V naší argumentaci tedy musí být nějaká principiální chyba. Nejde přitom o to, že by měření reliktního záření přineslo nějaké velké překvapení. Vůbec ne. V určitém smyslu jeho pozorování pouze potvrdila to, co jsme čekali. Jestliže se velký třesk *opravdu* odehrál a je-li možno jeho počáteční stav standardním způsobem popsat relativistickou kosmologií, pak přirozeně musíme očekávat počáteční tepelný stav, který byl velmi žhavý a uniformní. Jaké řešení tedy může zmíněná záhada mít? Co když je chyba v samotném *předpokladu*, že se

## 2. PODIVNĚ SPECIÁLNÍ POVAHA VELKÉHO TŘESKU



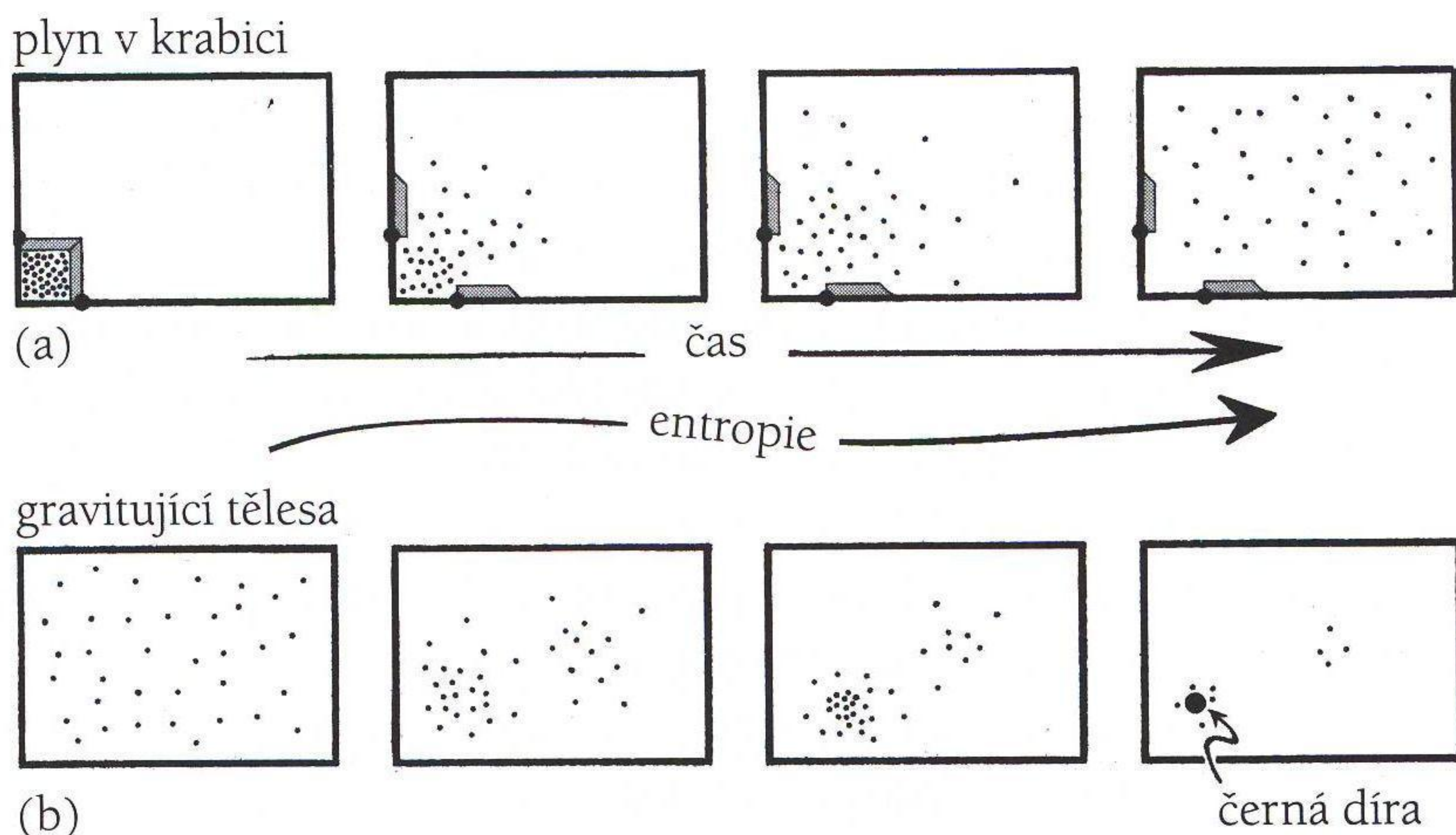
**Obr. 2.7** Adiabatická expanze vesmíru znázorněná jako posloupnost obrovských zrn ve fázovém prostoru, jež mají stejně velký objem.

vesmír choval v souladu se standardní relativistickou kosmologií! Proto se musíme tímto problémem velmi pečlivě zabývat.

Zprv je nutné si znovu připomenout, o čem je Einsteinova obecná teorie relativity. Je to vysoce přesná teorie *gravitace*, která popisuje gravitační pole zakřivením prostoročasu. Později uvedu spoustu podrobností, ale v tuto chvíli vystačíme s pojmy, jež známe ze starší (a stále dobře fungující) *Newtonovy* teorie gravitace. Pokusíme se v hrubých rysech pochopit, jak souvisí s druhým zákonem *termodynamiky*.

Druhý zákon termodynamiky se často vysvětluje pomocí myšlenkového experimentu, který zkoumá ideální plyn uzavřený v krabici. Představme si tedy krabici, do jejíhož jednoho rohu umístíme malou krabičku. Na počátku pokusu je veškerý plyn jen v této malé krabičce. Jestliže ji nyní otevřeme, plyn z krabičky velmi rychle uteče a rovnoměrně vyplní prostor velké krabice. Při tomto ději entropie opravdu vzroste, zcela v souladu s druhým zákonem termodynamiky. Entropie makroskopického stavu, kdy je plyn rovnoměrně rozprostřen v krabici, je mnohem větší než entropie počátečního stavu, kdy byl plyn pouze v malé krabičce, viz obrázek 2.8(a). Teď si ale představme podobně vypadající situaci, kdy námi uvažovaná krabice má galaktické rozměry. Namísto molekul ideálního plynu budeme mít velké množství hvězd. Fun-

## 2.2 VŠUDYPŘÍTOMNÉ RELIKTNÍ ZÁŘENÍ



**Obr. 2.8** (a) Ideální plyn je na počátku uzavřen v malé krabičce umístěné v jednom rohu krabice. Když krabičku otevřeme, plyn se rovnoměrně rozprostře ve vnější krabici. (b) V krabici galaktických rozměrů jsou hvězdy na počátku rovnoměrně rozprostřeny, ale díky vzájemné gravitační přitažlivosti se shluknou: rovnoměrné rozdělení v tomto případě nemá nejvyšší entropii.

damentální rozdíl zde nespočívá ve změně měřítka. Skutečné rozměry jsou irelevantní. Zcela zásadní rozdíl tkví v tom, že oproti molekulám ideálního plynu se hvězdy navzájem *gravitačně přitahují*. Můžeme si představit, že na počátku byly jednotlivé hvězdy rovnoměrně rozprostřeny po celé hypotetické galaktické krabici. Jak plyne čas, hvězdy se díky gravitační přitažlivosti začínají shlukovat. A jak se k sobě přibližují, roste i jejich rychlost. Rovnoměrné rozdělení tedy *nemá* nejvyšší možnou entropii. V přítomnosti gravitace je růst entropie doprovázen vznikem nehomogenit v prostorovém rozložení hvězd, viz obrázek 2.8(b).

Co je tedy v tomto případě analogií stavu tepelné rovnováhy s maximem entropie? Ukazuje se, že v kontextu Newtonovy teorie nelze tuto otázku zodpovědět. Budeme-li uvažovat systém hmotných bodů, které se přitahují v souladu s Newtonovým zákonem, podle kterého gravitační síla ubývá s druhou mocninou vzájemné vzdálenosti, dokážeme si představit, že hmotné body budou mít tendenci přibližovat se víc a víc k sobě, přičemž rychlost jejich pohybu bude narůstat. Míra shlukování ani velikost rychlostí nejsou ničím omezeny a předpokládaný stav „tepelné rovnováhy“ tudíž vůbec neexistuje. V Einsteinově gravitační teorii je situace mnohem uspokojivější,

## 2. PODIVNĚ SPECIÁLNÍ POVAHA VELKÉHO TŘESKU

protože „shlukování“ má svou *horní mez*, jakmile se hmota nahustí do *černých děr*.

Černým dírám se budu podrobně věnovat v kapitole 2.4. Uvidíme, že vznik černých děr je doprovázen enormním nárůstem entropie. V současné epoše vývoje vesmíru opravdu největší příspěvek k celkové entropii vesmíru pochází z obřích černých děr, jako je například ta v centru naší Galaxie, jejíž hmotnost je asi 4 000 000krát větší než hmotnost Slunce. Souhrnná entropie supermasivních černých děr vysoce přesahuje entropii reliktního mikrovlnného záření, o němž jsme se předtím (mylně) domnívali, že představuje hlavní příspěvek k celkové entropii dnešního vesmíru. Od chvíle, kdy v raném vesmíru vzniklo reliktní záření, celková entropie kosmu nesmírně narostla díky gravitační kondenzaci hmoty.

To souvisí s *druhým* hlavním rysem reliktního mikrovlnného záření, o kterém jsem se zmínil: jeho velkou uniformitou. Záření má ve všech místech oblohy prakticky stejnou teplotu. Jak přesně „stejnou“? Při měření teploty reliktního záření přicházejícího k nám z různých směrů na obloze zjišťujeme malou teplotní odchylku, která je způsobena Dopplerovým posuvem, protože Země není v klidu vůči systému spojenému s průměrným rozložením hmoty ve vesmíru. Vlastní rychlost zeměkoule se skládá z několika složek, například rychlosti pohybu Země kolem Slunce, rychlosti pohybu Slunce kolem centra Galaxie a rychlosti pohybu Galaxie v místní skupině galaxií. Všechny tyto dílčí pohyby se skládají do výsledného „vlastního pohybu“. Důsledkem je mírný nárůst pozorované teploty reliktního záření ve směru na obloze, kam se Země pohybuje,<sup>20</sup> a naopak stejný pokles teploty ve směru ležícím na opačném pólu oblohy. Teplota v ostatních směrech leží mezi těmito dvěma hodnotami a dá se snadno vypočítat. Když tento efekt způsobený vlastním pohybem Země odečteme, zjistíme, že reliktní mikrovlnné záření má po celé obloze úplně stejnou hodnotu, a to s enormní přesností. Relativní odchylky jsou menší než  $10^{-5}$ .

To nám říká, že přinejmenším na sféře posledního rozptylu byl vesmír neuvěřitelně homogenní, jak schematicky znázorňuje *pravá* strana obrázku 2.8(a) anebo *levá* strana obrázku 2.8(b). Můžeme-li tedy zanedbat vliv gravitace, je rozumné předpokládat, že *hmotný* obsah vesmíru byl (při posledním rozptylu) opravdu ve stavu s nejvyšší entropií, jakou sám mohl dosáhnout. Jak ukazuje uniformita záření, gravitační vliv byl tehdy malý. A přitom právě tato uniformita rozložení hmoty skýtala velký *potenciál* pro následný enormní nárůst entropie, jakmile se gravitace dostala ke slovu.



Naše představa o velikosti entropie velkého třesku se radikálně změní, když vezmeme do úvahy gravitační stupně volnosti. Zásadní potlačení gravitačních stupňů volnosti v počátečním stavu vesmíru plyne z *předpokladu*, že náš vesmír je v globálním měřítku prostorově homogenní a izotropní. Tento takzvaný „kosmologický princip“<sup>21</sup> je východiskem FLRW kosmologie a speciálně Friedmannových modelů, které jsem uvedl v kapitole 2.1. Prostorová uniformita velmi raného vesmíru představuje počáteční stav s výjimečně malou entropií.

Nabízí se tudíž přirozená otázka: Co má, k čertu, společného kosmologická uniformita s druhým zákonem termodynamiky, který se prokazatelně uplatňuje v tolika konkrétních fyzikálních jevech, které běžně pozorujeme ve světě kolem nás? Druhý zákon ovládá spoustu běžných dějů, u nichž na první pohled nevidíme žádnou souvislost se skutečností, že ve velmi raném vesmíru byly gravitační stupně volnosti potlačeny. A přesto tato souvislost existuje. Dokonce není těžké vysledovat, že kořeny běžných projevů druhého zákona termodynamiky opravdu sahají k uniformitě raného vesmíru.

Uvažme například vejce z kapitoly 1.1, které se kutálí po stole a potom spadne na zem a rozbije se (viz obrázek 1.1). Tento proces, při kterém dochází k růstu entropie, je z pravděpodobnostního hlediska vysoce preferován, pokud přijmeme *předpoklad*, že vejce se na začátku nacházelo ve stavu s malou entropií. Záhadou druhého zákona není růst entropie, který následuje, ale to, jak se vejce vůbec dostalo to počátečního stavu s extrémně malou entropií. Druhý zákon nám říká, že se do tohoto velmi nepravděpodobného stavu dostalo skrze posloupnost jiných stavů, které byly předtím ještě nepravděpodobnější. A čím dál nepravděpodobnější, zkoumáme-li stavy systému daleko do minulosti.

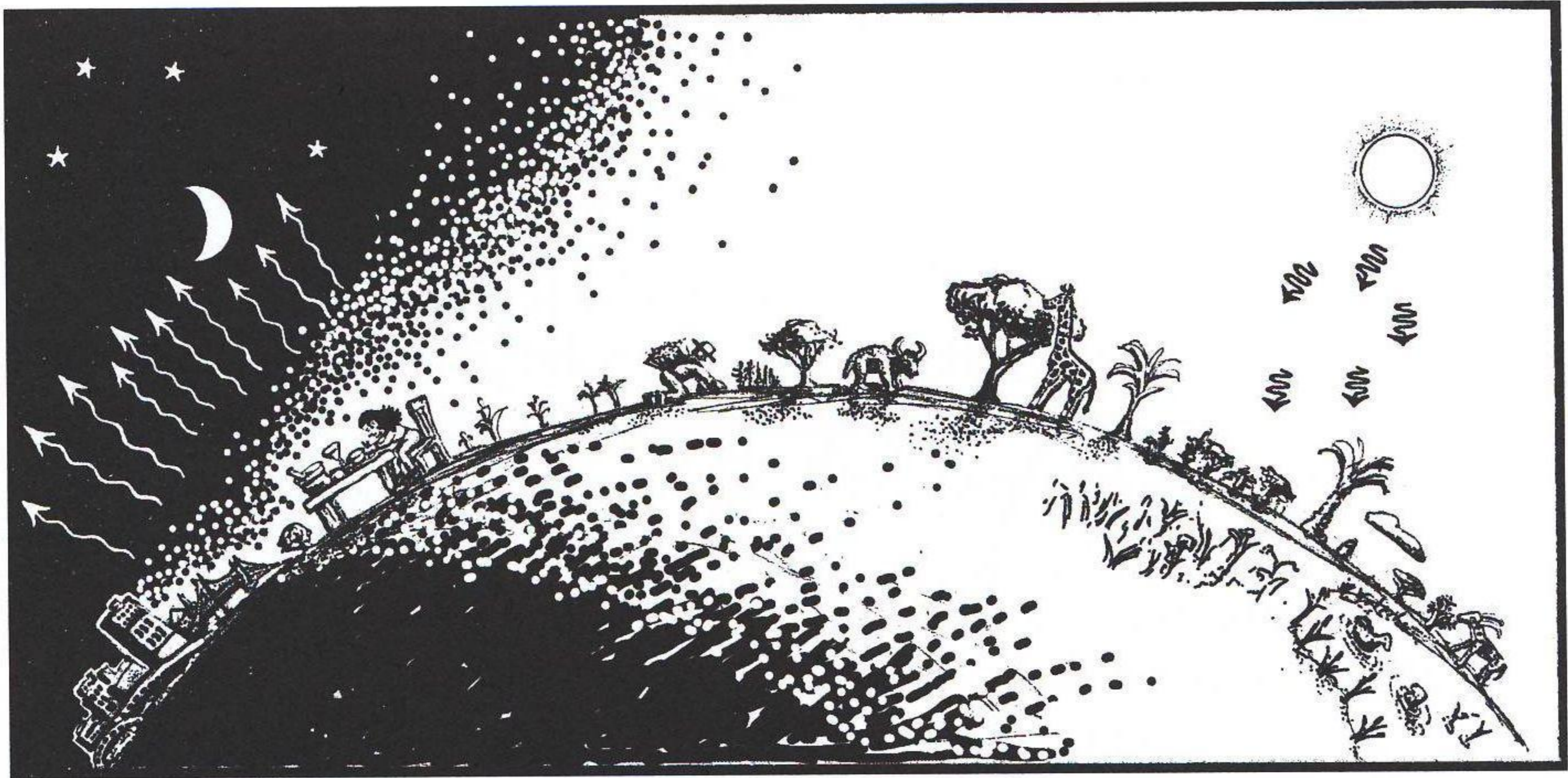
V podstatě tak musíme objasnit dvě věci. První je otázka, jak se vejce dostalo nahoru na stůl. Druhou je otázka, jak vůbec vznikla struktura vejce, jež má tak malou entropii. Opravdu: hmotný obsah slepičího vejce byl skvěle zorganizován a uspořádán do perfektního obalu, aby poskytoval vhodnou výživu budoucímu kuřátku. Začneme ale otázkou, která se zdá snazší, totiž jak se vejce ocitlo na stole. Pravděpodobná odpověď zní, že ho tam položil nějaký člověk, asi dost neopatrně. V lidské bytosti zjevně funguje spousta vysoce organizovaných struktur, jež mají velmi malou entropii. Položení vajíčka na stůl si přitom vyžádalo jen trošku entropie z ohromného rezervoáru nízké entropie tvořeného systémem kyslíkové atmosféry a dobře živeného lidského těla. A s vejcem je to podobné, neboť i ono je vysoce organizovanou

## 2. PODIVNĚ SPECIÁLNÍ POVAHA VELKÉHO TŘESKU

strukturou, která je skvěle vybavena, aby pomohla vzniku života z embrya. Je součástí velkolepé organizace světa, jež na této planetě udržuje život. Celá síť života na Zemi nezbytně potřebuje důmyslnou a rafinovanou organizaci, která bezpochyby udržuje entropii na velmi nízké hodnotě. Je to nesmírně složitá a provázaná struktura, která se vzájemnou souhrou mnoha chemických procesů vyvinula zásluhou přírodního výběru, jenž je fundamentálním biologickým principem.

Můžete se však nyní zeptat, jak souvisí složitá biologie a chemie s uniformitou raného vesmíru. I složité biologické systémy se musí podřizovat obecným zákonům fyziky, například zákonu zachování energie či omezením plynoucím z druhého termodynamického zákona. Struktura života na Zemi by se velmi rychle rozpadla, kdyby nebylo Slunce, jež funguje jako mohutný zdroj nízké entropie, na němž vše živé závisí.<sup>22</sup> Většinou na Slunce pohlížíme jako na vnější zdroj energie zásobující zeměkouli. To však není úplně správná představa. Úhrnné množství energie, které Země od Slunce během dne získá, je prakticky rovno energii, kterou Země v noci naopak vyzáří do chladného vesmíru!<sup>23</sup> Kdyby tomu tak nebylo, Země by se nutně ohřívala, dokud by nedosáhla tepelné rovnováhy. Život zcela zásadním způsobem závisí na tom, že Slunce je mnohem teplejší než vesmírný prostor kolem něj ve sluneční soustavě. Proto mají fotony ze Slunce mnohem vyšší frekvenci (v převážné většině odpovídající žluté barvě viditelného světla) než infračervené fotony, jež Země vrací do vesmíru. Planckův vzorec  $E = h\nu$  (viz kapitolu 2.3) nám pak říká, že v průměru je energie nesená jednotlivými fotony ze Slunce výrazně větší než energie nesená jednotlivými fotony vyzařovanými ze Země zpět do kosmického prostoru. Infračervených fotonů, které odnášejí stejné množství energie ze Země, je tudíž mnohem více než těch, které ji dodávají na Zemi ze Slunce, viz obrázek 2.9. Více fotonů znamená více stupňů volnosti, a tudíž větší fázový prostor. A Boltzmannův vztah  $S = k \ln V$  (viz kapitolu 1.3) nám pak říká, že energie přicházející ze Slunce má výrazně menší entropii než stejné množství energie, které se vrací ze Země do kosmického prostoru.

Tady na Zemi našly zelené rostliny způsob, jak procesem fotosyntézy přeměňovat relativně vysokofrekvenční fotony ze Slunce na fotony s nižší frekvencí. Příslušného rozdílu v entropii využívají k tomu, aby vyrobily svůj stavební materiál. Extrahují uhlík ze vzdušného oxidu uhličitého a produkují přitom kyslík. Když zvířata sežerou rostliny (anebo jiná zvířata, jež sežrala rostliny), využijí tohoto zdroje entropie a kyslíku, aby udržela svou vlastní entropii na nízké úrovni.<sup>24</sup> To samozřejmě platí i pro lidské bytosti a pro



**Obr. 2.9** Fotony dopadající na zemský povrch ze Slunce mají vyšší energii (kratší vlnovou délku) než ty, které tuto energii vracejí zpět ze Země do kosmického prostoru. Uvážíme-li globální energetickou rovnováhu (Země se s časem výrazně neohřívá), plyne z toho, že Zemi opouští více fotonů, než na ni dopadá. Proto má přicházející energie nižší entropii.

kuřata. Je to také zdrojem nízké entropie potřebné pro konstrukci nerozbitého vajíčka a pro jeho umístění nahoru na stůl! Slunce nám tedy nedodává jen pouhou energii, ale dodává tuto energii ve formě, jež má nízkou entropii. Proto také my (prostřednictvím zelených rostlin) můžeme udržovat svou entropii na nízké hodnotě. Jen proto, že Slunce je *žhavá skvrna na jinak temné a chladné obloze*. Kdyby mělo celé nebe úplně stejnou teplotu jako Slunce, byla by jeho energie pro život na Zemi zcela nepoužitelná. To samé platí i pro schopnost Slunce vyzdvihovat vodu z oceánů vysoko do mraků, což opět zásadním způsobem závisí na zmíněném teplotním rozdílu.

Ale proč je Slunce žhavou skvrnou na temné obloze? Nuže, v jeho nitru probíhá celá řada složitých procesů. Významnou roli hrají termonukleární reakce, při nichž se vodík přeměňuje na helium. Klíčovou okolností však je, že Slunce vůbec existuje, a za to je zodpovědná gravitace, protože ho drží pohromadě. I bez termonukleárních reakcí by Slunce zářilo, ale rychle by se při tom smršťovalo, bylo by žhavější a žilo by mnohem kratší dobu. Zde na Zemi očividně těžíme z jaderných reakcí v nitru Slunce, avšak ty by nemohly probíhat, kdyby gravitace Slunce vzájemnou přitažlivostí hmoty vůbec nevytvořila. Za vším tedy stojí potenciál pro tvorbu hvězd, jež vznikají

## 2. PODIVNĚ SPECIÁLNÍ POVAHA VELKÉHO TŘESKU

poměrně složitými procesy ve vhodných oblastech vesmíru gravitačním shlukováním prvotního materiálu, při nichž entropie nevyhnutelně rostla. Klíčovou okolností tudíž bylo, že všechno začalo v uniformním stavu s velice nízkou počáteční gravitační entropií.

V konečném důsledku tedy příčinou všeho je skutečnost, že nám byl dán do vínku velký třesk, jenž měl velice speciální charakter: jeho entropie byla extrémně *nízká*, což se projevovalo tak, že gravitační stupně volnosti nebyly na samém počátku světa aktivovány. Šlo o pozoruhodně nevyváženou výchozí situaci. Abychom jí lépe porozuměli, ponoříme se v následujících třech kapitolách o něco hlouběji do Einsteinova nádherného popisu gravitace coby zakřivení prostoročasu. Potom se v kapitolách 2.6 a 3.1 vrátím k otázce onoho zcela výjimečného charakteru našeho velkého třesku.

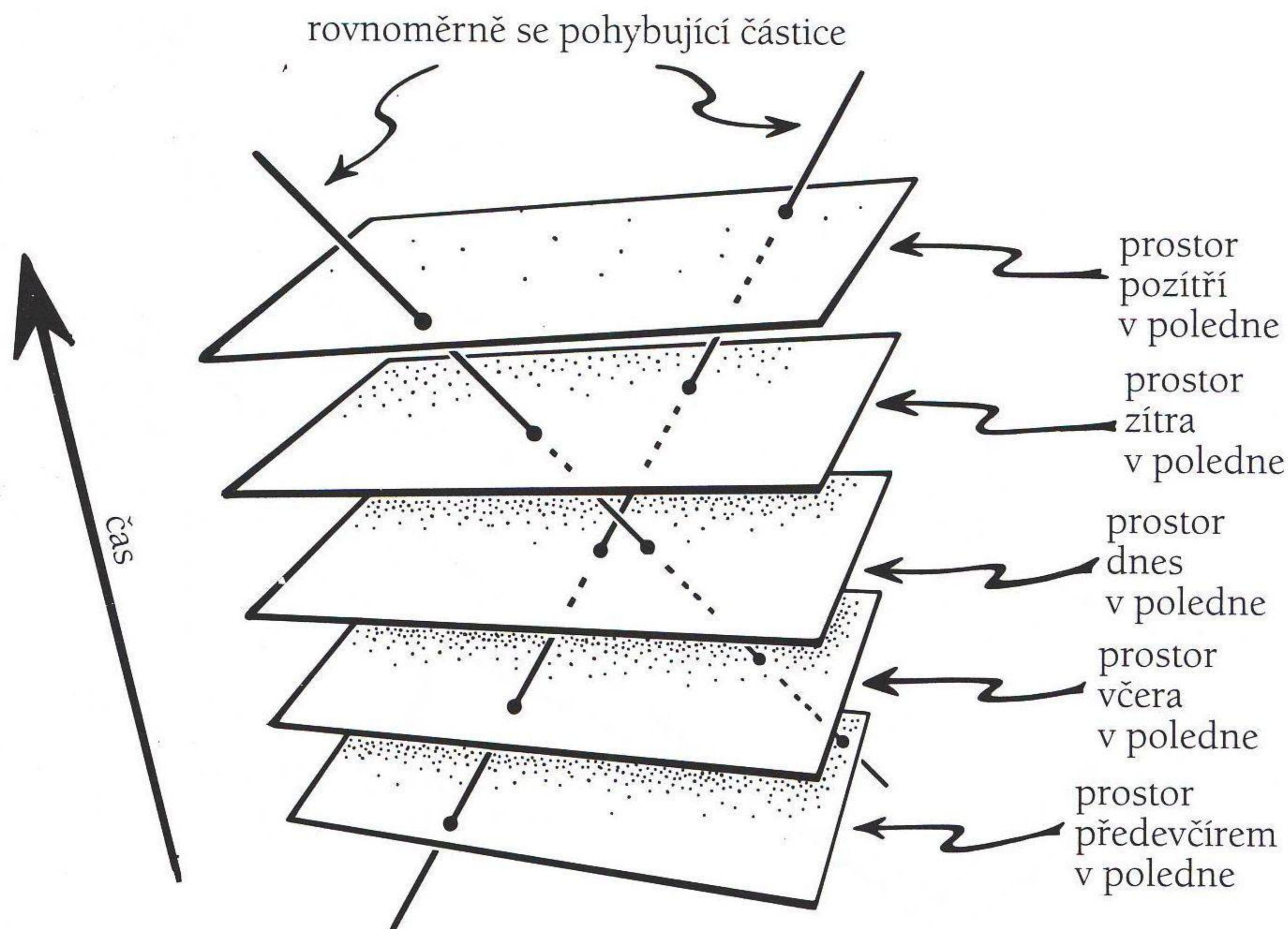
### 2.3 PROSTOROČAS, SVĚTELNÉ KUŽELE, METRIKY, KONFORMNÍ GEOMETRIE

Když v roce 1908 význačný matematik Hermann Minkowski, jenž byl shodou okolností pár let předtím jedním z Einsteinových učitelů na curyšské polytechnice, ukázal, že podstatu speciální teorie relativity je možno vystihnout pomocí neobvyklého druhu čtyřrozměrné geometrie, Einsteina to nijak nenadchlo. Teprve později si uvědomil zásadní důležitost tohoto geometrického pojetí *prostoročasu*, se kterým Minkowski přišel. Dokonce z něj pak sám učinil ústřední pojem, když ve své obecné teorii relativity zakřivením prostoročasu objasnil podstatu gravitace.

Minkowského čtyřrozměrný prostor se skládá z obvyklých tří prostorových dimenzí a ze čtvrté dimenze, která popisuje plynutí času. Body v tomto čtyřrozměrném prostoru se obvykle nazývají *události*, přičemž každá událost je specifikována udáním své časové souřadnice a trojicí prostorových souřadnic. Vlastně na tom není vůbec nic revolučního. Klíčovým a vpravdě revolučním bodem Minkowského myšlenky je, že geometrie tohoto čtyřrozměrného prostoru se nedá přirozeně rozštěpit na jednu časovou složku a na privilegovanou množinu obvyklých trojrozměrných eukleidovských prostorů, z nichž každý by byl jednoznačně přiřazen danému času. Místo toho je Minkowského prostoročas obdařen odlišnou geometrickou strukturou. Ta udává *celkovou* geometrii prostoročasu, činí z něj jeden nedělitelný celek, jenž v sobě plně kóduje strukturu Einsteinovy speciální teorie relativity.

V Minkowského čtyřrozměrné geometrii si už *nemůžeme* představovat prostoročas jako jednoduchou posloupnost třírozměrných prostorů, z nichž

## 2.3 PROSTOROČAS, SVĚTELNÉ KUŽELE, METRIKY, KONFORMNÍ GEOMETRIE



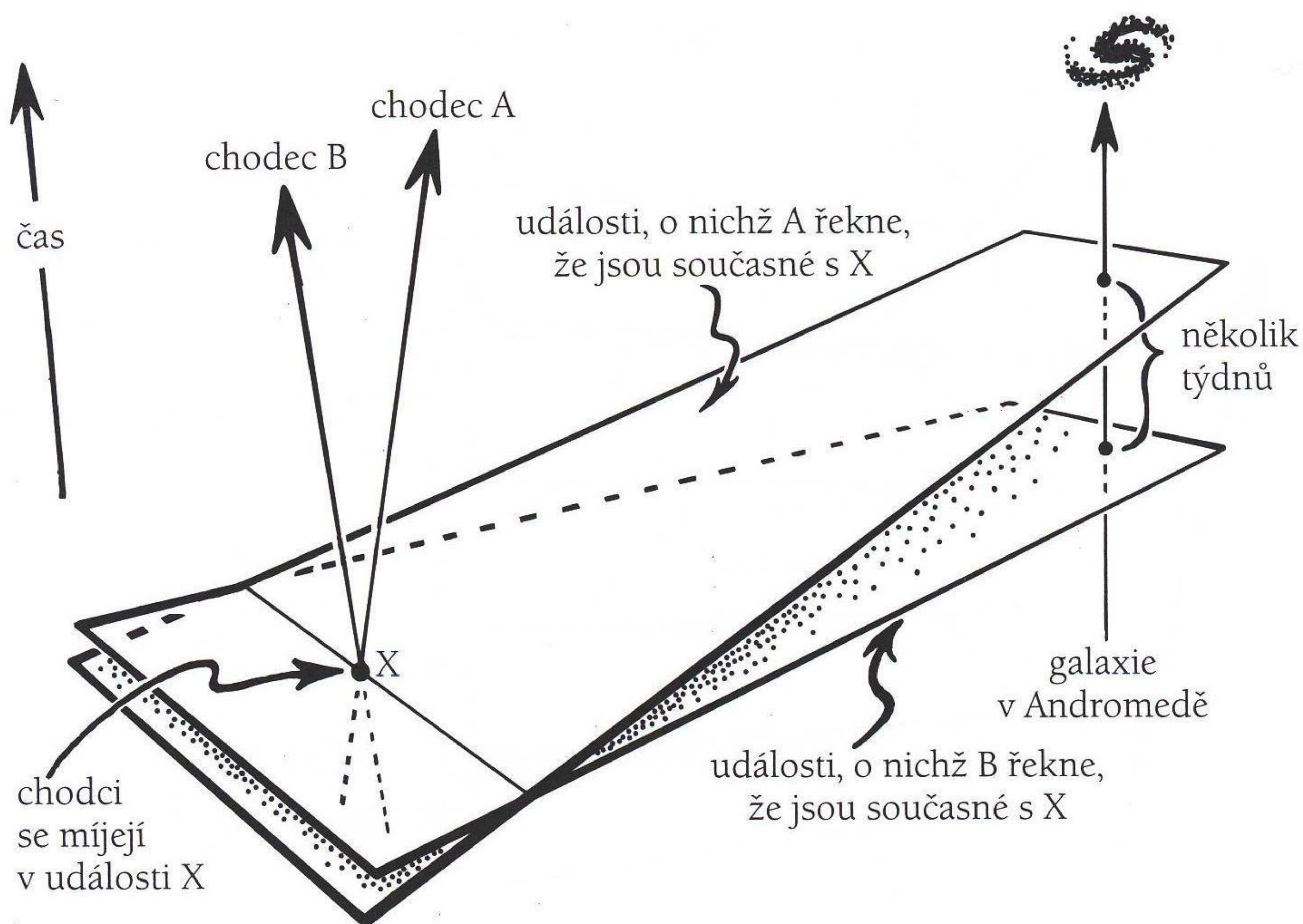
Obr. 2.10 Prostorčas, jak byl chápán před Minkowskim.

každý odpovídá našemu obvyklému „prostoru“ v jistém okamžiku (obrázek 2.10). V takové interpretaci by totiž každý třírozměrný prostor popisoval množinu událostí, které by byly navzájem *současné*. Ve speciální teorii relativity však pojem „současnosti“ prostorově oddělených událostí nemá absolutní význam. Namísto toho „současnost“ závisí na rychlosti příslušného pozorovatele.

To je samozřejmě v rozporu s naší každodenní zkušeností. Ta ale zahrnuje příliš vzdálené události. Kdybychom se podle Einsteinovy speciální teorie relativity pohybovali rychlostí srovnatelnou s rychlostí světla, pak události, jež se nám jeví jako současné, by už nebyly současné pro jiné pozorovatele, kteří se pohybují odlišnými rychlostmi. Jejich rychlosti by dokonce ani nemusely být obzvláště velké, kdybychom sledovali *hodně vzdálené* události. Když se například na chodníku míjejí dva lidé, pak události v galaxii v Andromedě, jež individuálně považují za současné s okamžikem míjení, by se navzájem lišily v čase o několik týdnů,<sup>25</sup> viz obrázek 2.11!

Podle teorie relativity není pojem „současnosti“ vzdálených událostí absolutní, nýbrž závisí na konkrétní rychlosti pozorovatele. Stratifikace čtyřroz-

## 2. PODIVNĚ SPECIÁLNÍ POVAHA VELKÉHO TŘESKU

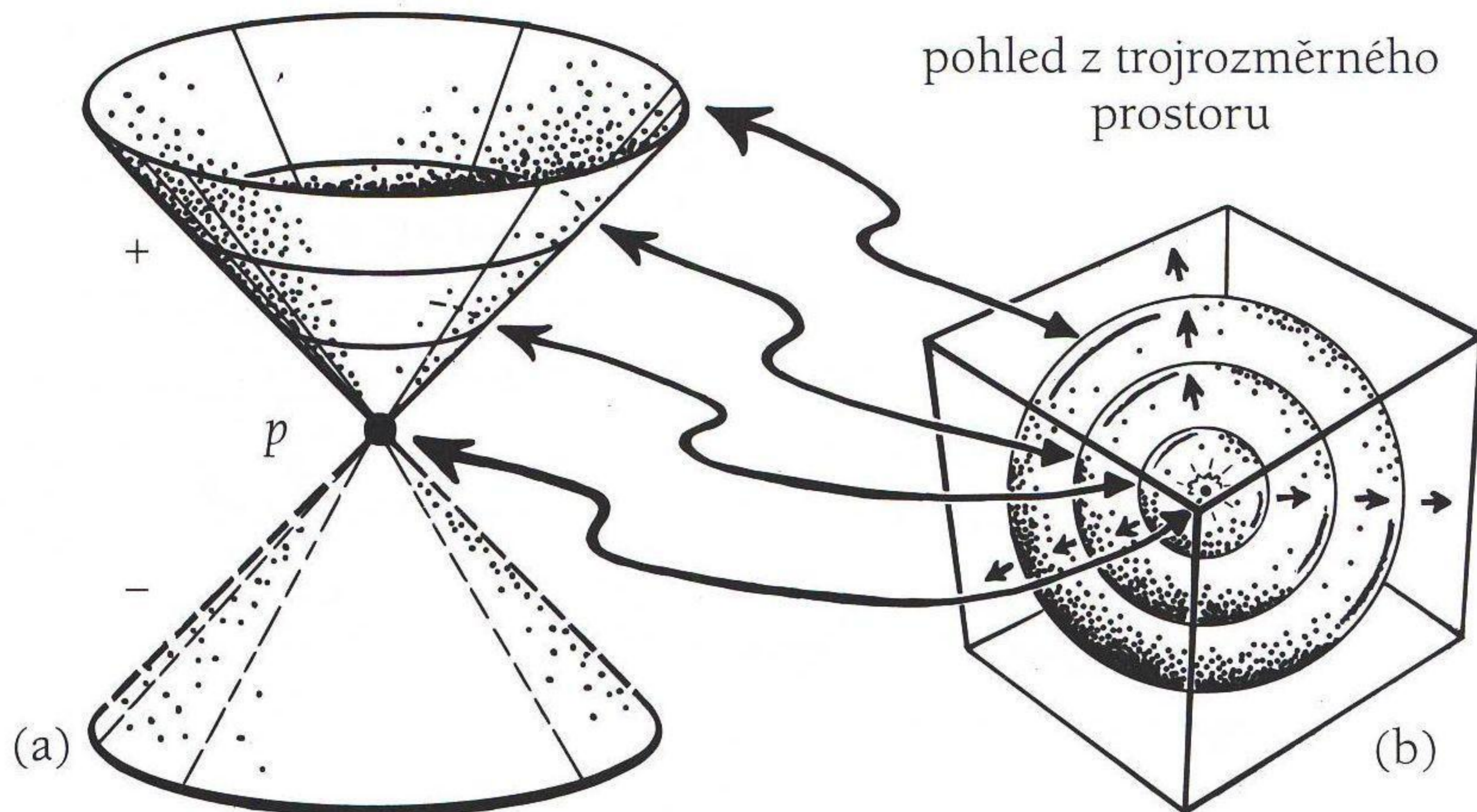


**Obr. 2.11** Dva chodci se pomalu míjejí, ale příslušná událost X je z jejich dvou pohledů současná s navzájem odlišnými událostmi ve vzdálené galaxii v Andromedě, které od sebe dělí několik týdnů.

měrného prostoročasu na soustavu třírozměrných prostorů současnosti je proto *subjektivní* v tom smyslu, že pro pozorovatele s jinou rychlostí bude příslušná stratifikace odlišná. Minkowského prostoročas nám naopak poskytuje *objektivní* geometrii, která je zcela nezávislá na subjektivním pohledu konkrétního pozorovatele a která se nijak nemění, když je jeden pozorovatel nahrazen jiným. V jistém smyslu tedy Minkowski ze speciální relativity vyňal „relativitu“ a poskytl nám *absolutní* obraz prostoročasového kontinua.

Abychom však získali pevnou půdu pod nohama, je zapotřebí zjistit vnitřní *strukturu* tohoto čtyřrozměrného prostoročasu. Ta nám poskytne náhradu za klasickou časovou posloupnost třírozměrných prostorů. Jak ale tato struktura vypadá? Minkowského čtyřrozměrný prostoročas budeme značit symbolem  $M$ . Základní geometrickou strukturou  $M$ , kterou Minkowski objevil, je koncept *světelných kuželů*.<sup>26</sup> Ty popisují, jakým způsobem se z libovolné události  $p$  v  $M$  šíří světlo. Světelný kužel, který je *dvojitým* kuželem se společným vrcholem v  $p$ , nám říká, jaká je „rychlost světla“ v kterémkoli

## 2.3 PROSTOROČAS, SVĚTELNÉ KUŽELE, METRIKY, KONFORMNÍ GEOMETRIE

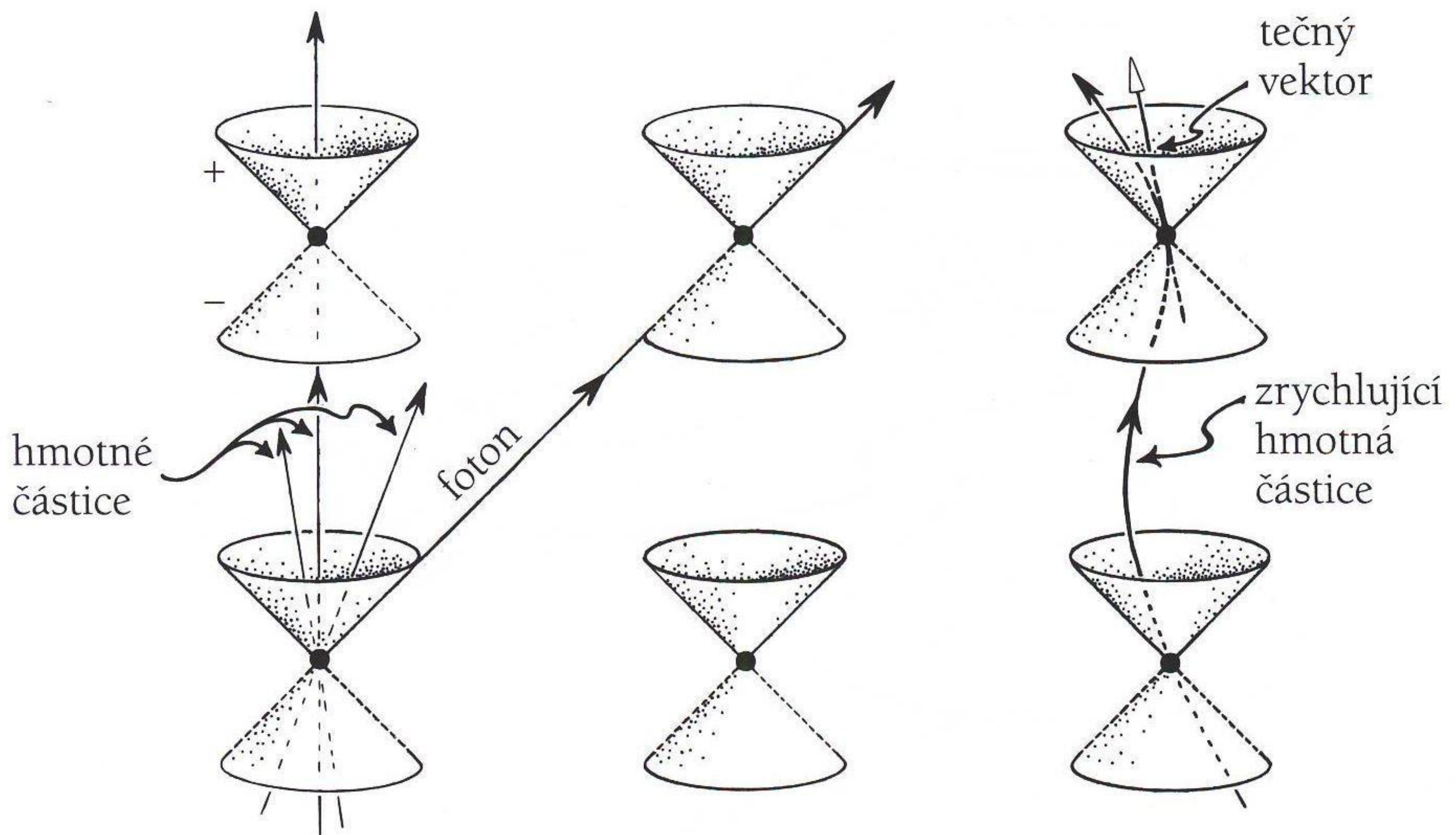


**Obr. 2.12** (a) Světelný kužel z události  $p$  v Minkowského čtyřrozměrném prostoročase; (b) Trojrozměrný prostorový popis budoucího světelného kuželu je posloupností expandujících soustředných sfér se středem v  $p$ .

směru vedoucím z  $p$ , viz obrázek 2.12(a). Intuitivní představou světelného kuželu je záblesk světla, jenž se nejprve sbíhá přesně k události  $p$  (minulý světelný kužel) a ihned poté z  $p$  expanduje všemi směry (budoucí světelný kužel). Je to jako záblesk exploze, jež se odehrála v  $p$ . Prostorový popis příslušného budoucího světelného kužele vykreslený na obrázku 2.12(b) představuje posloupnost zvětšujících se soustředných sfér. Na mých obrázcích budu světelné kužele znázorňovat tak, že jejich povrchy budou svírat úhel 45 stupňů s vodorovným směrem. Takové obrázky dostaneme, když fyzikální jednotky, jimiž měříme prostor a čas, zvolíme tak, aby v nich rychlost světla byla rovna  $c = 1$ . Když tedy například pro měření času zvolíme jednu sekundu, pak pro měření vzdáleností budeme používat jednu světelnou sekundu (což je 299 792 458 metrů). Bude-li naše časová škála jeden rok, pak vzdálenost bude vyjádřena v násobcích světelného roku (přibližně  $9,46 \times 10^{12}$  kilometrů) a tak dále.<sup>27</sup>

Einsteinova teorie nám říká, že rychlost každé hmotné částice musí být vždy menší, než je rychlost světla. Z prostoročasového pohledu to znamená, že světočára takové částice (trajektorie v  $\mathbb{M}$ , jež je posloupností všech událostí reprezentujících její kompletní historii) musí nutně stále ležet uvnitř světelného kužele, a to v kterémkoli okamžiku, viz obrázek 2.13. Podél své světočáry se částice může někde pohybovat i zrychleně, takže její světočára

## 2. PODIVNĚ SPECIÁLNÍ POVAHA VELKÉHO TŘESKU



**Obr. 2.13** Světelné kužele v  $\mathbb{M}$ . Světočáry hmotných částic míří vždy dovnitř těchto kuželů, zatímco světočáry nehmotných částic leží stále na nich.

nemusí být přímkou. Zrychlení je v prostoročase geometricky popsáno *zakřivením* světočáry. Je-li světočára zakřivená, vezmeme *tečný vektor* k ní, a ten vždy musí mířit dovnitř příslušného světelného kužele. Má-li částice *nulovou klidovou hmotnost*, jako například foton,<sup>28</sup> pak její světočára musí v každé události ležet *na* světelném kuželu, protože její rychlost je v každé události přesně rovna rychlosti světla.

Světelné kužele nám rovněž říkají, jaká je *kauzální struktura* světa. Ta určuje, které události jsou v principu schopné ovlivnit jiné události. Jedním z hlubokých principů (speciální) teorie relativity je tvrzení, že signály se nikdy nemohou šířit nadsvětelnou rychlostí. Z pohledu geometrie čtyřrozměrného prostoročasu  $\mathbb{M}$  to lze vyjádřit následujícím způsobem: řekneme, že událost  $p$  může kauzálně ovlivnit událost  $q$ , jestliže existuje hladká světočára spojující  $p$  s  $q$  taková, že leží uvnitř anebo maximálně na příslušných světelných kuželech. K tomu je zapotřebí též specifikovat *orientaci* světočáry (tradičně se vyznačuje šipkou), která vždy vede z minulosti do budoucnosti. Proto musí být geometrie  $\mathbb{M}$  obdařena jednoznačnou *časovou orientací*, jež nám dovoluje konzistentně rozdělit poloviny všech světelných kuželů na „budoucí“ a „minulé“ části. Minulé části světelných kuželů označují symbolem „-“ a budoucí části symbolem „+“. Vyznačil jsem je na obrázcích 2.12(a)

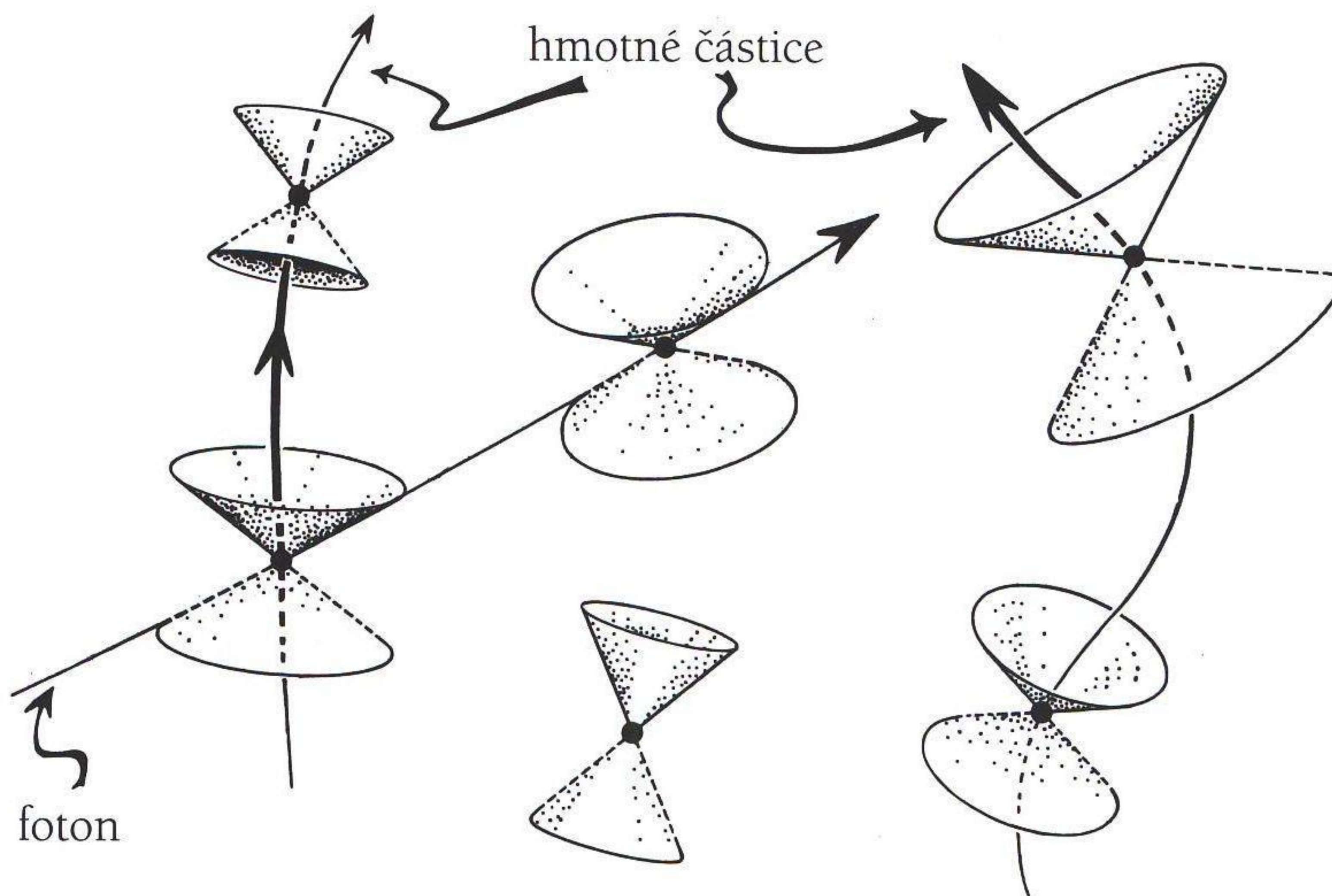


## 2.3 PROSTOROČAS, SVĚTELNÉ KUŽELE, METRIKY, KONFORMNÍ GEOMETRIE

i 2.13, kde nadto vykresluji minulé části kuželů čárkovanými čarami. Běžný pojem „kauzality“ vystihuje působení směrem z minulosti do budoucnosti, tedy podél světočar, jejichž všechny orientované tečné vektory míří dovnitř budoucích světelných kuželů.<sup>29</sup>

Geometrie  $M$  je zcela uniformní, neboť každá událost v něm je rovnoprávná s kteroukoli jinou. Když ale přejdeme k Einsteinově *obecné* relativitě, tato uniformita zmizí. Ale i v obecné teorii relativity existuje konzistentní struktura časově orientovaných světelných kuželů a světočáry všech hmotných částic nadále mají (do budoucnosti orientované) tečné vektory, které všechny míří dovnitř budoucích světelných kuželů. A nehmotné částice (třeba fotony) se pohybují podél světočar, jejich tečné vektory leží přesně na světelných kuželech. Tuto situaci platnou v obecné relativitě, kdy se světelné kužele v jednotlivých událostech navzájem liší, jsem znázornil na obrázku 2.14.

Můžeme si představit, že světelné kužele se nacházejí v jakémsi „gumovém prostředí“, jsou do něj „otištěny“. Toto pružné prostředí můžeme libovolným způsobem deformovat, jediným omezením je, že deformace musí být hladká. Naše světelné kužele určují „kauzální strukturu“ událostí, a ta není při spojitých deformacích narušena.



Obr. 2.14 Různé světelné kužele v obecné teorii relativity.

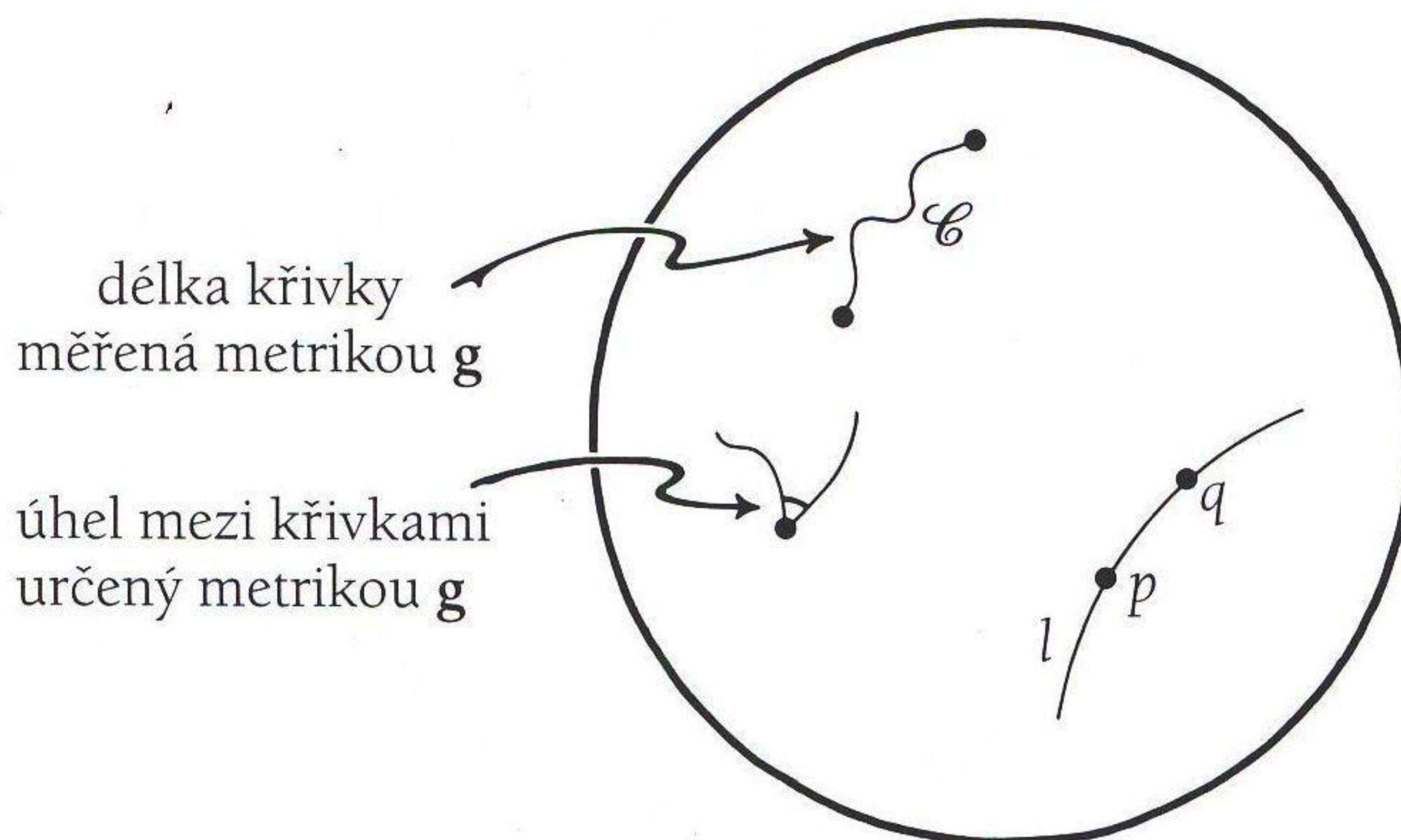
## 2. PODIVNĚ SPECIÁLNÍ POVAHA VELKÉHO TŘESKU

Obdobnou situaci popisuje Escherovo znázornění hyperbolické dvourozměrné geometrie na obrázku 2.3(c) v kapitole 2.1. I v tomto případě si můžeme představit, že Escherův obraz je otištěn na dokonale pružné gumové bláně. Zvolíme-li libovolného ďábla u okraje, můžeme jím pomocí hladké deformace blány pohnout tak, aby se ocitnul někde uprostřed. Takto lze pohnout libovolným ďáblem a přemístit ho na místo, kde se předtím nacházel kterýkoli jiný. Takové pohyby vystihují symetrii hyperbolické geometrie znázorněné Escherem. V obecné relativitě se obdobné symetrie také vyskytují (například ve Friedmannových modelech vesmíru popsanych v kapitole 2.1). Příslušné hladké deformace se nazývají „difeomorfismy“ (či „obecné transformace souřadnic“). Podstatné je, že takové deformace vůbec nemění danou fyzikální situaci. Princip „obecné kovariance“, jenž je základem Einsteinovy obecné teorie relativity, říká, že fyzikální zákony je nutné zformulovat takovým způsobem, aby se jejich obsah nezměnil při provedení hladkých deformací neboli difeomorfismů.

To ale vůbec neznamena, že by se geometrická struktura prostoročasu vytratila a zbyla pouhá *topologie* (podle níž je například čajový šálek identický s prstýnkem a podobně). Ve skutečnosti stále zbývá struktura, pro kterou se v matematice používá označení *varieta*. Může mít libovolnou dimenzi  $n$ , obvykle bývá hladká, ale nemusí nutně obsahovat žádnou další strukturu. V případě hyperbolické geometrie je na dané varietě navíc definována ještě takzvaná *metrika*, což je matematicky „tenzorová“ veličina (viz též kapitolu 2.6), obvykle označovaná symbolem  $\mathbf{g}$ . Metrika umožňuje měřit *délky*<sup>30</sup> konečných hladkých křivek v daném prostoru. Libovolná deformace variety dokáže přenést libovolnou křivku  $\mathcal{C}$  spojující body  $p$  a  $q$  (i body  $p$  a  $q$  se při deformaci samozřejmě pohnou), ale délka křivky mezi těmito koncovými body zůstane nezměněna (v tomto smyslu je totiž i metrika  $\mathbf{g}$  při deformaci odpovídajícím způsobem přenesena).

Zmíněný koncept vzdálenosti umožňuje zavést pojem *přímé čáry*, který označujeme slovem *geodetika*. Taková čára  $l$  je charakterizována vlastností, že pro libovolné dva blízké body  $p$  a  $q$  ležící na  $l$  je *nejkratší křivkou* spojující  $p$  s  $q$  (ve smyslu vzdálenosti definované metrikou  $\mathbf{g}$ ), viz obrázek 2.15. Geodetiky tedy představují „nejkratší trasy“ mezi libovolnými dvěma body. Pomocí metriky  $\mathbf{g}$  můžeme definovat také *úhel*, pod kterým se protínají dvě libovolné hladké křivky. Jakmile je tedy zadána metrika  $\mathbf{g}$ , máme k dispozici všechny běžné geometrické pojmy. Obecně se ale příslušná geometrie může velmi lišit od běžné eukleidovské.

## 2.3 PROSTOROČAS, SVĚTELNÉ KUŽELE, METRIKY, KONFORMNÍ GEOMETRIE



**Obr. 2.15** Metrika  $g$  připisuje křivkám délky a úhly, pod nimiž se protínají. Geodetika  $l$  je „nejkratší dráhou mezi body  $p$  a  $q$ “ vůči dané metrice  $g$ .

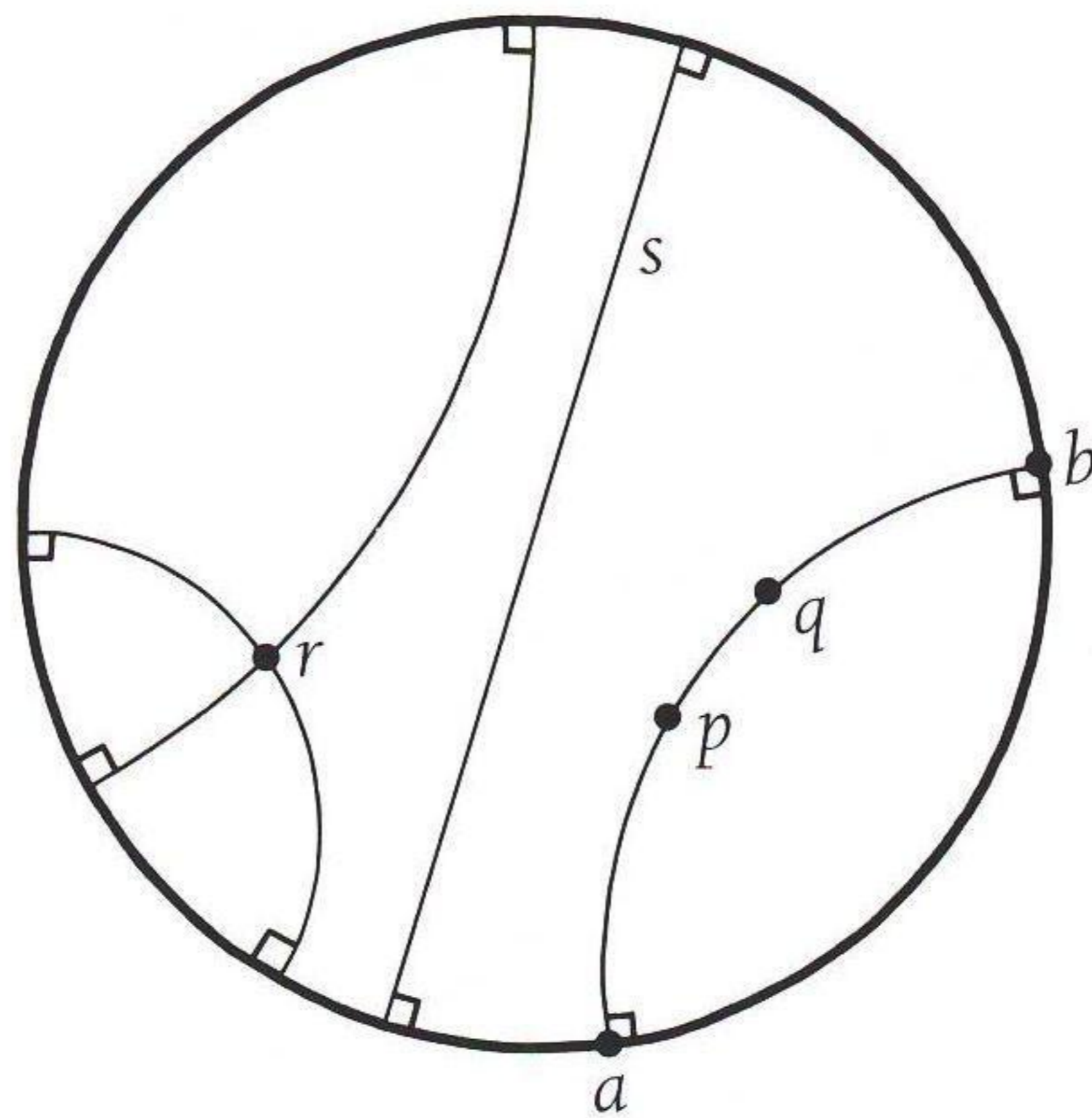
Hyperbolická geometrie z Escherova obrázku 2.3(c), což je Beltramiho-Poincaréova konformní reprezentace, má také své rovné čáry (geodetiky). Můžeme je vymezit v obvyklé eukleidovské geometrii ležící v pozadí tohoto obrázku: jde o kruhové oblouky, které protínají vnější kruhovou hranici pod pravými úhly (viz obrázek 2.16). Vezmeme-li koncové body  $a$  a  $b$  oblouku procházejícího body  $p$  a  $q$ , pak hyperbolická  $g$ -vzdálenost mezi  $p$  a  $q$  bude

$$C \ln \frac{|qa||pb|}{|qb||pa|},$$

kde  $\ln$  je přirozený logaritmus (viz kapitolu 1.2), „ $|qa|$ “ atd. je obyčejná eukleidovská vzdálenost bodů měřená v rovině, zatímco  $C$  je kladná konstanta nazývaná *pseudo-poloměr* hyperbolického prostoru.

Místo abychom nyní dále specifikovali strukturu, kterou prostoru dodává metrika  $g$ , zaměříme se na jiný typ geometrie. Jde o takzvanou *konformní* geometrii a bude se nám později velmi hodit. Jedná se o strukturu umožňující měřit úhly mezi hladkými křivkami v jejich libovolném průsečíku, *nespecifikuje* ale žádnou „vzdálenost“ či „délku“. Jak jsme se již zmínili, pojem úhlu je určen metrikou  $g$ , ale naopak metrika  $g$  *není* zadáním všech úhlů jednoznačně definována. Konformní struktura totiž neurčuje vzdálenosti a délky, nicméně fixuje *poměry* délkových měření prováděných v různých směrech vycházejících z daného bodu. Určuje proto (nekonečně) malé *tvary*. Délkové míry můžeme libovolně přeškálovat, v různých bodech je buď zvětšit, nebo

## 2. PODIVNĚ SPECIÁLNÍ POVAHA VELKÉHO TŘESKU



**Obr. 2.16** „Rovné čáry“ (geodetiky) v konformní reprezentaci hyperbolické geometrie jsou kruhové oblouky, které jsou kolmé na vnější kruhovou hranici představující nekonečno.

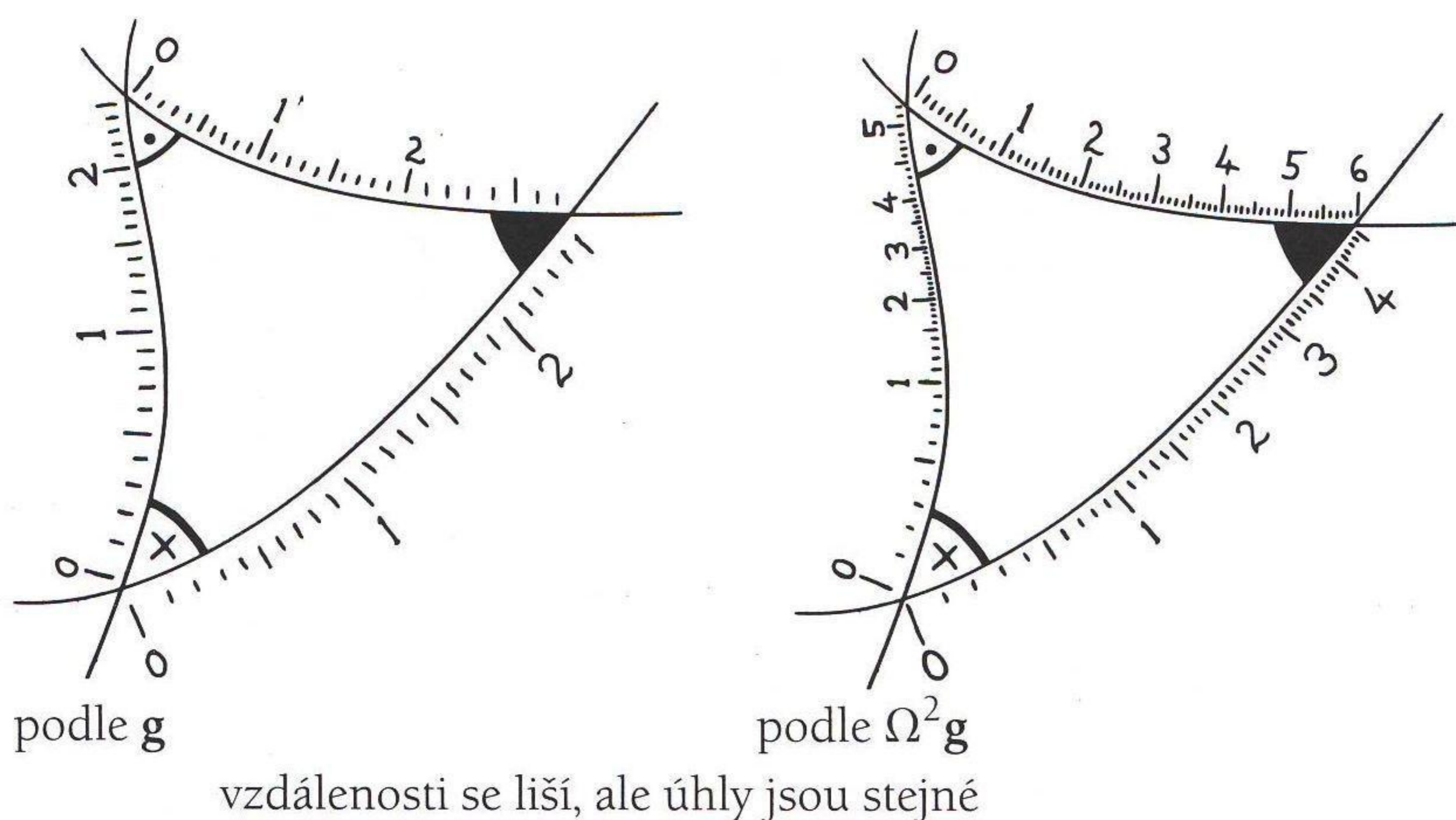
zmenšit, aniž bychom tím však změnili konformní strukturu prostoru (viz obrázek 2.17). Takové přeškálování metriky vyjadřujeme vzorcem

$$\mathbf{g} \mapsto \Omega^2 \mathbf{g},$$

kde  $\Omega$  je v každém bodě kladné reálné číslo, jež se obecně bod od bodu v prostoru hladce mění. Ať už zvolíme kladnou hladkou funkci  $\Omega$  jakkoli, budou metriky  $\mathbf{g}$  i  $\Omega^2 \mathbf{g}$  definovat stejnou konformní strukturu. Zadávat však (pokud  $\Omega \neq 1$ ) odlišné metrické struktury, přičemž faktor  $\Omega$  určuje velikost přeškálování vzdáleností. (Důvod, proč se faktor  $\Omega$  ve výrazu  $\Omega^2 \mathbf{g}$  objevuje ve druhé mocnině, spočívá v tom, že fyzikálně měřitelná vzdálenost se získává odmocněním vzorce obsahujícího metriku  $\mathbf{g}$ , viz poznámku 2.30.) Vrátime-li se nyní k Escherovu obrázku 2.3(c), vidíme, že konformní (ne však metrická) struktura hyperbolické plochy je zcela identická s tou, jakou má obyčejná eukleidovská rovina uvnitř kruhu (ale je odlišná od konformní struktury celé eukleidovské roviny).

Přejdeme-li nyní ke geometrii *prostorochasu*, zůstávají základní myšlenky konformních transformací nadále v platnosti, ale objevují se některé zásadní novinky. Jsou způsobeny tím, že Minkowského a Eukleidův prostor nemají stejnou strukturu. Vyjádřeno matematicky, příslušné metriky mají odlišnou signaturu. Z algebraického pohledu jde o to, že některé členy v metrice prostě změni znaménko z „+“ na „-“, což v podstatě odpovídá tomu, kolik navzájem

## 2.3 PROSTOROČAS, SVĚTELNÉ KUŽELE, METRIKY, KONFORMNÍ GEOMETRIE

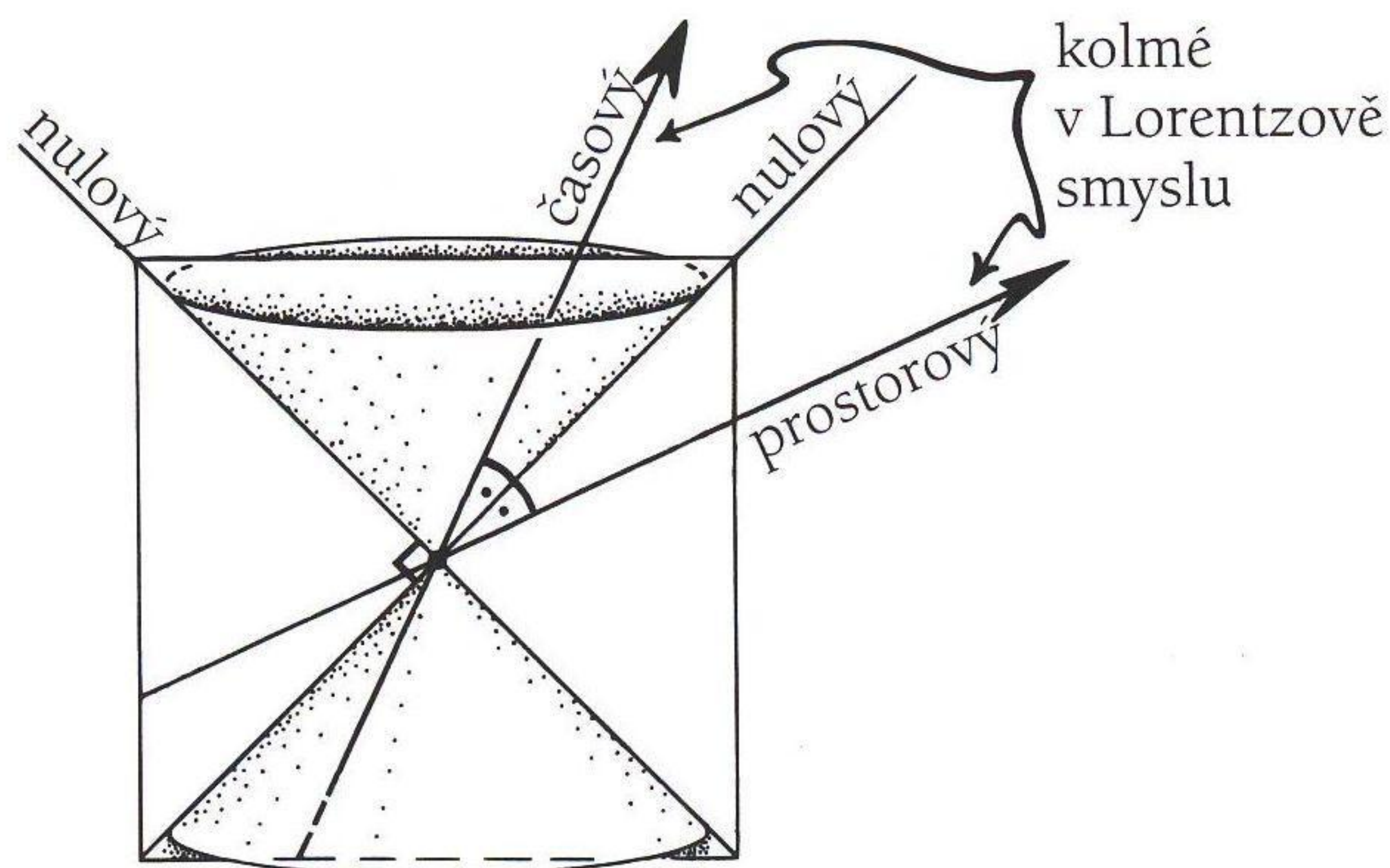


**Obr. 2.17** Konformní struktura jednoznačně neurčuje vzdálenosti, ale pomocí vzájemných poměrů délek měřených v různých směrech fixuje úhly, a to v kterémkoli bodě. Vzdálenosti lze libovolně zvětšovat či zmenšovat, aniž by to změnilo konformní strukturu.

kolmých směrů je „časových“ (leží uvnitř světelného kužele) a kolik jich je „prostorových“ (leží vně světelného kužele). V eukleidovské geometrii i v její zakřivené verzi, kterou nazýváme *Riemannova* geometrie, jsou všechny směry prostorové. Obvyklý prostoročas zahrnuje jen 1 časový směr a všechny zbývající jsou prostorové. Je-li takový prostoročas plochý, nazývá se *Minkowského*, pokud je zakřivený, nese jméno *Lorentzův*. Běžný Lorentzův prostoročas, který zde uvažujeme, má dimenzi  $n = 4$  a signaturu „1 + 3“. To znamená, že ze čtyř navzájem kolmých směrů je jeden časový a tři jsou prostorové. Kolmost neboli ortogonalita prostorových směrů znamená, že mezi nimi jsou pravé úhly. Pokud však jde o ortogonalitu časového a prostorového směru, je situace poněkud odlišná, jak znázorňuje obrázek 2.18 – v tomto případě jsou oba symetricky orientovány kolem nulového směru, jenž leží mezi nimi. Fyzikálně to znamená, že pozorovatel, jehož světočára míří do příslušného časového směru, bude vnímat události ležící v odpovídajícím prostorovém směru jako *současné*.

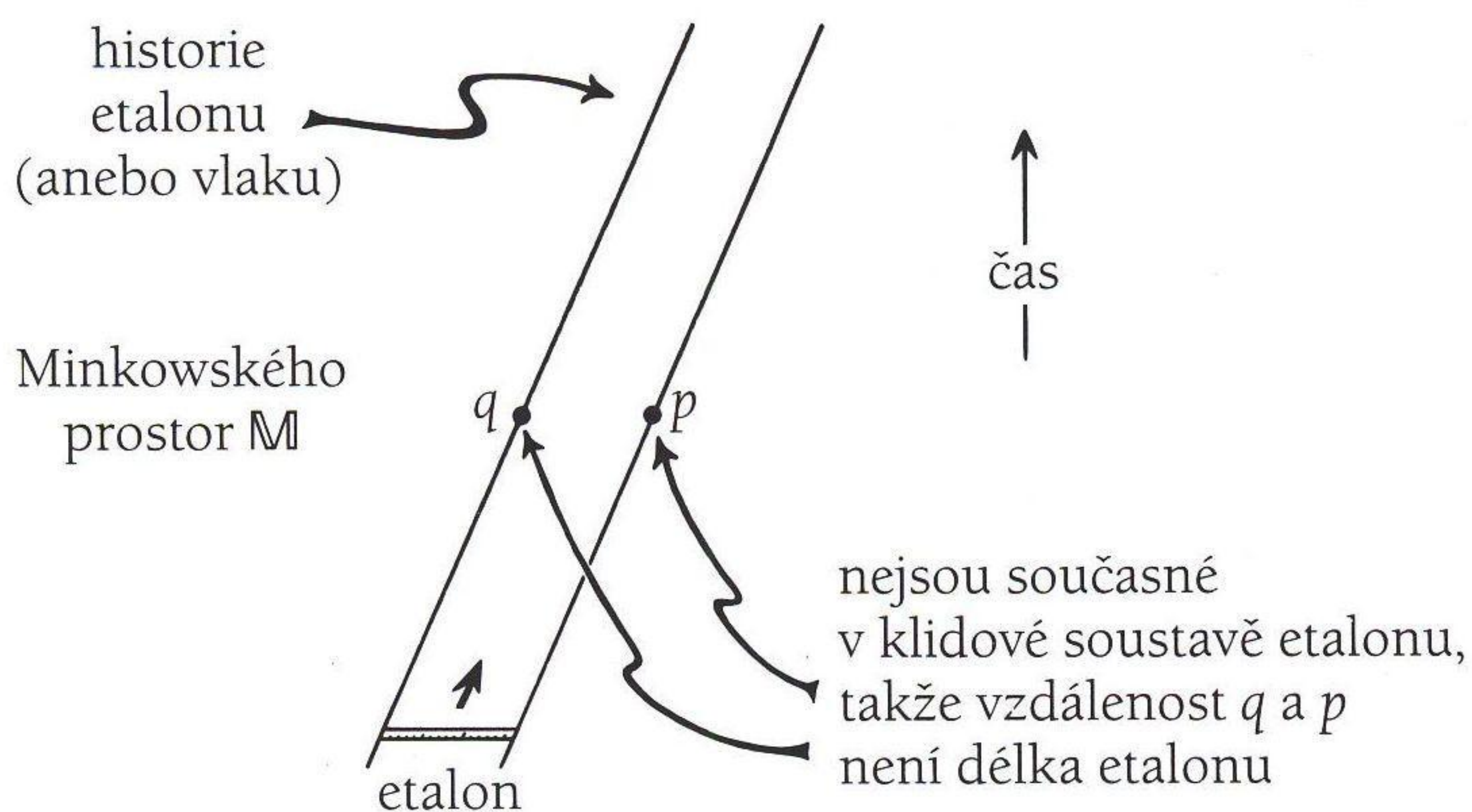
V ryze prostorových geometriích (eukleidovských či riemannovských) jsou vzdálenosti určeny jednoduše prostorovou odlehlostí bodů, kterou můžeme změřit pomocí vhodného *délkového etalonu*. Co je však analogickým etalonem u prostoročasů (ať už minkowských či lorentzovských)? V tomto

## 2. PODIVNĚ SPECIÁLNÍ POVAHA VELKÉHO TŘESKU



**Obr. 2.18** „Kolmost“ časového a prostorového směru v Lorentzově prostoročase znázorněná v obvyklém eukleidovském prostoru, kde světelný kužel svírá pravý úhel.

případě jde o *pás*, což není úplně nejnázornější zařízení k měření prostorových vzdáleností dvou událostí  $p$  a  $q$ , viz obrázek 2.19. Představme si, že událost  $p$  umístíme na jeden konec pásu, zatímco událost  $q$  na konec druhý. Můžeme též předpokládat, že etalon je krátký a nezrychluje, takže efekty Einsteinovy obecné teorie relativity jsou zanedbatelné a vše lze popisovat jednodušší speciální teorií relativity s Minkowského strukturou. Podle speciální relativity však pro správné měření prostorové vzdálenosti mezi událostmi  $p$  a  $q$  v prostoročase je nezbytné, aby tyto události byly *současné* v klidové



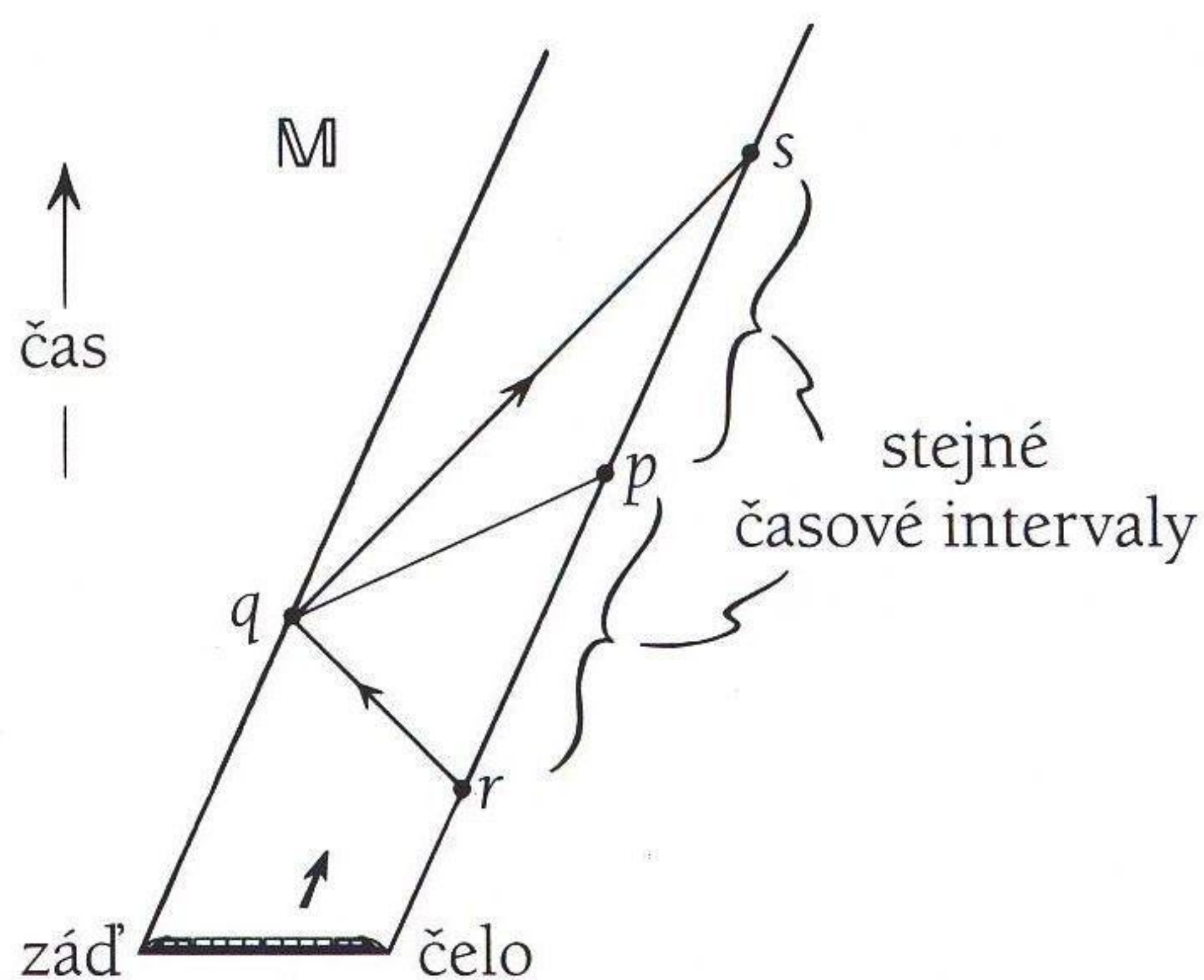
**Obr. 2.19** Prostorová vzdálenost mezi body  $q$  a  $p$  v  $\mathbb{M}$  není etalonem (jehož historie je dvourozměrný pás v prostoročase) měřena přímo.

## 2.3 PROSTOROČAS, SVĚTELNÉ KUŽELE, METRIKY, KONFORMNÍ GEOMETRIE

soustavě měřicího etalonu. Jak ale zajistíme, aby byly současné? K tomu s výhodou použijeme Einsteinovu originální myšlenku. Einstein jenom místo o měřicím etalonu tenkrát mluvil o rovnoměrně se pohybujícím vlaku.

Označme jeden konec vlaku (etalonu) vymezený událostí  $p$  jako *čelo*, zatímco druhý jeho konec vymezený  $q$  jako *zád'*. Nyní si představme pozorovatele na čele vlaku, jak vyšle světelný signál z události  $r$  směrem k zádi vlaku. Vše je načasováno tak, že signál k zádi dorazí přesně v události  $q$ . V tentýž okamžik je signál zrcadlem odražen zpátky k čelu vlaku, kam dorazí v události  $s$ , viz obrázek 2.20. Pozorovatel usoudí, že v klidové soustavě vlaku je  $q$  současný s  $p$ , jestliže událost  $p$  leží přesně uprostřed mezi vysláním a konečným přijetím signálu, neboli časový interval mezi  $r$  a  $p$  je zcela stejný jako interval mezi  $p$  a  $s$ . Tehdy (a jen tehdy) je délka vlaku (neboli etalonu) shodná s prostorovou vzdáleností mezi body  $p$  a  $q$ .

Povšimněte si, že měření prostorové vzdálenosti mezi dvěma body je složitější než pouhé „přiložení etalonu“. Navíc ve skutečnosti pozorovatel měří časové intervaly  $rp$  a  $ps$ . Tyto (stejně velké) časové intervaly pak přímo určují prostorový interval  $pq$ , jehož délku chceme změřit (použijeme-li fyzikální jednotky, v nichž má rychlost světla  $c$  hodnotu 1). Dobře to ilustruje zásadní vlastnost metriky prostoročasu, totiž že je bezprostředněji spojena spíše s měřením času než s měřením vzdálenosti. Namísto změření prostorové délky křivek nám přímo poskytuje informaci o měření času. Měření času nelze navíc jednoznačně provést pro libovolné křivky, ale jenom pro ty, jež



**Obr. 2.20** Etalon (či vlak) měří vzdálenost  $pq$  pouze tehdy, když jsou obě události současné. K měření vzdáleností tedy potřebujeme i světelné signály a hodiny.

## 2. PODIVNĚ SPECIÁLNÍ POVAHA VELKÉHO TŘESKU

nazýváme *kauzální*. Pouze ty mohou představovat světočáry skutečných fyzikálních částic: jedná se o takové křivky v prostoročase, které jsou všude časové (jejich tečny leží uvnitř světelných kuželů, což platí pro částice s nenulovou klidovou hmotností) anebo *nulové* (jejich tečné vektory leží přesně na světelných kuželech, což je případ částic s nulovou klidovou hmotností, například fotonů). Metrika prostoročasu  $g$  přiřazuje každému konečnému úseku kauzální křivky její časovou délku (je-li křivka nulová, tak k časové délce nijak nepřispěje). V tomto smyslu je „geometrie“ prostoročasu popsána metrikou vlastně spíše „chronometrií“, jak zdůrazňoval již významný irský relativista John L. Synge.<sup>31</sup>

Pro fyzikální význam obecné teorie relativity je důležité, že na fundamentální úrovni nám příroda poskytuje extrémně přesné hodiny, a celá teorie je tudíž postavena na přirozeně definované metrice  $g$ .<sup>32</sup> Příslušné měření času hraje ve fyzice ústřední roli, neboť každá (stabilní) hmotná částice reprezentuje takřka dokonalé hodiny. Je-li  $m$  hmotnost částice (předpokládejme, že se nemění), pak její *klidová energie*  $E$  je dána Einsteinovou nejslavnější formulou<sup>33</sup> teorie relativity

$$E = mc^2.$$

Jiná, skoro stejně slavná formulka, tentokrát *kvantové* teorie, jež pochází od Maxe Plancka

$$E = h\nu$$

(kde  $h$  je Planckova konstanta), nám zase říká, že tato klidová energie částice jednoznačně určuje jistou frekvenci  $\nu$  kvantových oscilací (viz obrázek 2.21). Jinak řečeno, každá stabilní hmotná částice se chová jako velmi přesné kvantové *hodiny*, které „tikají“ na specifické frekvenci

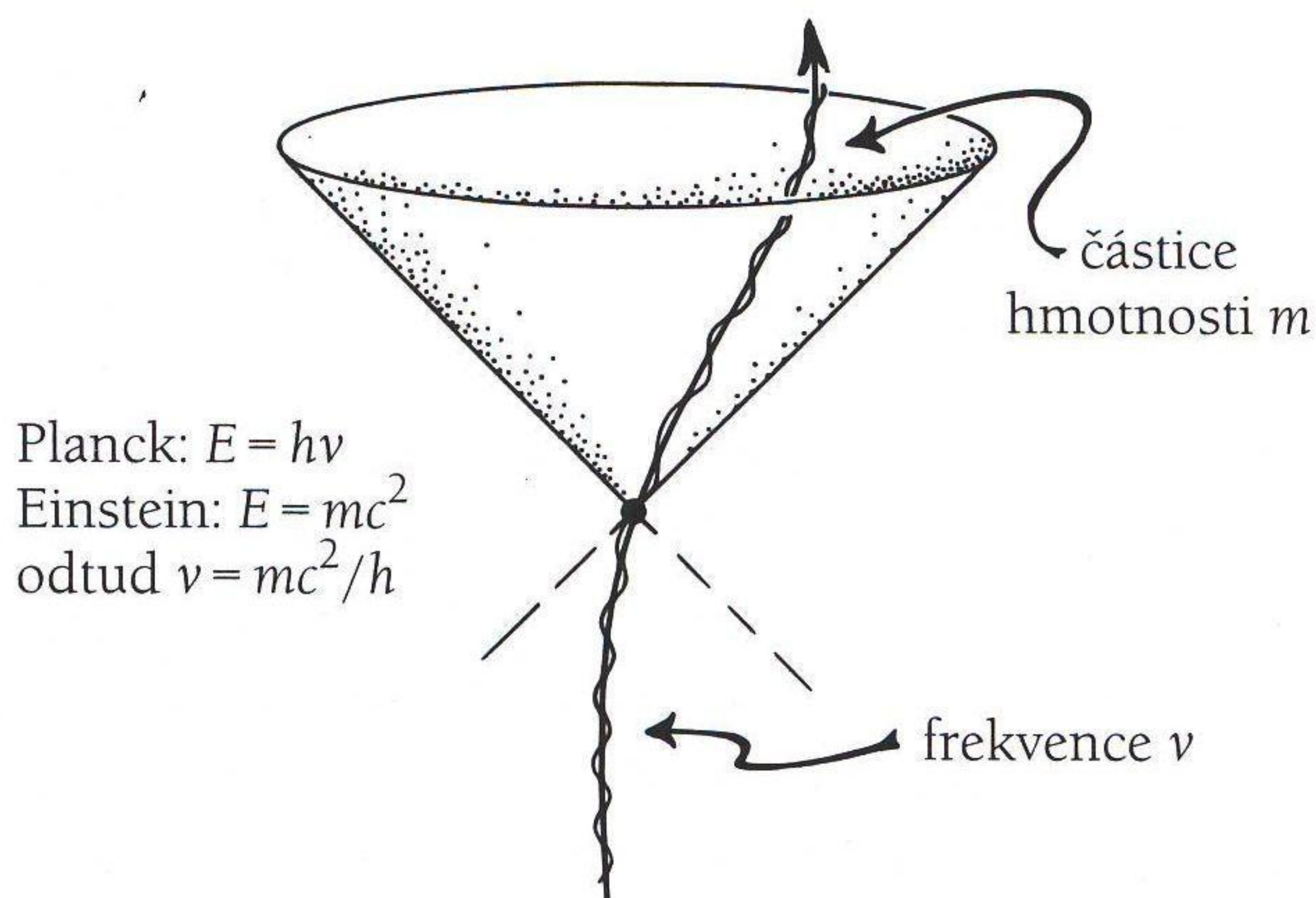
$$\nu = m \frac{c^2}{h}.$$

Frekvence je tedy přímo úměrná hmotnosti částice, přičemž fundamentální konstantou úměrnosti je veličina  $c^2/h$ .

Tato kvantová frekvence každé individuální částice je ve skutečnosti natolik vysoká, že ji neumíme žádnými běžnými hodinami změřit. V praxi proto musíme užívat hodiny tvořené systémy velmi mnoha částic, jejichž kmity jsou vzájemně synchronizovány. I nadále však platí, že k postavení hodin potřebujeme *nenulovou hmotu*. Částice s nulovou klidovou hmotností (třeba fotony) samy o sobě jako hodiny fungovat nemohou, neboť jejich vlastní



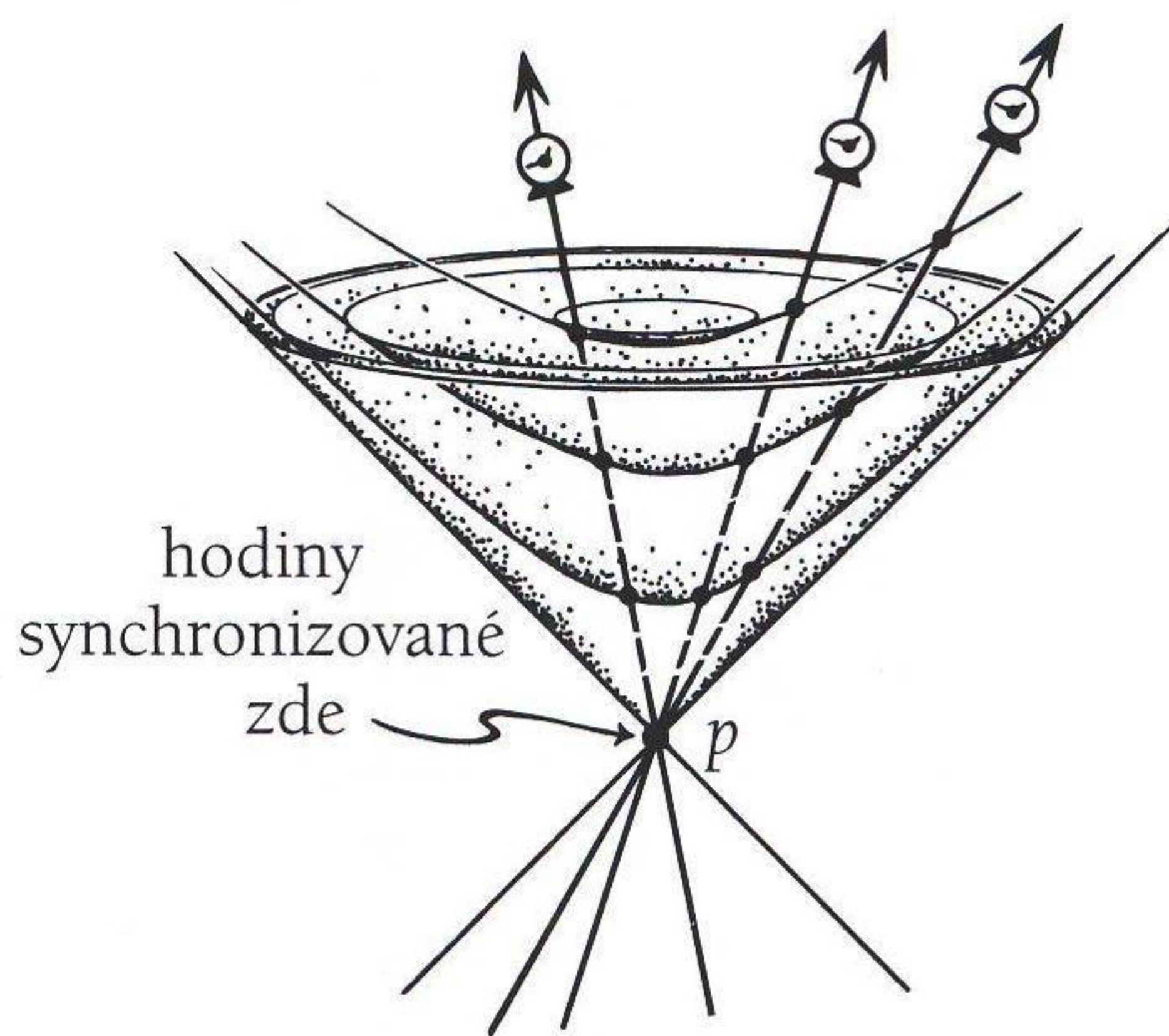
## 2.3 PROSTOROČAS, SVĚTELNÉ KUŽELE, METRIKY, KONFORMNÍ GEOMETRIE



**Obr. 2.21** Každá stabilní hmotná částice se chová jako velmi přesné kvantové hodiny.

frekvence je *nulová*. Fotonu trvá doslova celou věčnost, než uskuteční jedno jediné „tiknutí“! Tato skutečnost pro nás bude později velmi důležitá.

Vše je v naprostém souladu s obrázkem 2.22. Na něm vidíme sadu stejných hodin, které všechny vyšly ze společné události  $p$ , ale mají různé rychlosti. Mohou se blížit rychlosti světla, ale nesmějí ji překročit. Třírozměrné povrchy ve tvaru misek (v obvyklé geometrii mají všechny tvar *hyperboloidu*) vyznačují po sobě jdoucí „tiknutí“ všech zmíněných hodin. (V Minkowského geometrii

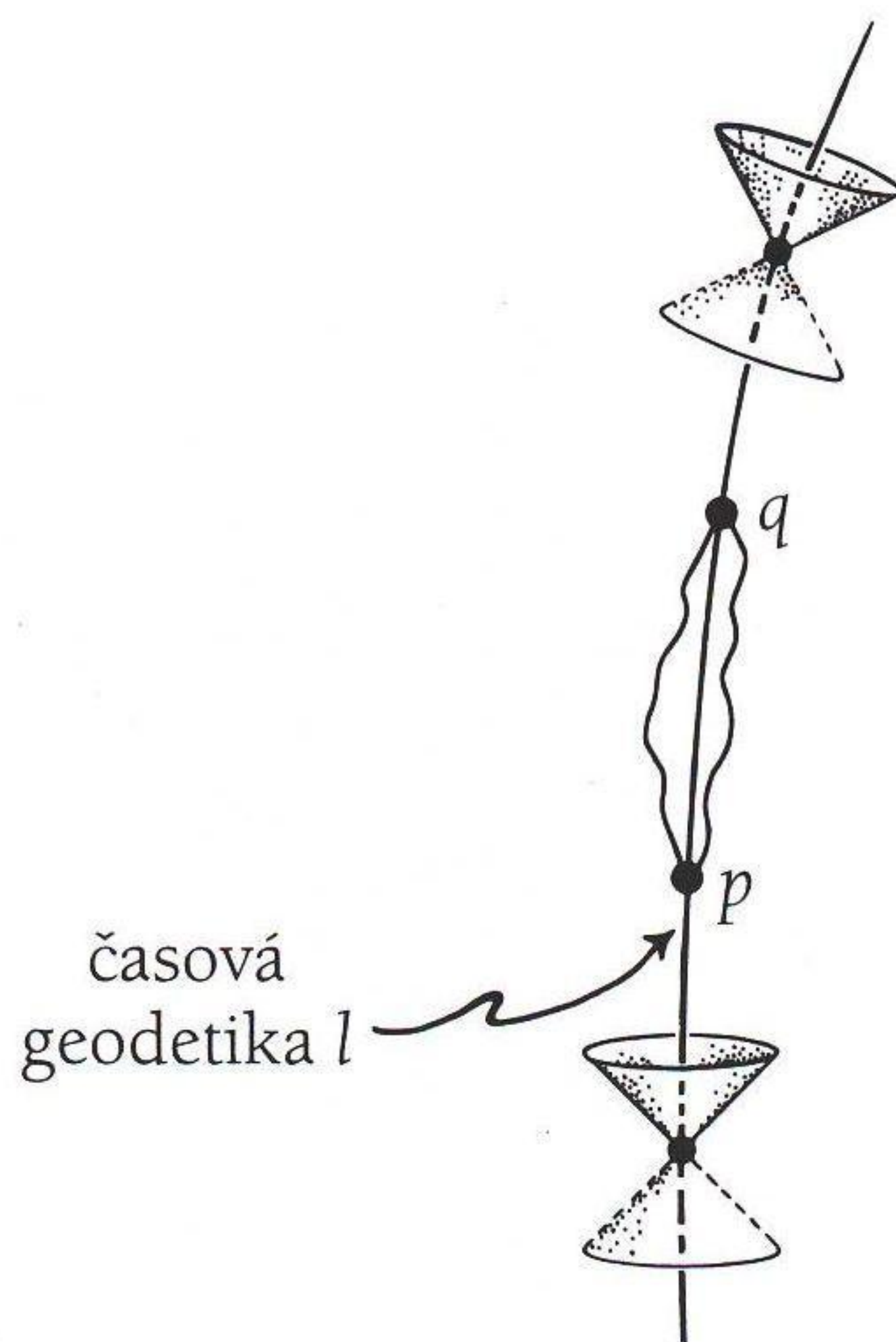


**Obr. 2.22** Hyperbolické třírozměrné plochy vymezují následná „tikání“ stejných hodin pohybujících se různými rychlostmi.

## 2. PODIVNĚ SPECIÁLNÍ POVAHA VELKÉHO TŘESKU

jsou tyto hyperbolické povrchy analogiemi sfér, tedy bodů stejně vzdálených od společného počátku.) Povšimněte si, že nehmotné částice opravdu nikdy neprotnou ani první z těchto ploch. Světočáry částic s nulovou klidovou hmotností totiž leží *na světelném kuželu*, jenž se nachází vně všech uvedených hyperboloidů.

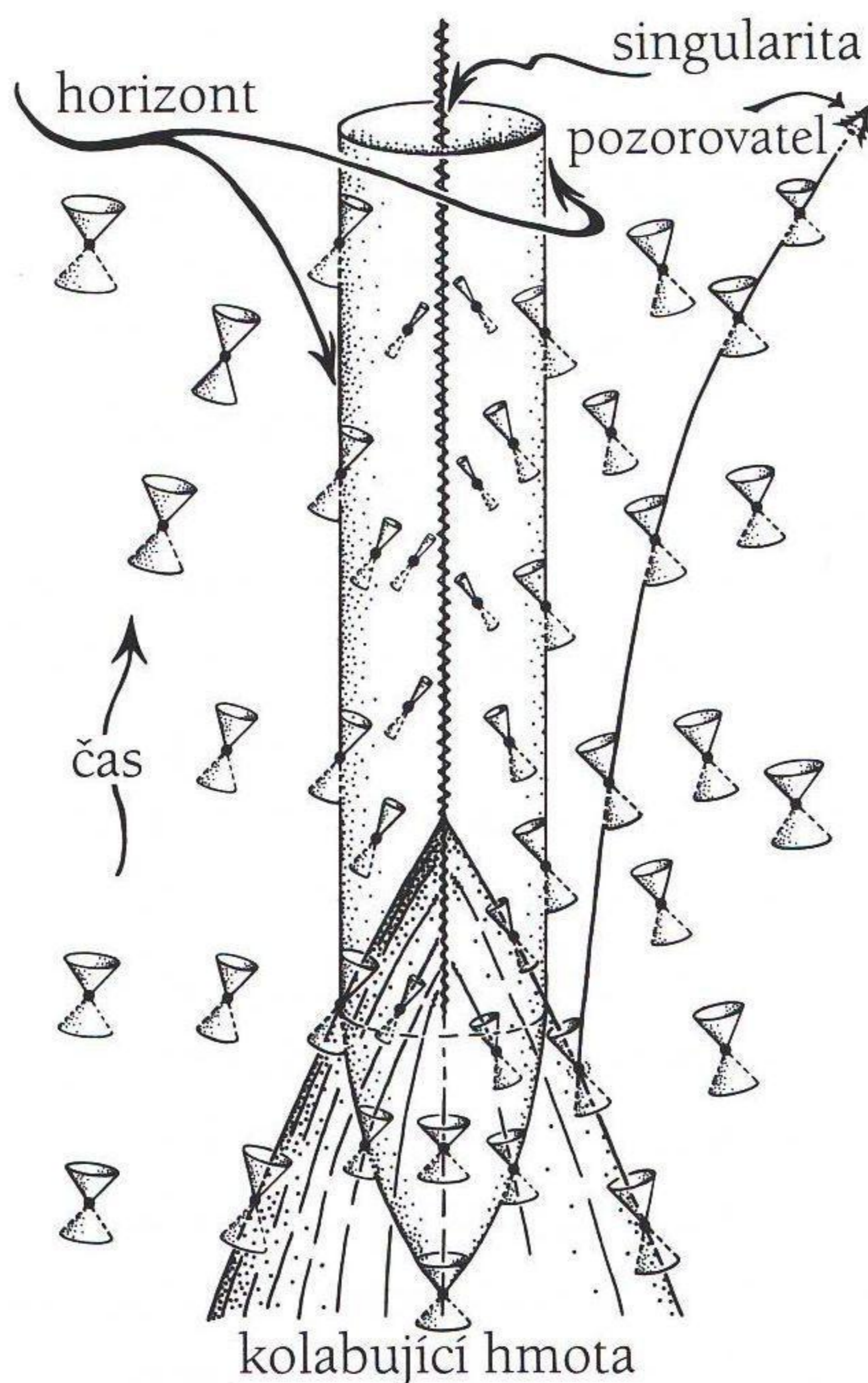
Závěrem ještě připomeňme pojem časové *geodetiky*, což je křivka, kterou fyzikálně interpretujeme jako světočáru hmotné částice, která se pohybuje *volně jen působením gravitace*. Matematicky je časová geodetika  $l$  definována tak, že pro libovolné dva na ní ležící blízké body  $p$  a  $q$  je to *nejdelší* možná spojnice obou bodů (ve smyslu časové délky určené metrikou  $g$ ), viz obrázek 2.23. Je to vlastně protipól přirozené vlastnosti prostorových geodetik z eukleidovských či riemannovských prostorů, jež naopak *minimalizují* vzdálenosti mezi dvěma body. Totéž platí i pro *nulové* geodetiky. V tomto případě je jejich délka přesně nulová a sama kauzální struktura prostoročasu vymezená světelnými kuželů postačuje k jejich určení. Struktura světelných kuželů je ve skutečnosti ekvivalentní *konformní* struktuře prostoročasu, čehož dále v knize využijeme.



**Obr. 2.23** Časová geodetika  $l$  je určena tím, že pro každé dva blízké body na ní je část  $l$  mezi oběma body *nejdelší* lokální křivkou v daném prostoročase.

### 2.4 ČERNÉ DÍRY A PROSTOROČASOVÉ SINGULARITY

Ve většině obvyklých fyzikálních situací je gravitační působení tak malé, že světelné kužely jsou jen mírně odlišné od těch, které existují v prázdném Minkowského prostoročase  $M$ . V bezprostředním okolí *černé díry* je tomu ale zcela jinak. Pokusil jsem se to znázornit na obrázku 2.24. Tento prostoročasový obrázek reprezentuje kolaps velmi hmotné hvězdy (alespoň desetkrát hmotnější než naše Slunce). Když hvězda spotřebuje veškeré vnitřní zdroje jaderné energie, nevyhnutelně se zhroučí sama do sebe. V jisté chvíli odpovídající okamžiku, kdy úniková rychlost z povrchu hvězdy překročí rychlost světla,<sup>34</sup> dosáhne naklonění světelných kuželů způsobené nesmírně silnou gravitací v centru již takové velikosti, že i nejzazší části budoucích světelných kuželů začnou mířit vertikálně, tedy do časové osy prostoročasového diagramu. Když z množiny takových světelných kuželů vytvoříme obálku,



**Obr. 2.24** Gravitační kolaps velmi hmotné hvězdy do černé díry. Když se i vnější površka budoucích světelných kuželů nakloní natolik, že začne mířit svisle vzhůru, žádné světlo z hvězdy se už nemůže vymanit z vlivu extrémně silného gravitačního pole a dospět ke vzdálenému pozorovateli. Obálka těchto mezních světelných kuželů vytváří horizont událostí.

## 2. PODIVNĚ SPECIÁLNÍ POVAHA VELKÉHO TŘESKU

dostaneme trojrozměrný povrch známý jako *horizont událostí*. Pod tento horizont se celá kolabující hvězda zhroutí. (Na obrázku jsem z pochopitelných důvodů musel potlačit jednu prostorovou dimenzi, takže horizont vypadá jen jako běžný dvourozměrný povrch. Doufám, že vás to příliš nezmátá.)

Díky extrémnímu náklonu světelných kuželů platí, že světočára jakékoli fyzikální částice a dokonce i světelného signálu, jež se jednou ocitne uvnitř horizontu událostí, z něj už nikdy nemůže uniknout ven. Překročit horizont událostí směrem ven by totiž znamenalo překročit rychlost světla, což je v rozporu s požadavky teorie relativity uvedenými v kapitole 2.3. Budeme-li sledovat pozpátku v čase světelný paprsek vstupující do oka vnějšího pozorovatele v bezpečné vzdálenosti od černé díry, zjistíme, že určitě nikdy nemohl protnout horizont událostí a vystoupit z něj ven. Směrem do minulosti se jen těsně „vznáší“ nad horizontem a nakonec dospěje k vnějšímu povrchu kolabující hvězdy těsně předtím, než tento povrch sám projde horizontem událostí směrem dovnitř. To bude platit, i kdyby vnější pozorovatel čekal sebedelší dobu (tedy bez ohledu na to, jak daleko do budoucnosti pozorující oko nakreslíme). Prakticky však bude obraz, který vnější pozorovatel spatří, velmi silně posunut směrem do červené části spektra a i jeho intenzita zeslábne natolik, že bude sotva rozeznatelný. Obraz kolabující hvězdy proto velmi rychle potmění a zčerná, v plném souladu s označením vzniklé prostoročasové deformace za „černou díru“.

Vyvstává zde přirozená otázka: Co se nakonec stane s veškerou hmotou hvězdy, která, jakmile projde horizontem, je nucena spadnout dovnitř? Je v principu možné, že do samotného centra nedopadne a bude nějakým komplikovaným způsobem jen divoce vířit kolem něj? A co když se působením mohutných odstředivých sil nakonec přeci jen dostane zpátky ven nad horizont? První fyzikální model kolapsu hvězdy, schematicky znázorněný na obrázku 2.24, studovali už v roce 1939 J. Robert Oppenheimer a jeho student Hartland Snyder. Modelovali ho přesným řešením Einsteinových rovnic gravitačního pole, ale byli nuceni provést celou řadu velkých zjednodušení. Nejzávažnější (a nejvíce omezující) byl jejich předpoklad, že kolaps je přesně *sféricky symetrický*, což vyloučilo možné „kroužení“ kolabujícího materiálu kolem gravitačního centra. Museli rovněž předpokládat, že materiál hroustící se hvězdy lze popsat jednoduše jako *tekutinu s nulovým vnitřním tlakem*. Takovou hmotu teoretičtí fyzikové zabývající se relativitou nazývají „prach“ (viz též kapitolu 2.1). Za těchto zjednodušujících předpokladů Oppenheimer se Snyderem dokázali, že kolaps hvězdy nutně musí pokračovat tak dlouho,

## 2.4 ČERNÉ DÍRY A PROSTOROČASOVÉ SINGULARITY

dokud hustota hmoty v singulárním bodě uprostřed nedosáhne *nekonečné* hodnoty a tím současně vzroste nade všechny meze i křivost prostoročasu. Onen výjimečný bod uprostřed, jehož historii na obrázku 2.24 znázorňuje svíslá klikatá čára, se proto nazývá *prostoročasná singularita*. V singularitě tohoto typu přestává Einsteinova klasická teorie platit a dnešní fyzika nám prostě neumožňuje zkoumat dále její vlastnosti.

Existence prostoročasných singularit postavila fyziky před zásadní problém, který je v určitém smyslu opačný k otázce, jak z velkého třesku povstal náš vesmír. Zatímco velký třesk je pokládán za počátek času, singularity v nitru černých děr naopak představují *konec* času. Určitě pro hmotu, jež spadla do černé díry. V tomto smyslu můžeme problematiku singularit v černých dírách chápat za *časově obrácenou* otázku charakteru velkého třesku.

Opravdu platí, že každá kauzální křivka začínající kdekoli uvnitř horizontu, viz znázornění kolapsu hvězdy na obrázku 2.24, musí ve své budoucnosti nevyhnutelně skončit v centrální singularitě. Podobně též libovolná kauzální křivka ve Friedmannových kosmologických modelech diskutovaných v kapitole 2.1, protáhneme-li ji dostatečně daleko do minulosti, musí skončit (tedy vlastně začít) v singularitě velkého třesku. Vypadá to, že obě situace jsou svými časově obrácenými protějšky (pomineme-li fakt, že černá díra je lokalizovaný objekt). A přesto tomu tak není. Stačí si připomenout naše úvahy ohledně druhého zákona termodynamiky. Velký třesk musel být stavem s neuvěřitelně malou entropií, na rozdíl od stavu černé díry. Právě rozdíl mezi jedním a časově obráceným druhým případem je klíčovou záležitostí, kterou budu muset více objasnit.

Podrobně se touto otázkou budu zabývat v kapitole 2.6, ale již na tomto místě učiním jednu důležitou poznámku. Týká se otázky, nakolik vlastně můžeme *důvěřovat* speciálnímu modelu Oppenheimera a Snydera a vysoce symetrickým kosmologickým modelům Friedmannova typu. Připomeňme, že Oppenheimer se Snyderem ve svých výpočtech předpokládali, že kolaps je přesně *sféricky symetrický* a že hmota je idealizovaná prachem *bez vnitřního tlaku*. Stejně předpoklady platí i pro Friedmannovy kosmologické modely (sférická symetrie je přítomna ve všech FLRW modelech), takže můžeme mít důvodné podezření, že takto speciální modely nemusejí vystihovat obecné chování kolabující (či explodující) reálné hmoty.

Obě dvě otázky mě shodou okolností velmi zajímaly, už když jsem se začal na podzim roku 1964 intenzivně zabývat problematikou gravitačního kolapsu. Inspirovaly mne k tomu obavy, které vyslovil vynikající americký

## 2. PODIVNĚ SPECIÁLNÍ POVAHA VELKÉHO TŘESKU

fyzik John A. Wheeler záhy poté, co Maarten Schmidt objevil ve vesmíru zcela výjimečný objekt,<sup>35</sup> jehož obrovská zářivost spolu s rychlou časovou proměnností jasně naznačovaly, že musí mít cosi společného s tím, co dnes nazýváme „černá díra“. V oné době panovalo všeobecné přesvědčení, opírající se o teoretické práce dvou ruských fyziků, Jevgenije Michajloviče Lifšice a Isaaka Markoviče Chalatnikova, že v *obecné* situaci, jež nemá speciální prostorovou symetrii, prostoročasové singularity gravitačním kolapsem *nevznikají*. Zmíněné práce jsem znal jen trochu a navíc jsem ne zcela důvěřoval matematickým postupům v nich použitých. Zdálo se mi, že nemohou dát definitivní odpověď, a tak jsem začal problém studovat jiným způsobem, totiž geometricky. Chtěl jsem pochopit různé globální aspekty šíření světla, možnou fokusaci způsobenou přítomnými prostoročasovými singularitami i to, jaký druh singularit může při kolapsu vzniknout.

O těchto věcech jsem uvažoval již předtím v kontextu stacionárního modelu vesmíru, o němž jsem se zmínil na začátku kapitoly 2.2. Stacionární model se mi dost líbil. Ještě větší zalíbení jsem však našel v Einsteinově obecné teorii relativity, která nádherným způsobem sjednotila základní geometrické pojmy prostoročasu s fundamentálními fyzikálními principy. Zajímalo mne, jestli lze stacionární model vesmíru konzistentně vybudovat v rámci obecné teorie relativity. Omezíme-li se na spojitý stacionární model, lze rychle dojít k závěru, že model může být v souladu s Einsteinovou teorií pouze tehdy, když připustíme *zápornou hustotu energie hmoty*. Jen takováto kuriózní hmota může svým odpudivým účinkem vyvážit přitažlivý gravitační vliv obvyklé hmoty na světelné paprsky (viz kapitolu 2.6). Obecně platí, že přítomnost záporné energie ve fyzikálním systému je „špatná věc“, neboť většinou vede ke vzniku nezvládnutelných nestabilit. Zajímalo mě proto, jestli by problém nedokázaly vyřešit odchylky od symetrie. Ukázalo se, že globální matematické argumenty týkající se topologického chování světelných ploch jsou natolik mocné, že je lze použít i ve zcela obecných situacích, nejen těch, jež předpokládají vysoký stupeň symetrie. Dospěl jsem k závěru (ale nikdy ho nepublikoval), že rozumně velké odchylky od symetrie nepomáhají, takže ani obecně perturbovaný model stacionárního vesmíru nemůže být v souladu s obecnou teorií relativity, ledaže připustíme hmotu se zápornou energií.

Podobné argumenty jsem použil i ke studiu různých možností, které mohou nastat ve vzdálené budoucnosti gravitujících systémů. Šlo o techniky vycházející z konformní geometrie prostoročasu (viz předchozí kapitolu 2.3),

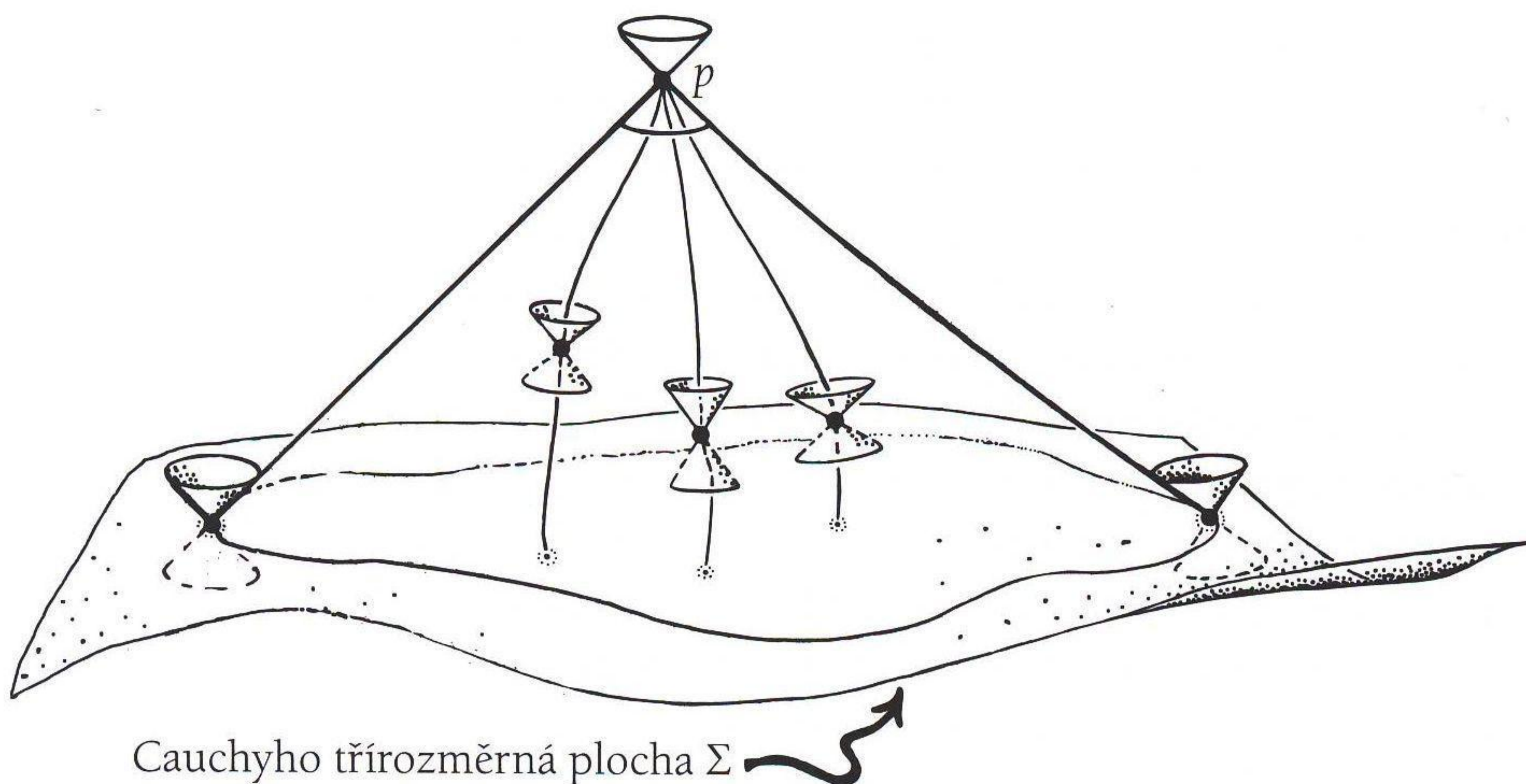
## 2.4 ČERNÉ DÍRY A PROSTOROČASOVÉ SINGULARITY

pomocí nichž jsem mohl studovat fokusaci obecných soustav světelných paprsků.<sup>36</sup> Začal jsem tedy věřit, že věcem trochu rozumím, a pustil jsem se proto do problematiky gravitačního kolapsu. Dodatečným problémem bylo, že jsem musel najít vhodné kritérium, jež by dokázalo říci, že kolaps již prošel „bodem, odkud není návratu“. Bylo potřeba odlišit nevratný kolaps od situací, kdy velké tlakové síly hmoty gravitační hroucení zastaví. Bod, z něhož není návratu, jistě vzniká při zformování horizontu událostí. Jeho přítomnost a konkrétní polohu je ovšem velmi obtížné matematicky přesně určit. Naštěstí jsem dostal spásný nápad definovat<sup>37</sup> takzvanou „lapenou plochu“, jež má mnohem lokálnější charakter<sup>38</sup> než horizont událostí. Přítomnost lapené plochy v prostoročase lze použít jako podmínku, že gravitační kolaps je nevratný a nezastavitelný proces.

Pomocí argumentů ohledně topologie světelných paprsků se mi podařilo dokázat teorém,<sup>39</sup> podle kterého je při každém gravitačním kolapsu vznik prostoročasové singularity za jistých „rozumných“ podmínek naprosto nevyhnutelný. Jedna z podmínek zní, že fokusace paprsků nikdy nesmí být záporná. Vyjádřeno fyzikálněji to znamená, že v Einsteinových rovnicích (s kosmologickou konstantou či bez ní) nemůže mít příslušný *tok energie* v paprscích zápornou hodnotu. Druhou podmínkou je, aby se celý systém vyvíjel z otevřené („nekompaktní“) třírozměrné prostorové plochy  $\Sigma$ , což je běžná záležitost, kdykoli uvažujeme rozumné a lokalizované (tedy nikoli kosmologické) fyzikální situace. Geometricky jde o to, že je nutné, aby každá kauzální křivka v uvažovaném prostoročase, jež leží v budoucnosti vůči  $\Sigma$ , tuto plochu  $\Sigma$  protнула, když křivku protáhneme do minulosti (viz obrázek 2.25). Pak už zbývá jen jediná věc, totiž specifikovat, co přesně je míněno „singularitou“ v takovémto kontextu. Ve své podstatě představuje singularita překážku, jež nám zabraňuje prodloužit prostoročas hladce dál do nekonečné budoucnosti.<sup>40</sup>

Síla uvedeného teorému spočívá v jeho velké obecnosti. Nepředpokládá žádnou speciální symetrii či jiné dodatečné zjednodušující předpoklady, ale též povaha hmoty, jež budí gravitační pole, je omezena pouze „fyzikálně rozumnými“ požadavky na tok energie, takzvanou „slabou energetickou podmínkou“. Tato podmínka je samozřejmě splněna v případě kolabujícího prachu bez vnitřního tlaku, takže se vztahuje i na speciální případy vyšetřované Oppenheimerem a Snyderem či Friedmannem. Zahrnuje ale i mnohem obecnější situace, neboť obsahuje i naprostou většinu všech fyzikálně realistických klasických materiálů, které fyzikové znají.

## 2. PODIVNĚ SPECIÁLNÍ POVAHA VELKÉHO TŘESKU



**Obr. 2.25** Počáteční „Cauchyho plocha“  $\Sigma$ . Každý bod  $p$  ležící v budoucnosti vůči ní má tu vlastnost, že libovolná kauzální křivka procházející  $p$  nutně protne tuto plochu, jakmile křivku protahujeme do minulosti.

V jistém protikladu k velké obecnosti výsledku však stojí skutečnost, že nám neříká skoro vůbec nic o detailech kolapsu hvězdy ani o charakteru vzniklé singularity. Dokonce nám ani neříká, že hustota hmoty dosáhne nekonečné hodnoty nebo že křivost prostoročasu bude v singularitě nekonečná. Ani nenaznačuje nic o tom, *kde* se singulární chování nejdříve projeví.

Abychom tyto otázky prozkoumali, musíme provést analýzu podobnou té, kterou kdysi provedli Lifšic s Chalatinikovem. Navíc ale můj teorém, který jsem našel koncem roku 1964, byl v příkrém rozporu s jejich závěry! V následujících měsících to opravdu vyvolalo velký zmatek. Vše se naštěstí vyřešilo, když oba ruští fyzikové s pomocí mladšího kolegy Vladimira A. Belinského našli a opravili chybu ve svých výpočtech. Zatímco jejich první práce říkala, že singulární řešení Einsteinových rovnic jsou velmi speciální a výjimečná, opravená verze v plném souladu s mými závěry ukazovala, že singulární chování je vskutku obecný případ. Práce Belinského, Chalatinikova a Lifšice navíc poskytla příklad nesmírně složitého chaotického chování kosmologických modelů v blízkosti singularity. Toto chování je dnes známo jako takzvaná *hypotéza BKL*. Obdobné chování předvídal již americký relativista Charles W. Misner a nazval ho *mixmastrový vesmír*. Domnívám se, že divoká a chaotická aktivita v blízkosti singularit je obecnou vlastností kosmologických modelů. Více o tom později (v kapitole 2.6).



## 2.4 ČERNÉ DÍRY A PROSTOROČASOVÉ SINGULARITY

Ještě mi zbývá zmínit se o jedné důležité otázce, totiž zda je vznik lapených ploch za běžných okolností pravděpodobný. První indicie, že velmi hmotné hvězdy mohou v závěru svého života kolabovat katastrofickým způsobem, se objevily v práci Subrahmanyana Chandrasekhara z roku 1931 věnované malým a extrémně hustým hvězdám známým jako *bílí trpaslíci* (prvním pozorovaným objektem tohoto typu byl záhadný průvodce jasné hvězdy Sírius). Mají hmotnost srovnatelnou se Sluncem, ale rozměry řádově jako Země. Bílí trpaslíci jsou udržováni v rovnováze *tlakem degenerovaného elektronového plynu*, v němž kvantověmechanické principy znemožňují, aby se elektrony nakupily doslova jeden na druhý. Chandrasekhar ukázal, že vezmou-li se v úvahu též efekty (speciální) teorie relativity, musí existovat horní mez hmotnosti hvězdy, která ještě dokáže vzdorovat přitažlivosti vlastní silné gravitace. Konkrétně ukázal, že *překročí-li* hmotnost hvězdy hodnotu  $1,4M_{\odot}$  (kde  $M_{\odot}$  označuje hmotnost Slunce), nyní zvanou „Chandrasekharova mez“, tlak degenerovaných elektronů již nedokáže kolapsu hvězdy zabránit.

Vývoj běžných hvězd na takzvané „hlavní posloupnosti“ (kam spadá i naše Slunce) probíhá v několika fázích. V té závěrečné se vnější obálky hvězdy nesmírně zvětší a stane se z ní *rudý obr*, jehož jádro je tvořeno degenerovanými elektrony. Toto jádro postupně kumuluje další hmotu z vnějších obálek hvězdy. Nepřekročí-li Chandrasekharovu mez, hvězda skončí jako bílý trpaslík, jenž postupně zchladne a stane se z něj černý trpaslík. Takový osud čeká i naše Slunce. Ale pro mnohem hmotnější hvězdy překročí degenerované jádro kritickou Chandrasekharovu mez, *zkolabuje* a současně se zažehne mohutná exploze v podobě *supernovy* (jež na pár dní přezáří celou galaxii, ve které se nachází). Zhroucené jádro může přejít do stavu s mnohem větší hustotou, kdy úplnému kolapsu hvězdy zabráni tlak *degenerovaného neutronového plynu*. Vytvoří se *neutronová hvězda* o hmotnosti řádově  $1,5M_{\odot}$  a velikosti asi 10 kilometrů.

Neutronové hvězdy občas pozorujeme jako takzvané *pulsary* (viz kapitoly 2.1 a 2.6). V Galaxii jich známe již velmi mnoho. Ale i pro neutronové hvězdy a pulsary existuje horní mez jejich hmotnosti, zhruba  $1,5M_{\odot}$  (někdy zvaná *Landauova mez*). Pokud byla původní hvězda velmi hmotná (více než asi  $10M_{\odot}$ ), je velmi pravděpodobné, že výbuch supernovy nerozmetá do okolí dostatek materiálu, a jádro proto bude příliš hmotné, takže se zhroučí vlastní gravitací. Nic pak už nedokáže vzdorovat kolapsu a dojde ke vzniku lapených světelných ploch, a tudíž černé díry.

## 2. PODIVNĚ SPECIÁLNÍ POVAHA VELKÉHO TŘESKU

Samozřejmě to nemusí být konečná odpověď. Lze argumentovat, že o fyzice hmoty při tak nesmírných hustotách toho zatím víme příliš málo. Můžeme však poukázat na existenci daleko větších koncentrací hmoty v jádrech galaxií. Jde o pouhé škálování: čím větší je celý systém, tím menší hustoty dosahuje. V supermasivních černých dírách v jádrech galaxií, jež mají průměr řádově milion kilometrů, je proto dost místa, aby pohltily třeba miliony bílých trpaslíků, aniž by navzájem musely být v těsném kontaktu. Stačí to přitom k vytvoření lapené plochy vymezující černou díru. Pro vznik takovýchto černých děr tedy otázka „neznámé fyziky“ velmi vysokých hustot hmoty není relevantní.

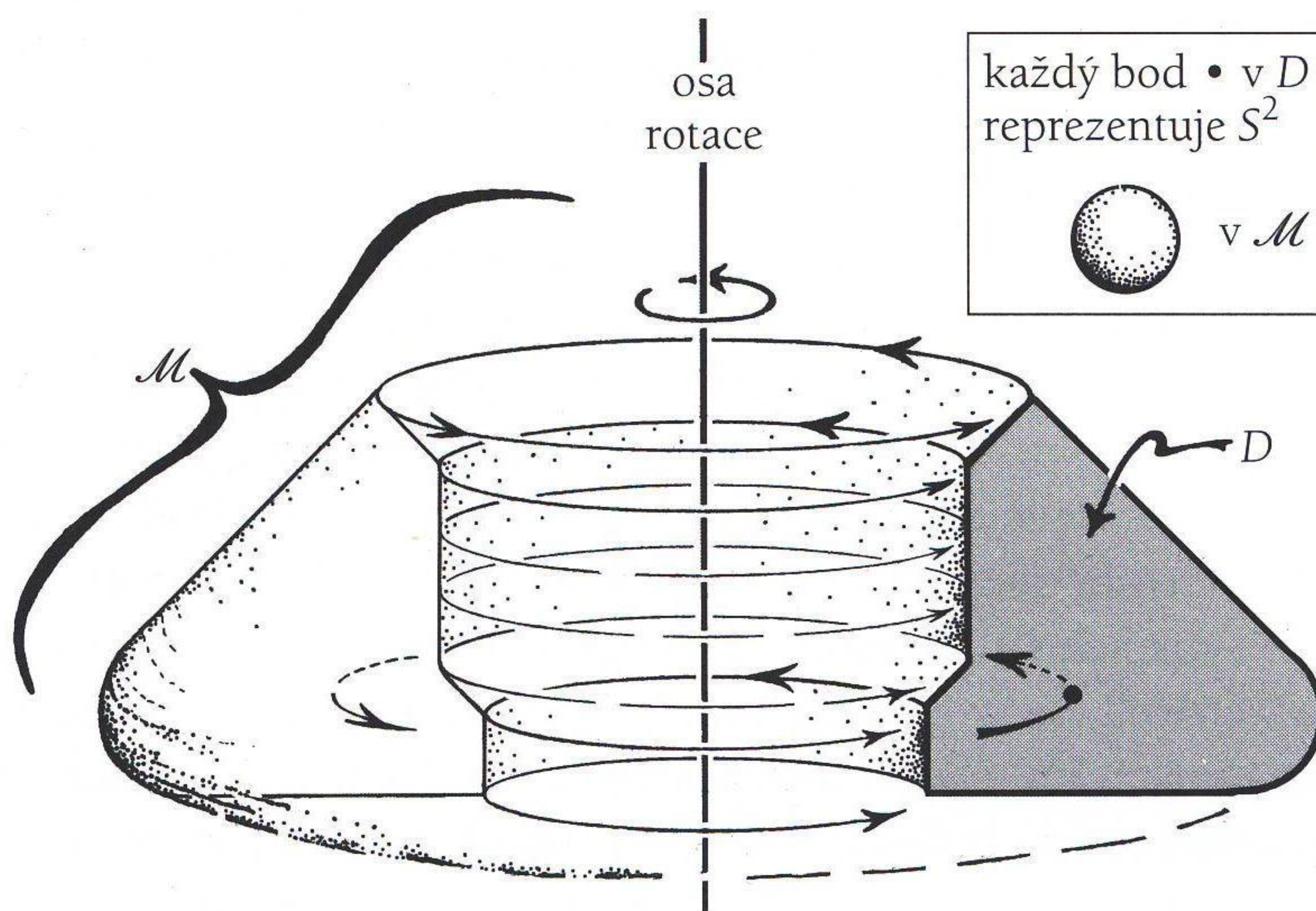
Je tu ale ještě jedna teoretická otázka, o které jsem se dosud nezmínil. Mlčky jsem předpokládal, že existence lapené plochy nutně implikuje vznik černé díry. To je pravda, jestliže platí takzvaná „kosmická cenzura“. Všeobecně se má za to, že platí, ale striktně vzato je to zatím jen obecně nedokázaná hypotéza.<sup>41</sup> Spolu s BKL hypotézou je to jeden z největších nevyřešených problémů klasické obecné relativity. Kosmická cenzura říká, že při obecném gravitačním kolapsu nesmějí vznikat *nahé* prostoročasové singularity, přičemž přívlastek „nahá“ znamená, že z takové singularity mohou vycházet kauzální křivky, jež dokážou uniknout až ke vzdálenému vnějšímu pozorovateli. Znamená to, že nahá singularita není zahalena horizontem události a může být z dálky pozorována. K otázce kosmické cenzury se vrátím v kapitole 2.6.

Každopádně dnešní astronomická *pozorování* velmi zřetelně mluví ve prospěch existence černých děr. Máme jasné důkazy, že jisté dvojhvězdné systémy obsahují černé díry o hmotnostech několikanásobku hmotnosti Slunce, i když se argumenty opírají pouze o dynamický vliv neviditelné složky systému na druhou hvězdu. Ještě impozantnější jsou ale pozorování velmi rychlého oběžného pohybu hvězd kolem centra naší Galaxie, kde se proto musí nacházet kompaktní objekt. Velká oběžná rychlost ukazuje, že objekt má hmotnost asi  $4\,000\,000 M_{\odot}$ ! Je velice obtížné představit si, že by to bylo něco jiného než černá díra. Nadto se ukazuje, že tyto kompaktní objekty na sebe strhávají okolní hmotu, přičemž ale nevidíme žádné známky zahřívání tohoto materiálu při dopadu na hypotetický „povrch“ objektu. Právě neexistence pevného povrchu gravitujícího objektu je přímým svědectvím o tom, že jde o černou díru.<sup>42</sup>

### 2.5 KONFORMNÍ DIAGRAMY A KONFORMNÍ HRANICE

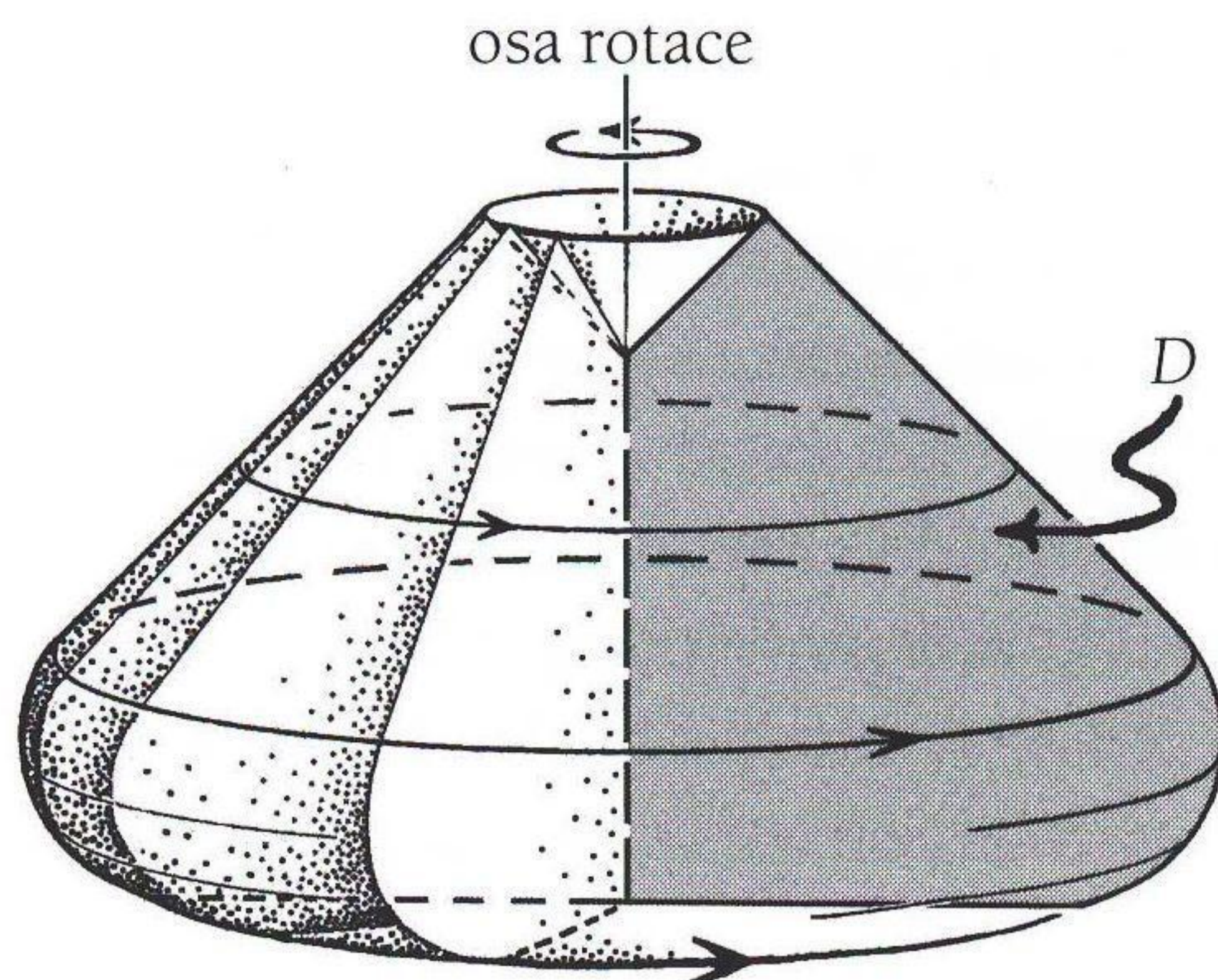
Existuje elegantní a názorný způsob, jak zobrazit celý prostoročasový model na kousku papíru, zejména pokud má sférickou symetrii, což je případ prostoročasů Oppenheimera-Snydera i Friedmanna. Jde o takzvané *konformní diagramy*. Budu přitom rozlišovat dva jejich typy, totiž *přesné* a *schematické* konformní diagramy.<sup>43</sup> Hodit se nám budou oba.

Začněme přesnými konformními diagramy, které dokážou reprezentovat sféricky symetrické prostoročasy (jež budu označovat symbolem  $\mathcal{M}$ ). Takový diagram vymezuje rovinnou oblast  $D$ , přičemž každý bod uvnitř  $D$  reprezentuje celou dvourozměrnou sféru (od této chvíle označovanou symbolem  $S^2$ ) v  $\mathcal{M}$ . Abychom pochopili, co to znamená, je dobré přidat k diagramu jednu prostorovou dimenzi a oblast  $D$  do ní *rozrotovat* kolem vhodné svislé osy (viz obrázek 2.26). Příslušnou osu nazýváme *osou rotace*. Každý bod uvnitř  $D$  při svém pohybu vytvoří *kružnici* ( $S^1$ ). Což naše vizuální představivost vcelku dobře zvládá. Ale pro znázornění celého čtyřrozměrného prostoročasu  $\mathcal{M}$  potřebujeme *dvourozměrnou rotaci*, při které každý vnitřní bod z  $D$  vytvoří dvourozměrnou sféru ( $S^2$ ).



**Obr. 2.26** Přesný konformní diagram  $D$  se používá ke globálnímu znázornění libovolného sféricky symetrického prostoročasu (zde označeného symbolem  $\mathcal{M}$ ). Dvourozměrná oblast  $D$  se rozrotuje (podél dvourozměrné sféry  $S^2$ ), čímž vytvoří celý čtyřrozměrný prostoročas  $\mathcal{M}$ .

## 2. PODIVNĚ SPECIÁLNÍ POVAHA VELKÉHO TŘESKU



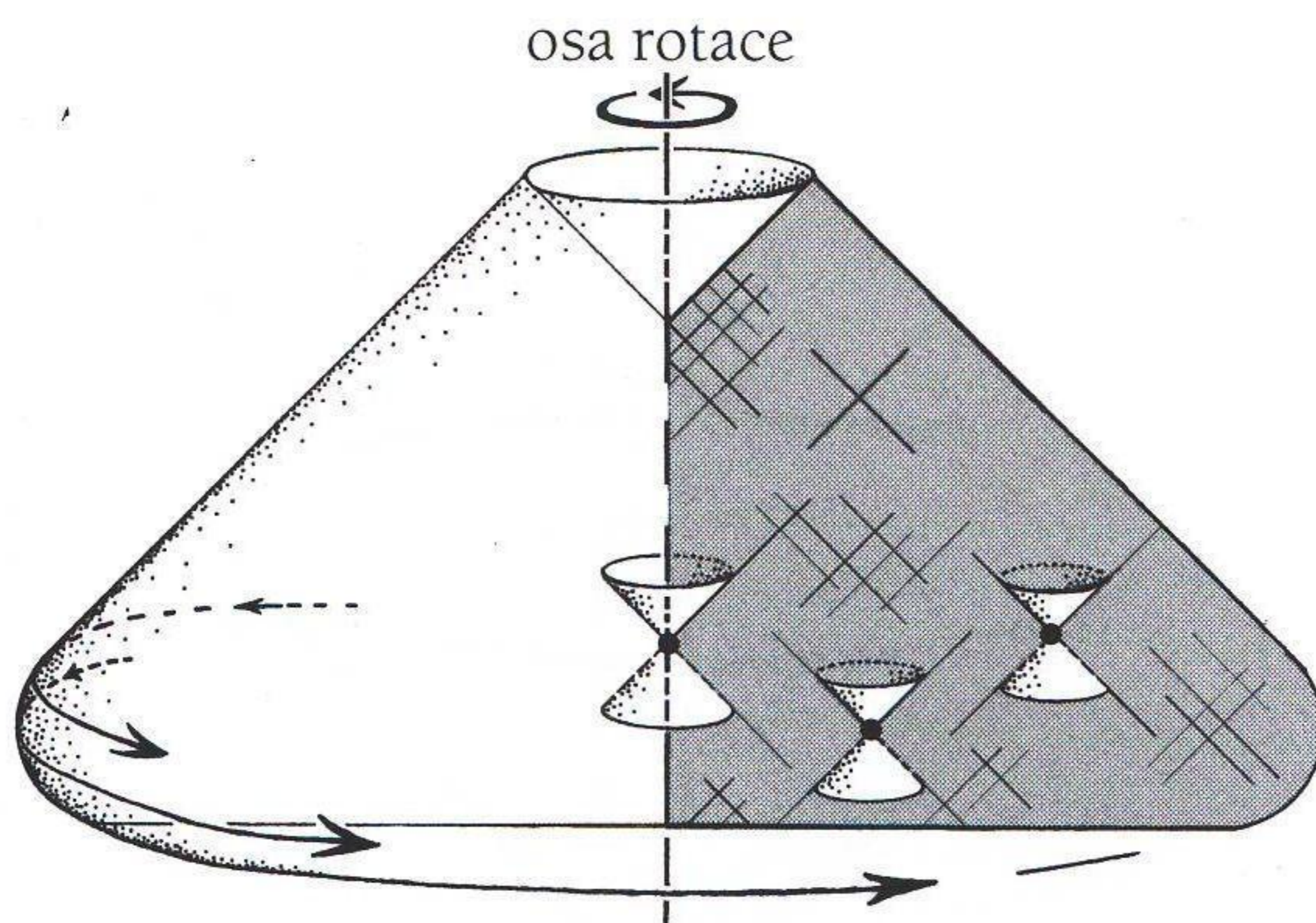
**Obr. 2.27** Svislá čárkovaná čára na (levé) hranici  $D$  je osou symetrie. Každý bod na ní představuje jediný prostoročasový bod z  $\mathcal{M}$ , nikoli sféru  $S^2$ .

V přesných konformních diagramech často platí, že osa rotace je součástí hranice oblasti  $D$ . Hraniční body na ose, kterou v diagramu znázorňují čárkovaně, pak ve čtyřrozměrném prostoročase reprezentují pouze *jediný bod* (namísto sféry  $S^2$ ). Kompletní čárkovaná čára tedy představuje jedinou čáru ve skutečném prostoru  $\mathcal{M}$ . Obrázek 2.27 ilustruje, jak je celý prostoročas  $\mathcal{M}$  poskládán ze soustavy dvourozměrných prostorů identických s  $D$  pomocí rotace konformního diagramu kolem čárkované osy otáčení.

Konformní diagram nám umožňuje správně zachytit kauzální strukturu prostoročasu  $\mathcal{M}$ , a proto budeme  $\mathcal{M}$  chápat jako *konformní* prostoročas. Nebude nás tedy příliš zajímat konkrétní velikost či rozměrová škála, kterou prostoročasu  $\mathcal{M}$  dodává kompletní metrika  $g$ . V souladu se závěrečnou větou kapitoly 2.3 proto ztotožníme konformní strukturu prostoročasu  $\mathcal{M}$  se soustavou (časově orientovaných) světelných kuželů. Protože dvourozměrný konformní diagram  $D$  je dvourozměrným podprostorem  $\mathcal{M}$ , věrně v sobě otiskuje jeho konformní prostoročasovou strukturu, a to v podobě dvourozměrných „časově orientovaných světelných kuželů“. V každém bodě z  $D$  jde o dvojici „nulových“ směrů, u nichž předpokládáme jejich časovou orientaci směrem do budoucnosti. (Vlastně jde o průsečíky roviny definující příslušnou kopii  $D$  s budoucími světelnými kužely prostoročasu  $\mathcal{M}$ , viz obrázek 2.28.)

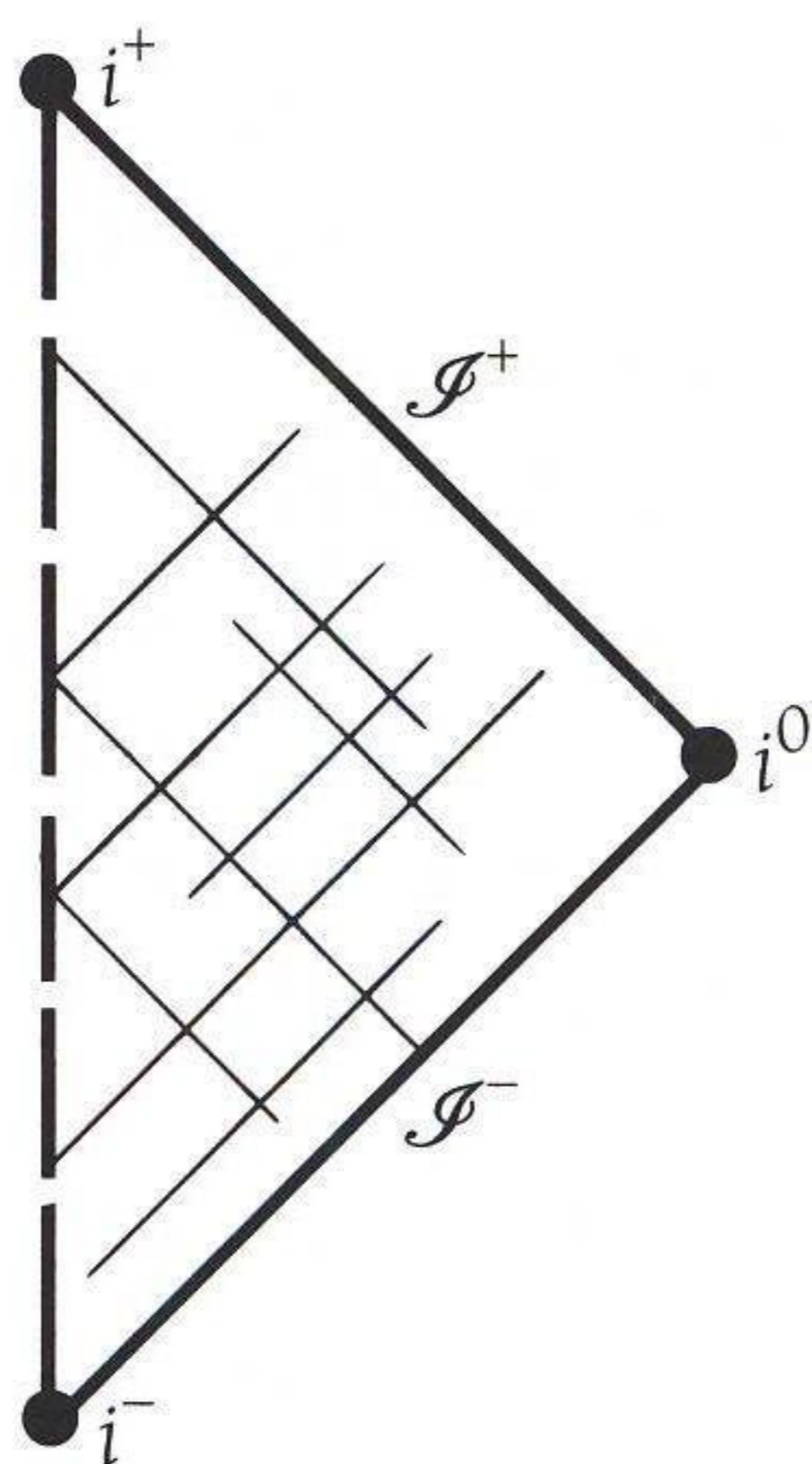
V přesném konformním diagramu se snažíme uspořádat všechny budoucí světelné kužele v  $D$  takovým způsobem, aby se od svislého směru odchylovaly právě o 45 stupňů. Abych to objasnil, nakreslil jsem na obrázku 2.29

## 2.5 KONFORMNÍ DIAGRAMY A KONFORMNÍ HRANICE



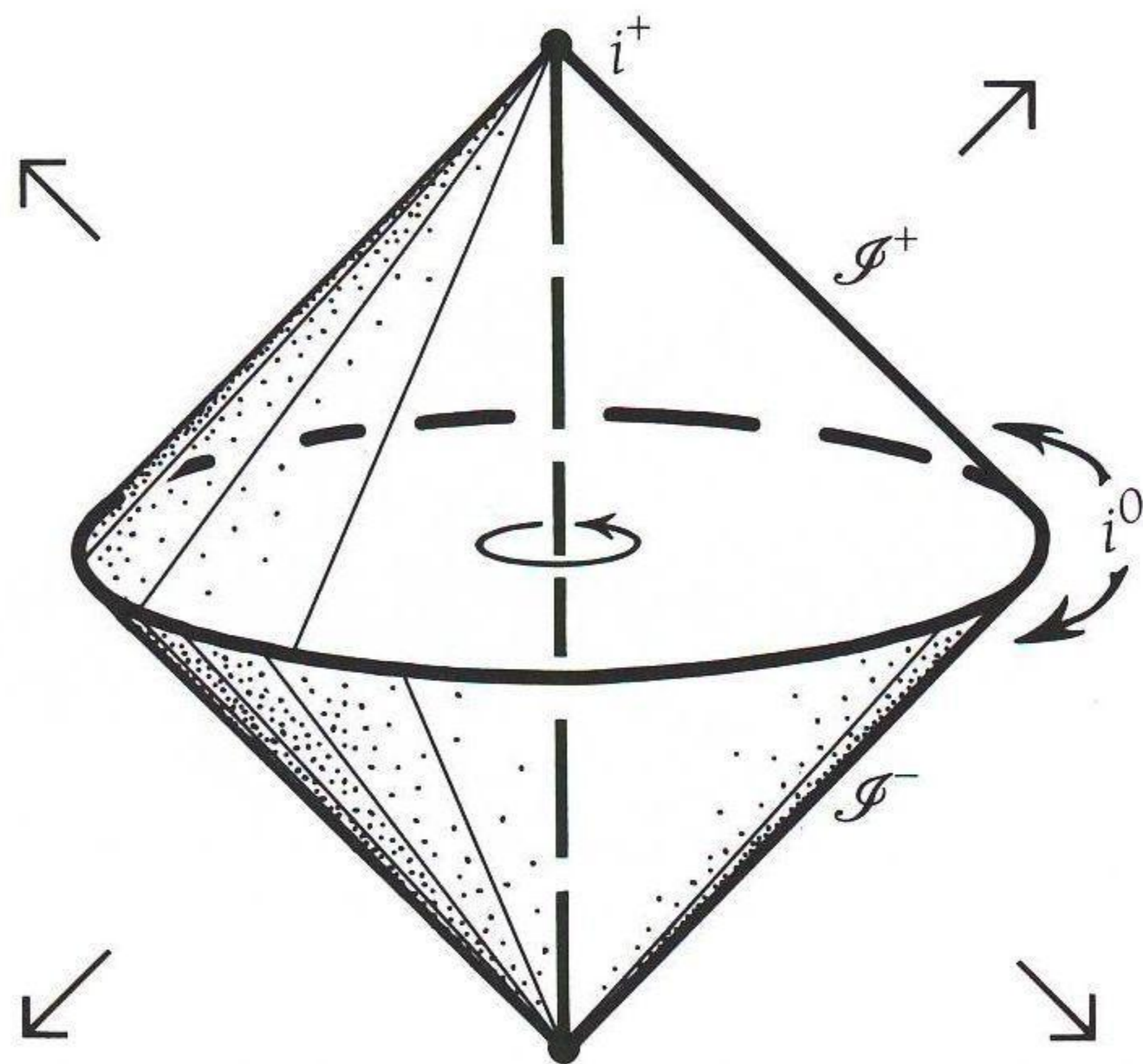
**Obr. 2.28** „Světelné kužele“ v  $D$ , jež svírají se svislou osou úhel 45 stupňů, jsou průsečíky světelných kuželů z  $\mathcal{M}$  s rovinou diagramu  $D$ .

konformní diagram celého Minkowského prostoročasu  $\mathbb{M}$ . Radiální světelné čáry v něm se svislicí opravdu svírají úhel 45 stupňů. Na obrázku 2.30 se pak pokouším znázornit, jak můžeme takovéto zobrazení získat. Obrázek 2.29 též ilustruje velmi důležitou vlastnost konformních diagramů: je to *konečný* (pravoúhlý) trojúhelník i přesto, že je do něj vměstnán celý nekonečný prostoročas  $\mathbb{M}$ . Typickou vlastností konformních diagramů opravdu je, že dokážou nekonečné oblasti prostoročasu vhodným způsobem „zmáčknout“ tak, aby se vešly do konečného diagramu na kousku papíru. Dokonce i samotné



**Obr. 2.29** Přesný konformní diagram Minkowského prostoročasu  $\mathbb{M}$ .

## 2. PODIVNĚ SPECIÁLNÍ POVAHA VELKÉHO TŘESKU

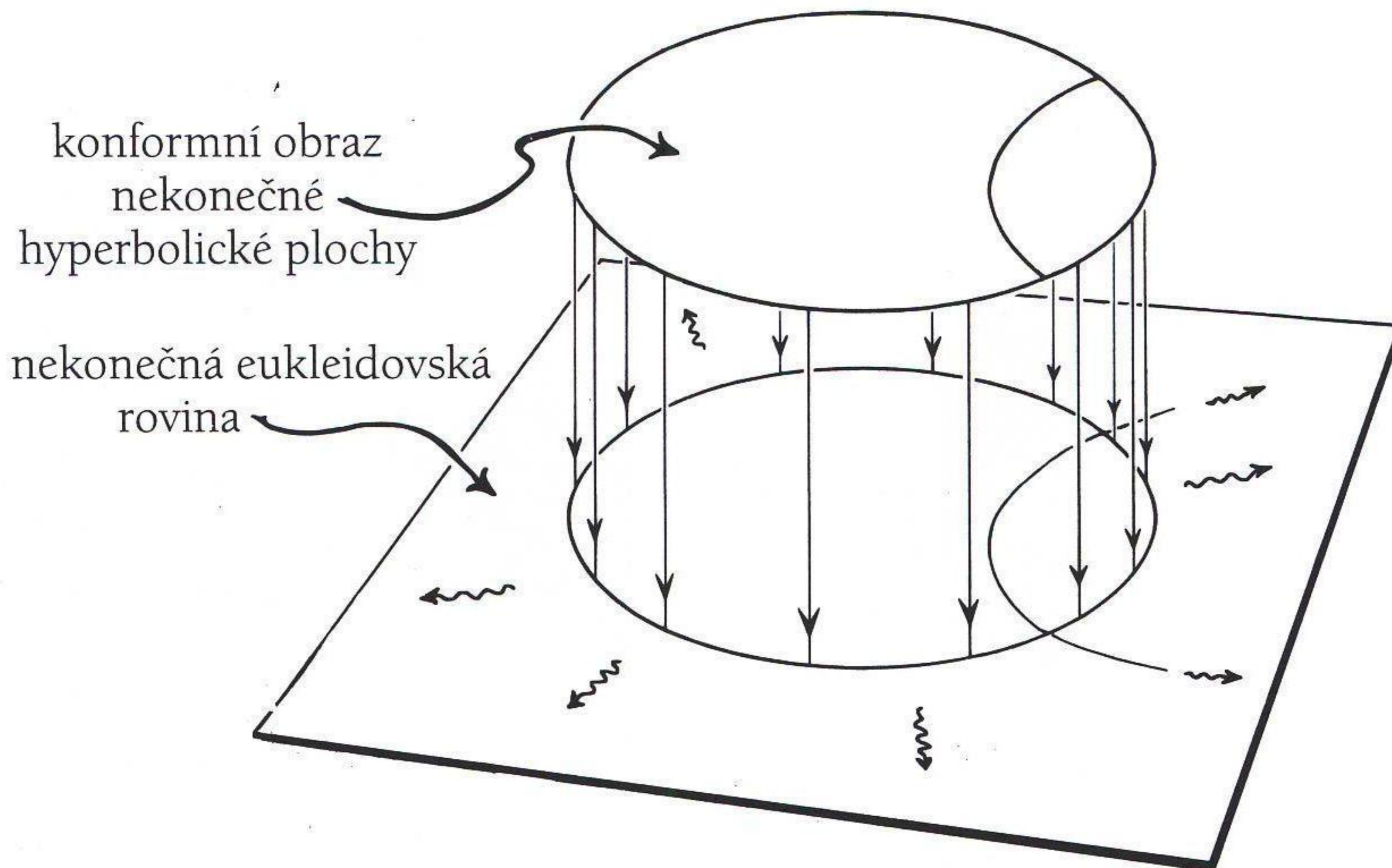


**Obr. 2.30** Obraz celého  $\mathbb{M}$  získáme tak, že kuželovité hranice konformního diagramu posuneme dál od středu ve všech světelných směrech.

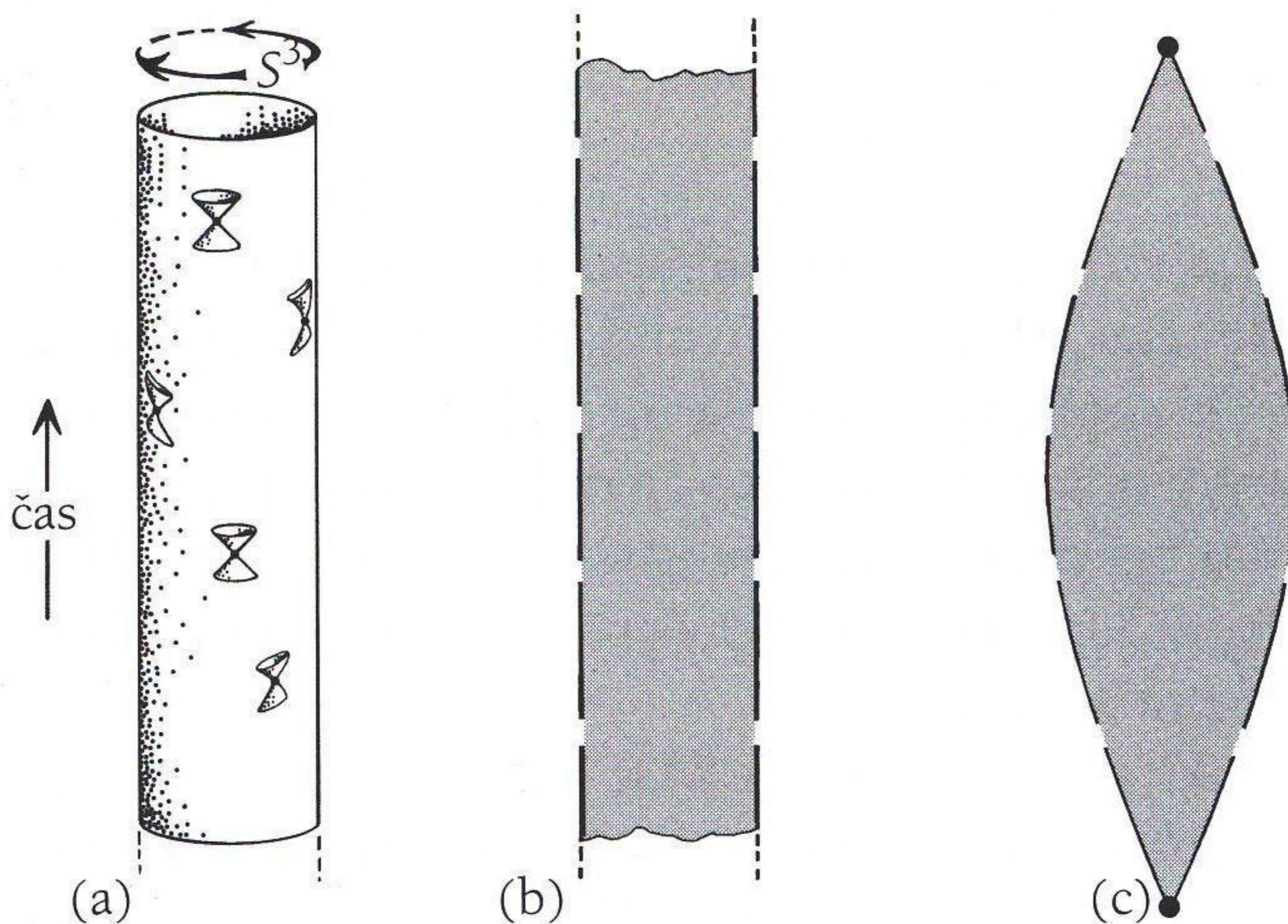
nekonečno je v konformním diagramu znázorněno: jsou to dvě tlusté šikmé hraniční čáry, konkrétně minulé světelné nekonečno  $\mathcal{S}^-$  a budoucí světelné nekonečno  $\mathcal{S}^+$ . Na nich končí všechny světelné geodetiky (přímé čáry nulového charakteru). Písmenko  $\mathcal{S}$  vyslovujeme „skraj“, což je fonetická podoba zkratky anglického „script I“. <sup>44</sup> Na hranici obrázku 2.29 jsou znázorněny také tři speciální body, konkrétně  $i^-$ ,  $i^0$  a  $i^+$ , které reprezentují minulé časové nekonečno, prostorové nekonečno a budoucí časové nekonečno. Každá (neomezená) časová geodetika v  $\mathbb{M}$  musí začínat v  $i^-$  a končit v  $i^+$ , zatímco každá prostorová geodetika musí tvořit smyčku mezi  $i^0$ . Záhy uvidíme, proč je v konformním obrázku nutné  $i^0$  chápat jako jediný bod.

Nyní je užitečné připomenout Escherův obrázek 2.3(c), který je konformní reprezentací úplné hyperbolické plochy. Vnější kružnice na hranici představuje její *nekonečno* ve zcela stejném konformním smyslu jako  $\mathcal{S}^+$ ,  $\mathcal{S}^-$ ,  $i^-$ ,  $i^0$  a  $i^+$  dohromady tvoří nekonečno Minkowského prostoročasu  $\mathbb{M}$ . A dokonce platí, že stejně jako můžeme hladce *protáhnout* za konformní hranici hyperbolickou plochu v eukleidovské rovině stránky (obrázek 2.31), tak i plochý prostoročas  $\mathbb{M}$  můžeme *protáhnout* za jeho „fyzikální“ hranice a rozšířit ho do větší konformní variety. Přitom  $\mathbb{M}$  je identické s určitou částí prostoročasového modelu známého jako *Einsteinův model vesmíru*  $\mathbb{E}$  (též „Einsteinův válec“), který Albert Einstein původně vymyslel v roce 1917, když zavedl svou kosmologickou konstantu  $\Lambda$ , viz kapitolu 2.1. Tento kosmologický model má prostorovou geometrii trojrozměrné sféry  $S^3$  a je statický (naprosto

## 2.5 KONFORMNÍ DIAGRAMY A KONFORMNÍ HRANICE



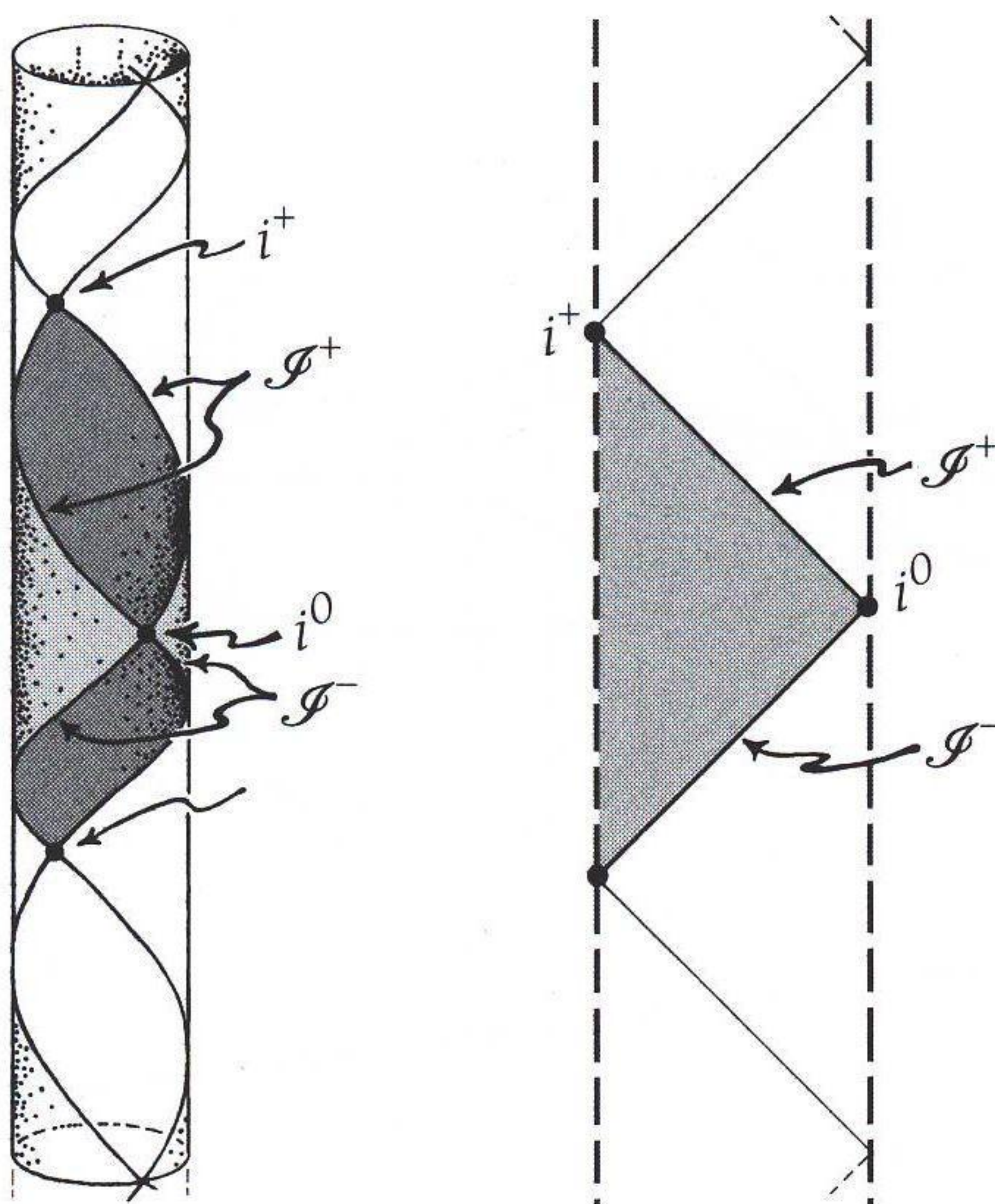
**Obr. 2.31** Protážení hyperbolické plochy (coby hladké konformní variety) za její konformní hranici reprezentované kružnicí v eukleidovské rovině.



**Obr. 2.32** (a) Intuitivní obraz Einsteinova vesmíru  $\mathbb{E}$  („Einsteinův válec“); (b) a (c) Dvě možné verze jeho přesného konformního diagramu.

neměnný v čase). Obrázek 2.32(a) schematicky znázorňuje jeho kauzální strukturu, zatímco obrázek 2.32(b) je jeho přesným konformním diagramem. Poznamenejme, že v tomto diagramu existují dvě nezávislé „osy rotace“

## 2. PODIVNĚ SPECIÁLNÍ POVAHA VELKÉHO TŘESKU



**Obr. 2.33** Vysvětlení, proč je  $i^0$  jediný bod: (a) Minkowského prostoročas  $\mathbb{M}$  je konformní s podmnožinou z  $\mathbb{E}$ . Celou varietu  $\mathbb{E}$  můžeme (v konformním smyslu) poskládat a slepit z nekonečné posloupnosti oblastí  $\mathbb{M}$ ; (b) Totéž znázorněno v přesném konformním diagramu.

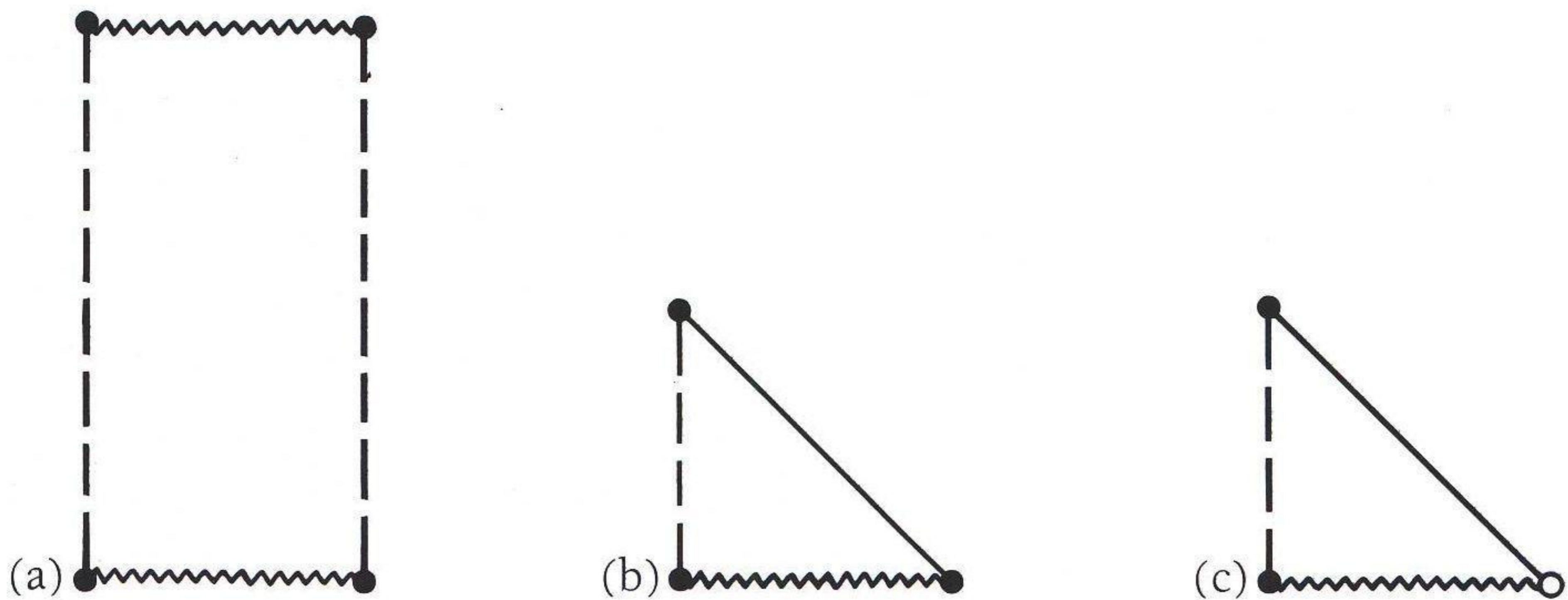
reprezentované dvěma svislými čárkovanými čarami. To je zcela v pořádku, když si uvědomíme, že každý bod uvnitř diagramu reprezentuje dvourozměrnou sféru  $S^2$ , ale poloměr těchto sfér se směrem k hranicím zmenšuje, až se na čárkovaných hranicích smrskne do nuly. To vysvětluje i další podivnost, totiž že prostorové nekonečno Minkowského prostoročasu  $\mathbb{M}$  je konformní s *jedním jediným bodem*  $i^0$ : poloměr sféry  $S^2$ , kterou by měl reprezentovat, je totiž na dané hranici nulový.

Obrázek 2.33(a) znázorňuje, že  $\mathbb{M}$  je konečná konformní oblast uvnitř  $\mathbb{E}$ . Dokonce to můžeme interpretovat tak, že celý prostoročas  $\mathbb{E}$  dostaneme poskládáním nekonečného počtu oblastí  $\mathbb{M}$ , když jejich světelná nekonečna  $\mathcal{S}^+$  a  $\mathcal{S}^-$  navzájem spojíme a slepíme dohromady. Následující obrázek 2.33(b) ukazuje, jak vše vypadá v přesném konformním diagramu. Tato procedura se mi bude hodit, až se ve třetí části knihy dostanu k vysvětlování nového modelu vesmíru.

Uvažme nyní Friedmannovy kosmologie zmíněné v kapitole 2.1 Je-li kosmologická konstanta  $\Lambda$  nulová, jsou tři možné případy pro  $K > 0$ ,  $K = 0$  a  $K < 0$  znázorněny na obrázcích 2.34(a), (b) a (c). Singularity křivosti jsou



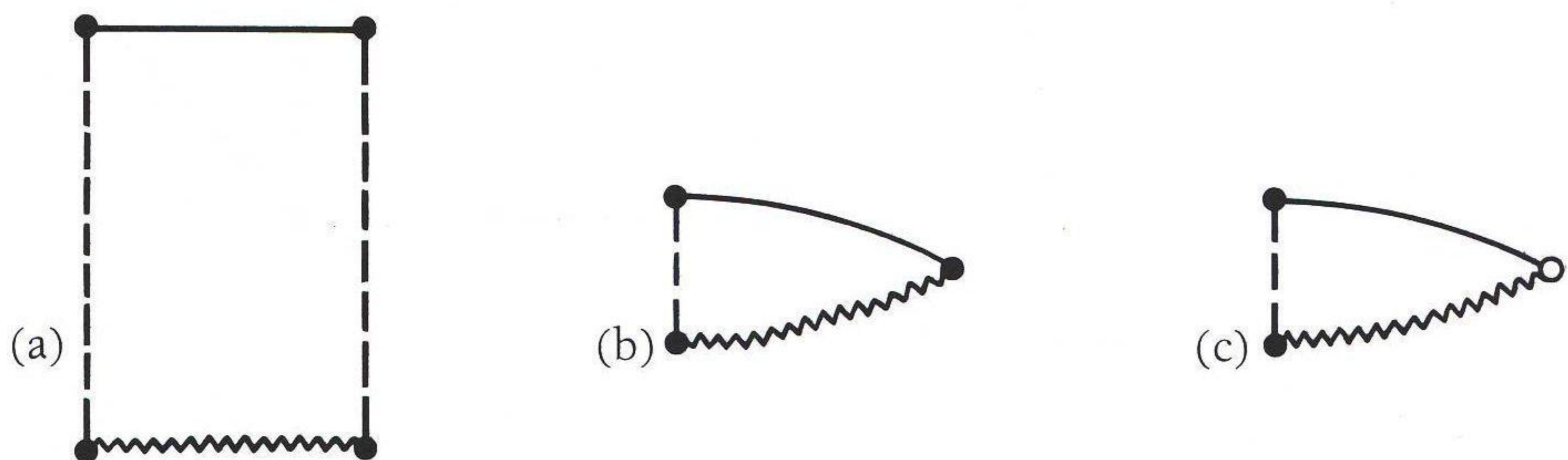
## 2.5 KONFORMNÍ DIAGRAMY A KONFORMNÍ HRANICE



**Obr. 2.34** Přesné konformní diagramy tří různých typů Friedmannových kosmologií s  $\Lambda = 0$  pro  $K > 0$ ,  $K = 0$  a  $K < 0$ .

reprezentovány vodorovnými zubatými čarami. Zavedl jsem také další symboly. Bílá tečka „o“ na hranici označuje celou sféru  $S^2$ , zatímco černá tečka „●“ označuje jeden jediný bod (tak jako na předchozím obrázku Minkowského prostoročasu). Bílé tečky též představují hraniční sféry hyperbolické dvou-rozměrné plochy v Escherově konformním znázornění.

Analogické tři konformní diagramy Friedmannových modelů v případě kladné kosmologické konstanty  $\Lambda > 0$  pro  $K > 0$ ,  $K = 0$  a  $K < 0$  jsou nakresleny na obrázku 2.35(a), (b) a (c). Důležitým rysem těchto diagramů je, že budoucí světelné nekonečno  $\mathcal{I}^+$  má nyní *prostorový* charakter, jak je vidět z toho, že horní hranice vyznačená tlustou čarou je vždy vodorovná anebo prohnutá méně než pod úhlem 45 stupňů, pod kterým se šíří světlo. To je zcela odlišné od diagramů na obrázcích 2.34(b) a (c) a 2.29, odpovídajících situacím s  $\Lambda = 0$ , na nichž má budoucí světelné nekonečno  $\mathcal{I}^+$  charakter



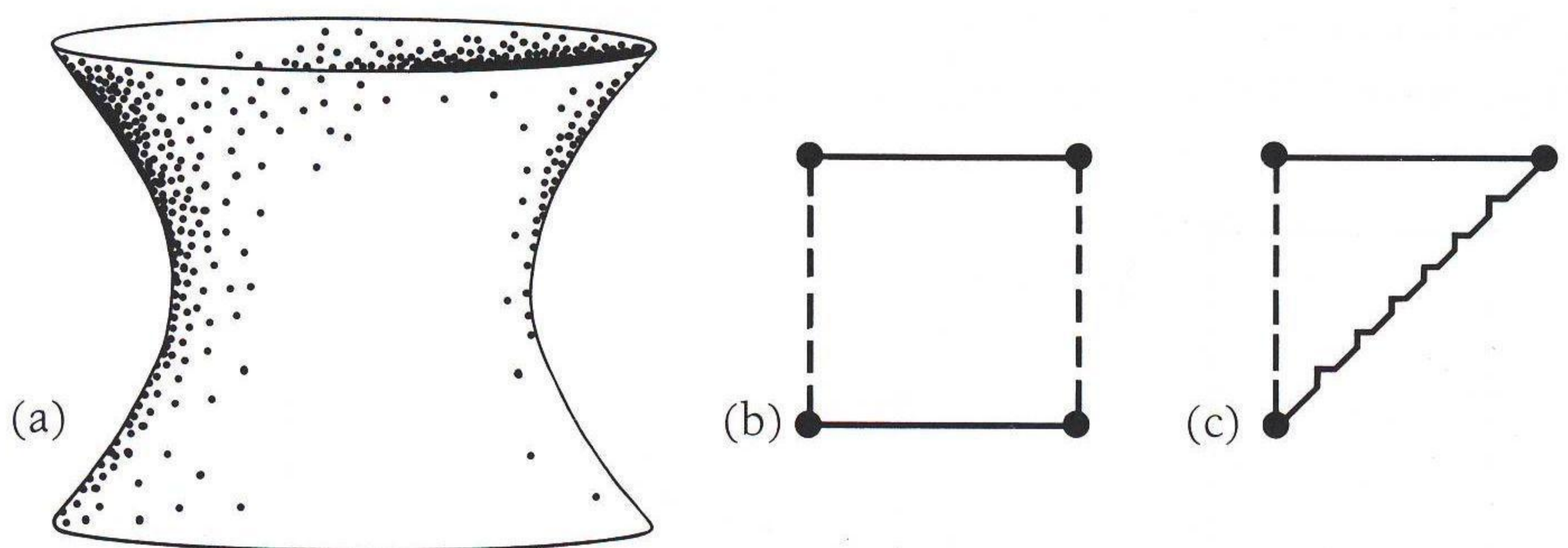
**Obr. 2.35** Přesné konformní diagramy tří různých typů Friedmannových kosmologií s  $\Lambda > 0$ : (a)  $K > 0$ ; (b)  $K = 0$ ; (c)  $K < 0$ .

## 2. PODIVNĚ SPECIÁLNÍ POVAHA VELKÉHO TŘESKU

nulové nadplochy skloněné přesně o 45 stupňů. To je obecná souvislost mezi geometrickou povahou  $\mathcal{S}^+$  a znaménkem kosmologické konstanty. Ve třetí části knihy bude hrát naprosto zásadní úlohu.

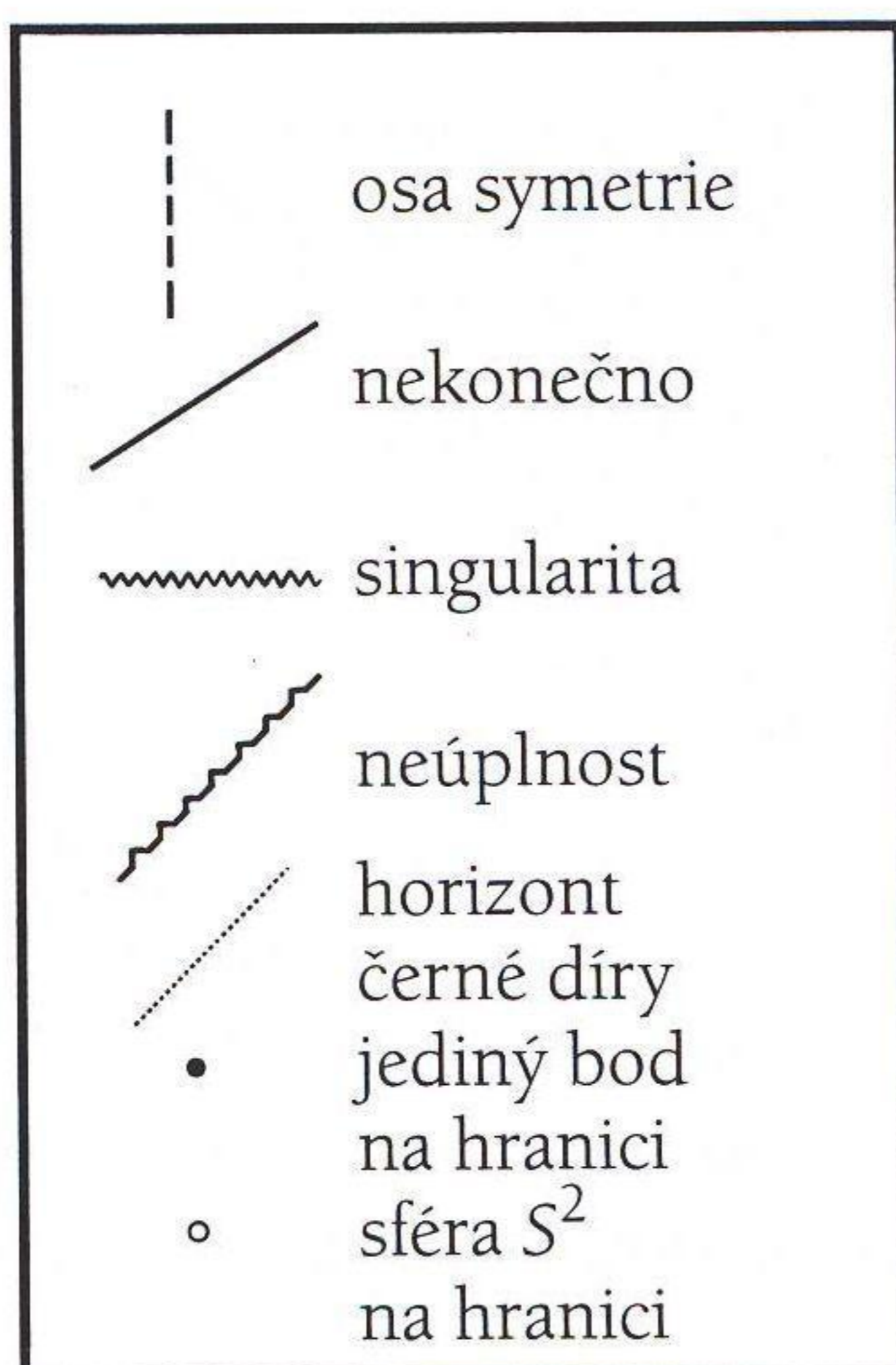
Všechny zmíněné Friedmannovy modely s kladnou kosmologickou konstantou  $\Lambda > 0$  se ve své časové budoucnosti (tj. blízko  $\mathcal{S}^+$ ) asymptoticky chovají stejně jako *de Sitterův prostoročas*  $\mathbb{D}$ . To je model vesmíru, jenž neobsahuje vůbec žádnou hmotu a je vysoce symetrický (lze ho chápat jako analogii Minkowského vesmíru, avšak s geometrií čtyřrozměrné sféry). Na obrázku 2.36(a) jsem načrtl dvourozměrnou verzi prostoročasu  $\mathbb{D}$ . Namísto tří prostorových souřadnic kreslím pouze jednu, a to vodorovně (celý čtyřrozměrný *de Sitterův vesmír*  $\mathbb{D}$  by se dal podobně chápat jako hyperbolická nadplocha v pětirozměrném Minkowského prostoročase). Jeho přesný konformní diagram je pak uveden na obrázku 2.36(b). Model *stacionárního vesmíru* zmíněný v kapitole 2.2 má globální strukturu popsanou právě polovinou  $\mathbb{D}$ , viz obrázek 2.36(c). Kvůli šikmému „řezu“ (který je na diagramu vyznačen zubatě) je model *stacionárního vesmíru* ve své minulosti „neúplný“. Existují v něm totiž časové geodetiky běžných hmotných částic, které nelze protáhnout do minulosti za vyznačenou konečnou mez. Kdyby totéž platilo také směrem do budoucnosti, byl by to vskutku znepokojivý rys kosmologického modelu, neboť by před vesmírné cestovatele stavěl nejasnou budoucnost.<sup>45</sup> Takto to jen znamená, že příslušné částice neexistovaly věčně, ale zrodily se až v určitém časovém okamžiku.

Bez ohledu na nejasnou konkrétní fyzikální podstatu náhlého zrodu



**Obr. 2.36** De Sitterův vesmír: (a) coby hyperbolická plocha v Minkowského prostoru (po potlačení dvou prostorových dimenzí); (b) jeho přesný konformní diagram; (c) diagonálním rozříznutím napůl z něj získáme přesný konformní diagram *stacionárního modelu vesmíru*.

## 2.5 KONFORMNÍ DIAGRAMY A KONFORMNÍ HRANICE



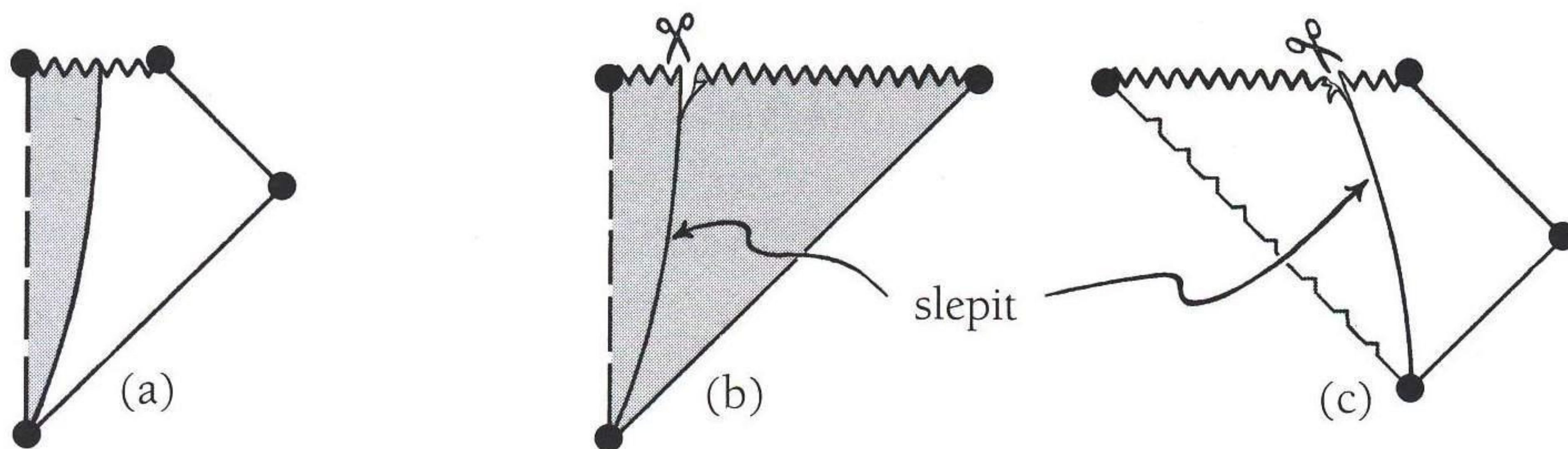
Obr. 2.37 Klíč k přesným konformním diagramům.

hmoty budou neúplnost prostoročasu směrem do minulosti v mých konformních diagramech vyznačovat mírně zubatou čarou. V diagramech budu používat ještě jeden typ vnitřní čáry: tečkovanou. Ta bude vždy vyznačovat horizont událostí černé díry. V přesných konformních diagramech tedy konzistentně zavádím celkem pět druhů čar (čárkovanou pro osu symetrie, plnou pro nekonečno, klikatou pro singularitu, mírně zubatou pro hranici neúplnosti a tečkovanou pro horizont černé díry) a dva druhy teček (černá tečka pro obyčejný bod ve čtyřrozměrném prostoročase a bílá tečka pro vyznačení sféry  $S^2$ ). Vše je přehledně shrnuto na obrázku 2.37.

Přesný konformní diagram Oppenheimerova-Snyderova kolapsu hvězdy v černou díru je uveden na obrázku 2.38(a). Získáme ho tak, že „slepíme“ kus Friedmannova kolabujícího kosmologického modelu s částí Eddingtonova-Finkelsteinova rozšíření původního Schwarzschildova řešení. Tento postup je znázorněn na obrázcích 2.38(b) a 2.38(c), viz též obrázek 2.39. Karl Schwarzschild našel své řešení Einsteinových rovnic v roce 1916 bezprostředně poté, co Einstein zveřejnil rovnice obecné teorie relativity. Popisuje vnější gravitační pole statického a sféricky symetrického objektu (například hvězdy) a je možné ho staticky prodloužit směrem do centra až ke Schwarzschildovu poloměru

$$\frac{2MG}{c^2},$$

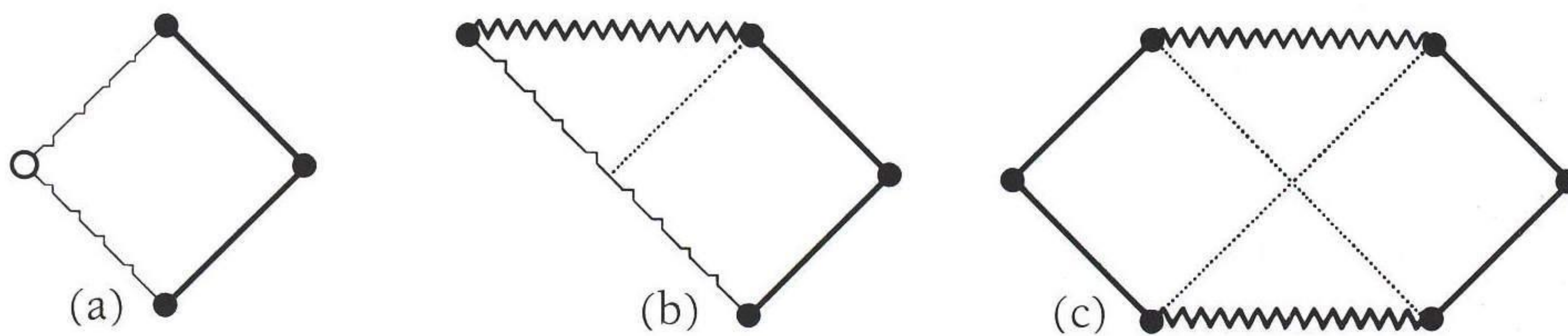
## 2. PODIVNĚ SPECIÁLNÍ POVAHA VELKÉHO TŘESKU



**Obr. 2.38** Oppenheimerův-Snyderův model kolapsu hvězdy v černou díru: (a) přesný konformní diagram vznikne slepením dvou částí; (b) levou část tvoří časově obrácený kus Friedmannova modelu (obrázek 2.34(b)); (c) pravou část tvoří kus Eddingtonova-Finkelsteinova modelu (obrázek 2.39(b)). V těchto lokálních modelech ignorujeme přítomnost kosmologické konstanty  $\Lambda$ , takže  $\mathcal{F}$  má nulový charakter.

kde  $M$  je hmotnost objektu a  $G$  je Newtonova gravitační konstanta. Pro Zemi by tento poloměr činil pouhých 9 milimetrů, pro Slunce asi 3 kilometry. Ale v těchto případech leží teoretický Schwarzschildův poloměr hluboko uvnitř daného tělesa, a nemá tudíž pro časoprostorovou geometrii žádný fyzikální význam, protože Schwarzschildova metrika popisuje pouze vnější vakuovou oblast, viz obrázek konformního diagramu 2.39(a).

Pro černou díru však leží Schwarzschildův poloměr na samém horizontu. Původní tvar Schwarzschildova řešení tam degeneruje, a proto se zpočátku myslelo, že Schwarzschildův poloměr je skutečnou singularitou prostoročasu. Pak ale v roce 1927 Georges Lemaître přišel na to, že opustíme-li požadavek



**Obr. 2.39** Přesné konformní diagramy sféricky symetrického vakuového řešení ( $s \Lambda = 0$ ): (a) původní Schwarzschildovo řešení v oblasti nad Schwarzschildovým poloměrem; (b) rozšíření znázorňující Eddingtonovu-Finkelsteinovu kolabující metriku; (c) kompletní nulové rozšíření do Kruskalovy/Syngeho/Szeke-resovy/Fronsdalovy podoby.

## 2.5 KONFORMNÍ DIAGRAMY A KONFORMNÍ HRANICE

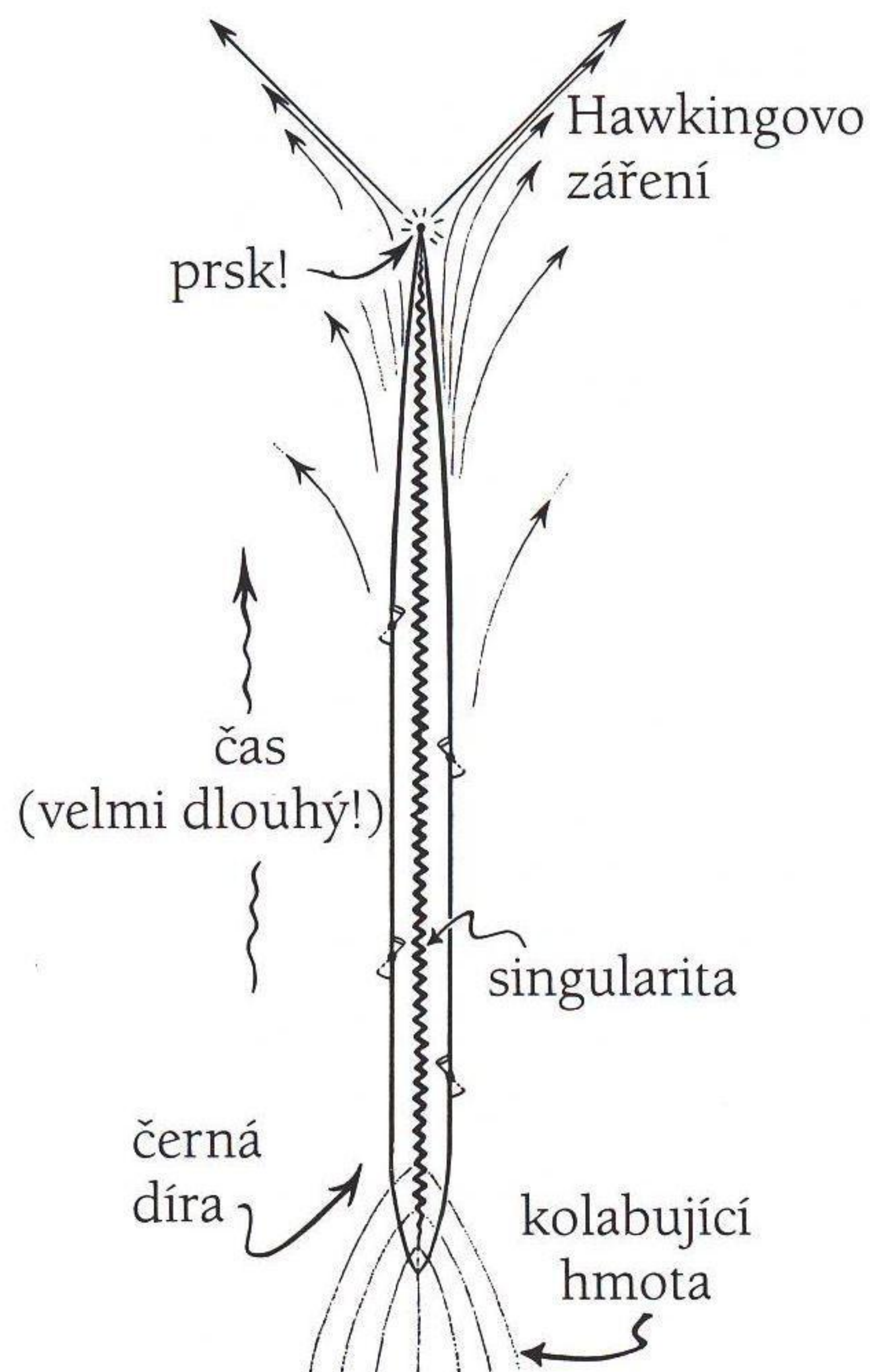
statičnosti, je možno řešení hladce prodloužit. Jednoduchou verzi takového rozšíření našel v roce 1930 Arthur Eddington (přestože opominul zdůraznit, co přesně znamená). Znovuobjevil ho David Finkelstein roku 1958 a patřičně zdůraznil jeho fyzikální význam, viz konformní diagram na obrázku 2.39(b). Na obrázku 2.39(c) je pak to, co se v odborné literatuře nazývá „maximální analytické rozšíření Schwarzschildova řešení“ (též Kruskalovo-Szekeresovo rozšíření, i když stejný – jen o něco složitější – popis našel deset let před nimi J. L. Synge<sup>46</sup>).

V kapitole 3.4 se setkáme ještě s jednou vlastností černých děr. Jde o nepatrný efekt, který však v dlouhodobé perspektivě bude mít velký význam. Podle klasické fyziky a Einsteinovy obecné relativity by černé díry měly být naprosto černé. V roce 1974 však Stephen Hawking ukázal,<sup>47</sup> že díky efektům kvantové teorie pole na zakřiveném prostoročasovém pozadí lze černým dírám přiřadit nenulovou (byť nesmírně malou) termodynamickou teplotu  $T$ . Tato teplota je nepřímo úměrná hmotnosti černé díry. Například pro černou díru hmotnosti  $10M_{\odot}$  činí pouhých  $6 \times 10^{-9}$  K, což je srovnatelné s vůbec nejnižší lidmi vyrobenou teplotou  $10^{-9}$  K, které bylo dosaženo v laboratoři MIT v roce 2006. Takhle teplé (či spíše mrazivé) jsou dnešní astrofyzikální černé díry. Větší černé díry jsou ještě mnohem studenější: například teplota černé díry ve středu naší Galaxie o hmotnosti asi  $4\,000\,000 M_{\odot}$  by činila pouhých  $1,5 \times 10^{-14}$  K. To je nesrovnatelně méně než dnešní teplota všudypřítomného reliktního mikrovlnného záření vesmíru 2,7 K.

Nicméně, uvážíme-li velice, ale opravdu *velice* dlouhý časový interval, pak díky exponenciálně rychlé expanzi našeho vesmíru reliktní mikrovlnné záření nesmírně zchladne. Bude-li expanze vesmíru neustále pokračovat, nevyhnutelně klesne pod teplotu i těch největších černých děr. Od toho okamžiku začnou úplně všechny černé díry vyzařovat svou energii do okolního prostoru. Budou ztrácet energii, a tudíž svou hmotnost (díky Einsteinovu vztahu  $E = mc^2$ ). Jak bude hmotnost černých děr klesat, poroste jejich teplota. Nakonec se úplně vypaří (i když pro největší černé díry to bude trvat neskutečně dlouho, snad až  $10^{100}$  let). V samotném závěru se „rozprsknou“ a zmizí. Oproti všeobecnému očekávání ale není namístě nazývat tuto závěrečnou fázi „explozí“, neboť pravděpodobně bude obsahovat jen energii běžného granátu!

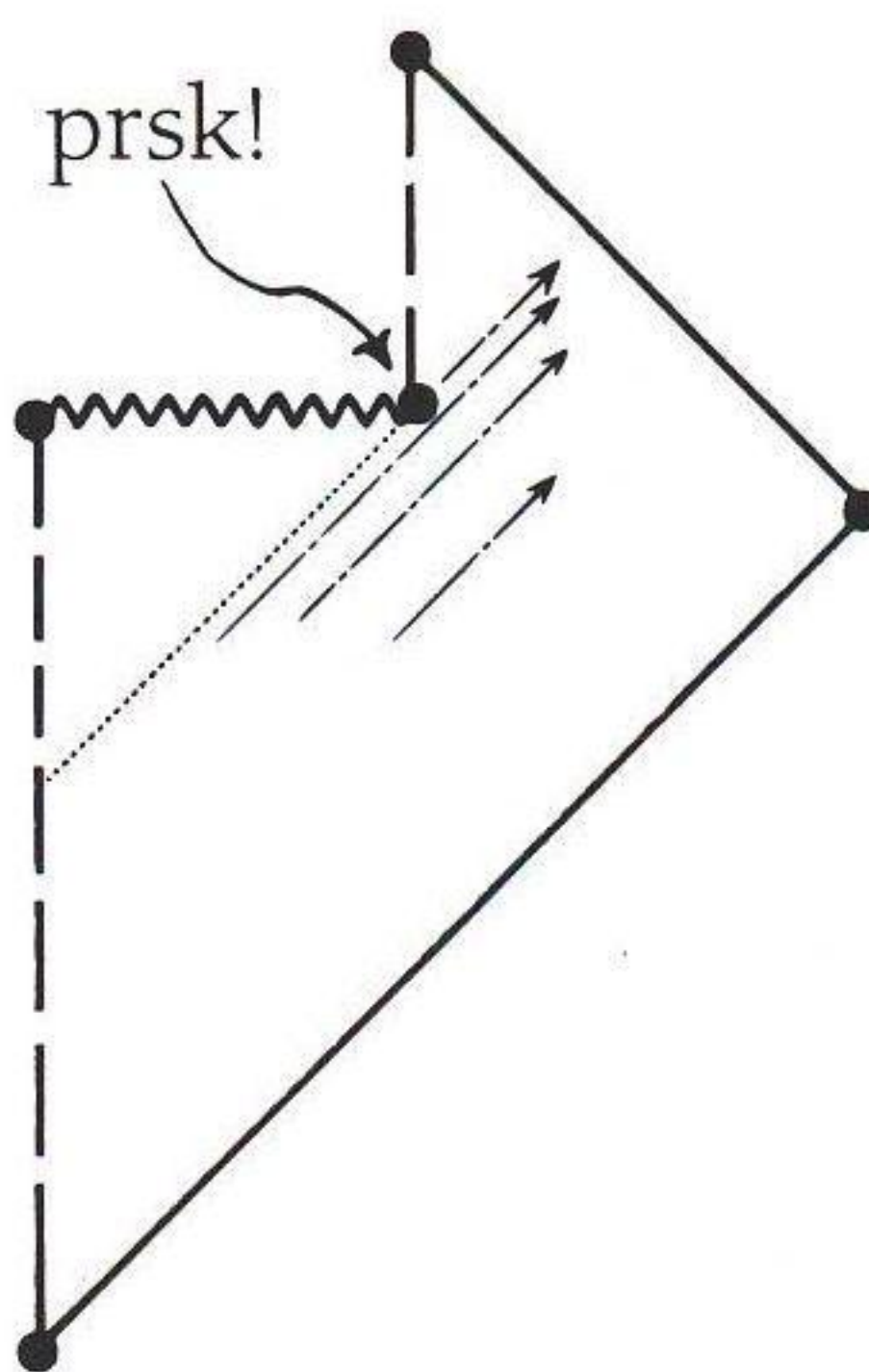
Samozřejmě jde o velice odvážnou extrapolaci našich dnešních fyzikálních znalostí kosmu. Avšak Hawkingova analýza je v plném souladu s obecnými fyzikálními principy, což jí dodává velkou váhu. Proto ji také pokládám za

## 2. PODIVNĚ SPECIÁLNÍ POVAHA VELKÉHO TŘESKU



Obr. 2.40 Hawkingovo vypařování černé díry.

přijatelný popis konečného osudu černých děr. V novém modelu vesmíru, který popíšu ve třetí části knihy, bude proto hrát klíčovou roli. Každopádně je namístě uvést na následujícím obrázku 2.40 schematický průběh procesu vypařování černých děr a na obrázku 2.41 také jeho přesný konformní diagram.



Obr. 2.41 Přesný konformní diagram pro Hawkingovo vypařování černé díry.

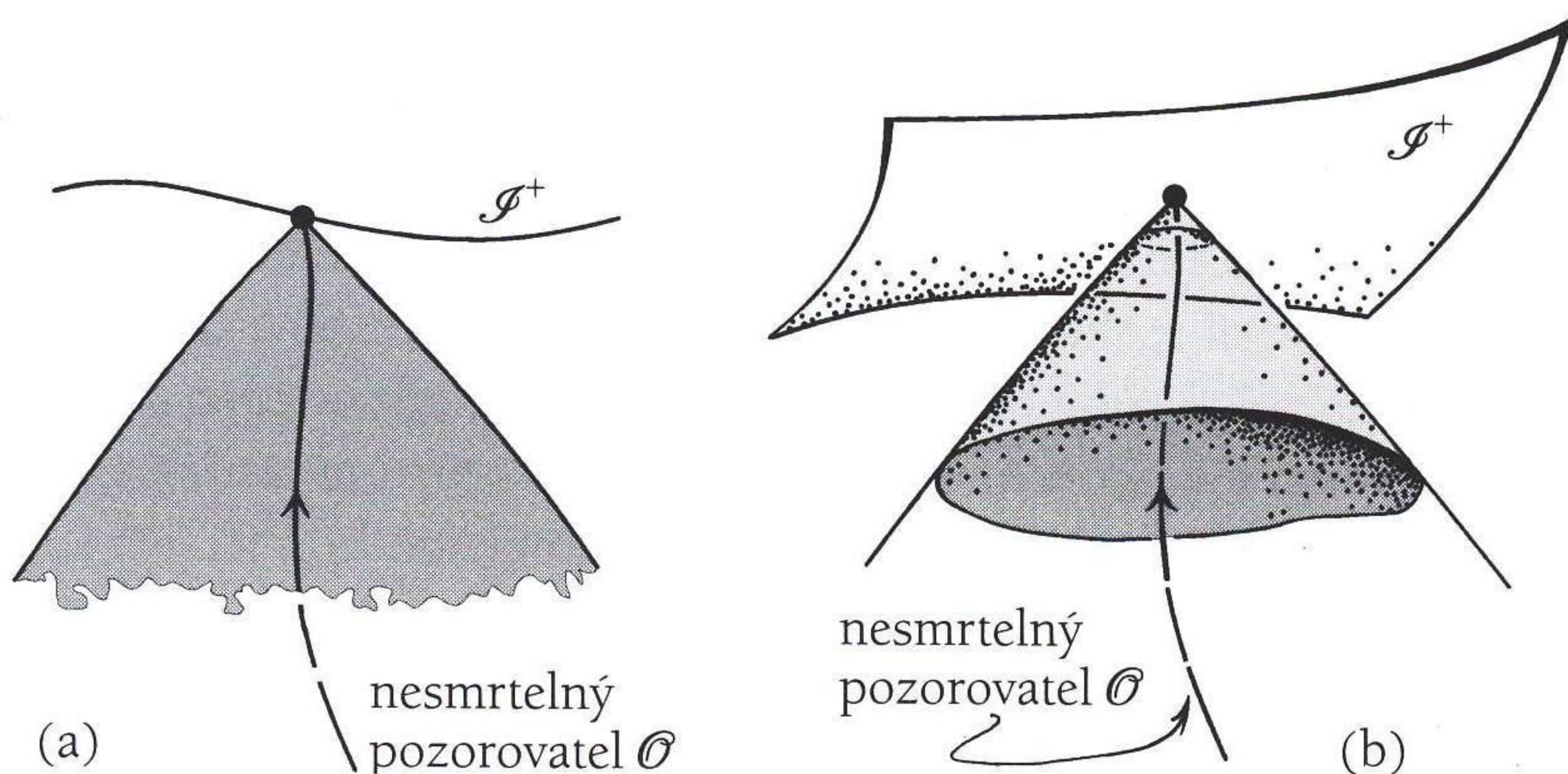
## 2.5 KONFORMNÍ DIAGRAMY A KONFORMNÍ HRANICE

Většina prostoročasů pochopitelně není sféricky symetrická a jejich reprezentace pomocí přesných konformních diagramů není tudíž příliš vypovídající. I tak se však hojně používají schematické konformní diagramy, protože dobře vystihují podstatu dějů a kauzální strukturu. Schematické konformní diagramy nemají tak striktní pravidla jako diagramy přesné a často je nutné si uvědomit, že znázorňují třírozměrnou (anebo dokonce čtyřrozměrnou) situaci. Základem je opět *konformní* reprezentace prostoročasu, kdy je *nekonečno* přeneseno do konečné vzdálenosti a znázorněno hranicí, jež je stejně jako v přesných diagramech vyznačena plnou čarou. Zobrazují též extrémní zakřivení v *prostoročasných singularitách*, které jsme vyznačovali klikatými čarami. Toho prvního se dosahuje zavedením konformního faktoru ( $\Omega$  ve výrazu  $\mathbf{g} \mapsto \Omega^2 \mathbf{g}$  z kapitoly 2.3), jenž se hladce stává *nulovým*. Díky tomu se nekonečné oblasti „smrsknou“ do čehosi konečného. Singularity jsou zobrazeny v místech, kde se tento konformní faktor stává naopak *nekonečným*, díky čemuž se singulární oblasti naopak „roztahují“, ale stále zůstávají omezené. Nemáme samozřejmě zaručeno, že obě procedury fungují za všech okolností i v reálném světě, ale jsou klíčové pro představu vesmíru, kterou vyložím v následující části knihy.

Tuto kapitolu uzavřu popisem dvou situací, jež obě zmíněné procedury dobře objasní. Jedná se o vysvětlení pojmu *kosmologických* horizontů. V kosmologickém kontextu opravdu existují dva odlišné „horizonty“. <sup>48</sup> První se obvykle nazývá horizont *událostí*, druhý horizont *částic*.

Nejprve popíšu kosmologický horizont událostí. Je úzce svázán s pojmem horizontů událostí černé díry, jen v případě černých děr má „absolutnější“ význam, neboť méně závisí na volbě konkrétního pozorovatele. Kosmologický horizont událostí se vyskytuje v modelech vesmíru, jejichž budoucí světelné nekonečno  $\mathcal{I}^+$  má *prostorový* charakter, například ve všech Friedmannových modelech s kladnou kosmologickou konstantou ( $\Lambda > 0$ ), jejichž přesné konformní diagramy jsou znázorněny na obrázku 2.35, anebo v de Sitterově vesmíru  $\mathbb{D}$ , viz obrázek 2.36(b). Existují též ve všech dalších prostoročasech s prostorovým  $\mathcal{I}^+$ , i v případě, kdy nemají tak vysokou symetrii. Jde totiž o obecný vliv kladné kosmologické konstanty. Na schematických konformních diagramech 2.42(a) a (b) (ve dvou, respektive třech prostoročasných dimenzích) jsem šedou barvou vyznačil ony oblasti prostoročasu, které jsou v principu viditelné pro pozorovatele  $\mathcal{O}$  (za předpokladu, že je nesmrtelný!), jehož světočára  $l$  končí v bodě  $o^+$  na  $\mathcal{I}^+$ . Horizont událostí  $\mathcal{C}^-(o^+)$  tohoto pozorovatele je minulý světelný kužel z události  $o^+$ . <sup>49</sup> Žádnou událost, jež

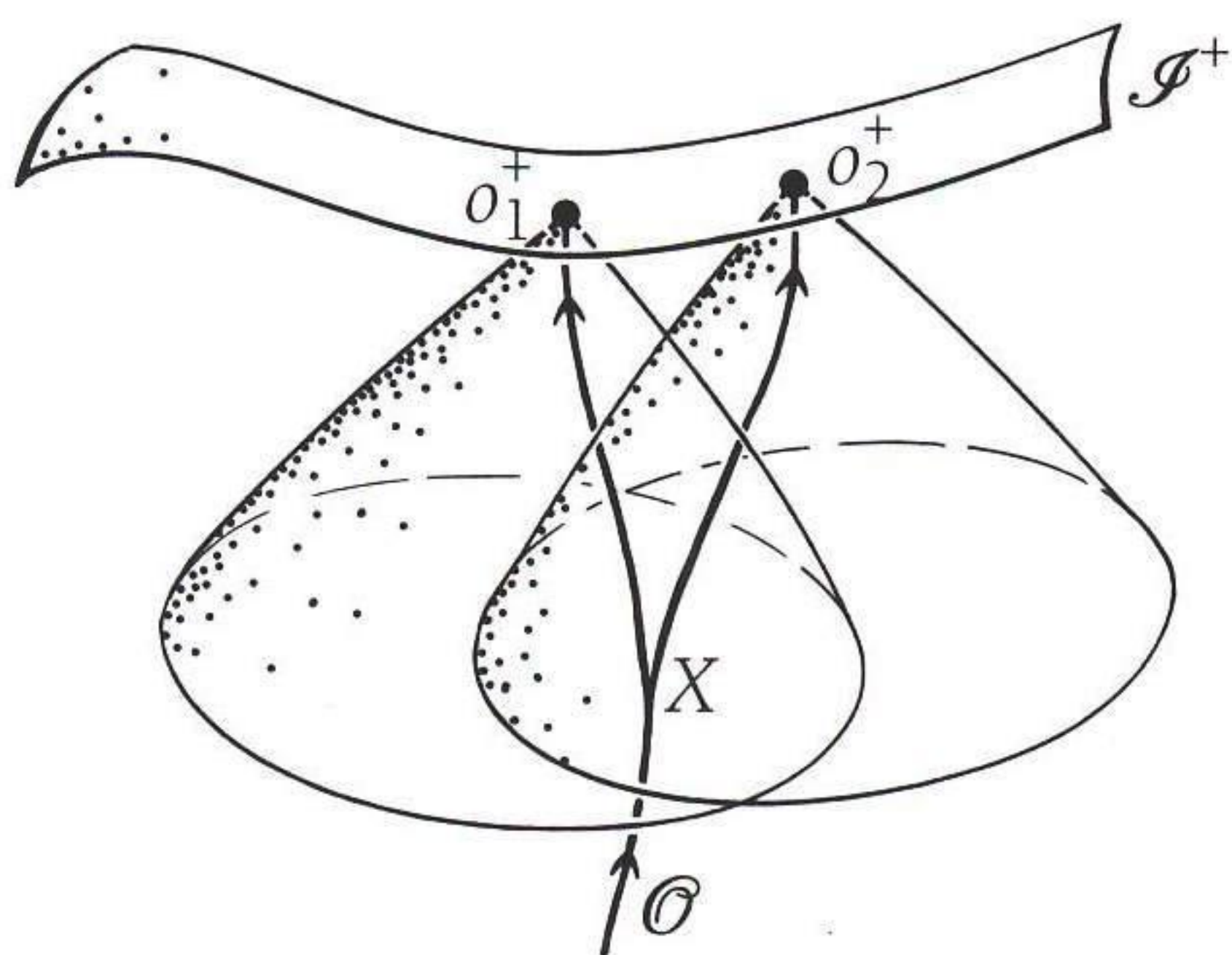
## 2. PODIVNĚ SPECIÁLNÍ POVAHA VELKÉHO TŘESKU



**Obr. 2.42** Schematické konformní diagramy kosmologických horizontů událostí, jež se vyskytují, když  $\Lambda > 0$ : (a) dvourozměrné; (b) trojrozměrné.

se odehrála vně  $\mathcal{C}^-(o^+)$ , pozorovatel  $\mathcal{O}$  nikdy nespátří, viz obrázek 2.43. Po všimněte si ale, že přesná poloha horizontu událostí silně závisí na volbě konkrétního pozorovatele, tedy na koncovém bodu  $o^+$ .

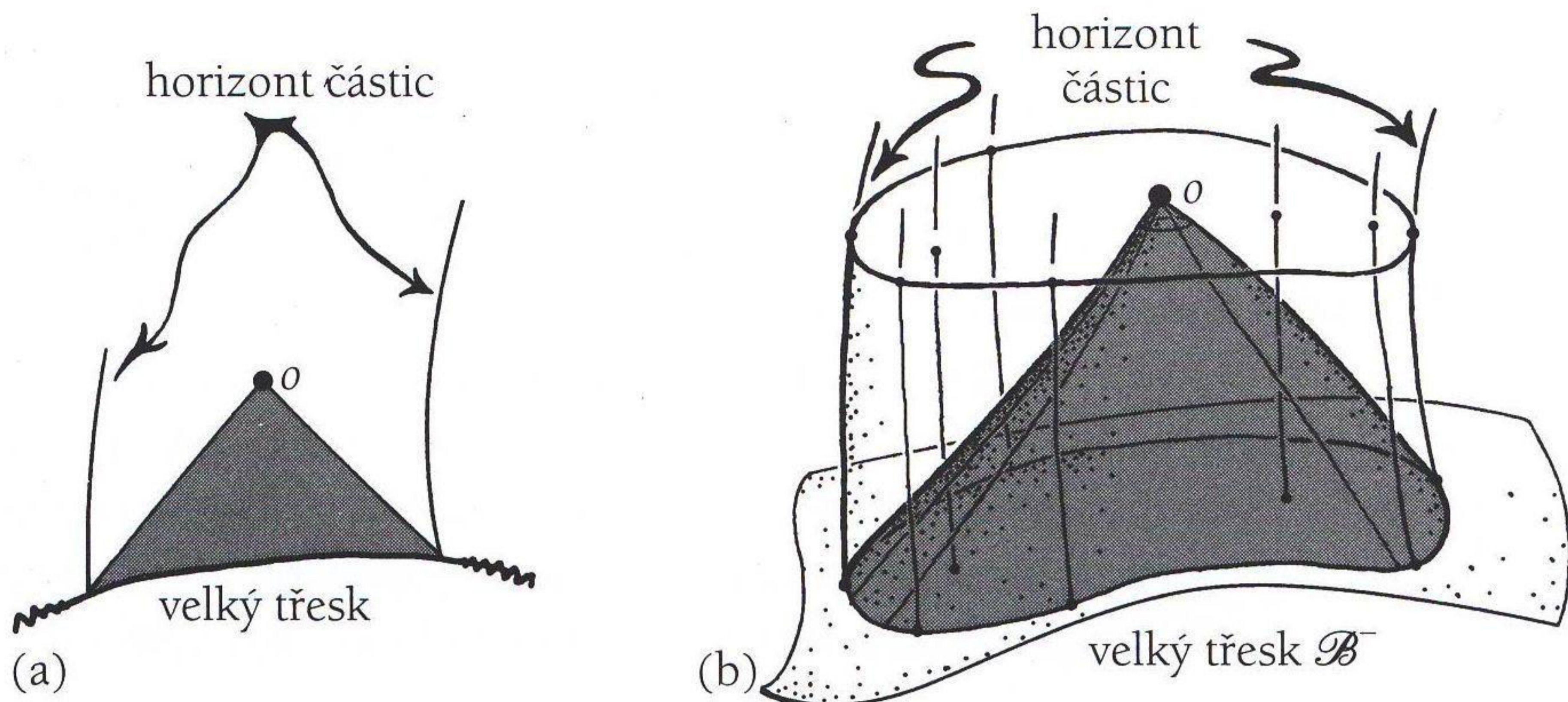
Naproti tomu horizont částic vzniká v případě, kdy hranice prostoročasu má prostorový charakter v minulosti. Často se jedná o singularitu spíše než o konformní nekonečno. Z výše uvedených přesných konformních diagramů je dokonce vidět, že prostorový charakter prostoročasových singularit je zcela běžný, což souvisí s problematikou „kosmické cenzury“, o níž jsem se



**Obr. 2.43** Horizont událostí pro nesmrtelného pozorovatele  $\mathcal{O}$  je absolutní hranicí vymežující ty události, které může během celé své existence spatřit. Tento horizont závisí na konkrétní historii pozorovatele  $\mathcal{O}$ . Kdyby se v bodě  $X$  rozhodl jinak, jeho horizont událostí by byl odlišný.



## 2.6 ČÍM BYL VELKÝ TŘESK SPECIÁLNÍ



**Obr. 2.44** Schematické konformní diagramy horizontů částic: (a) ve dvou rozměrech; (b) ve třech rozměrech.

stručně zmínil v závěru předchozí kapitoly. Označme tuto počáteční singulární hranici symbolem  $\mathcal{B}^-$ . Je-li  $o$  událost v prostoročase vymezující polohu pozorovatele  $\mathcal{O}$  v určitý okamžik, můžeme najít minulý světelný kužel  $\mathcal{C}^-(o)$  a podívat se, kde protne  $\mathcal{B}^-$ . Žádná částice, jež na  $\mathcal{B}^-$  vznikne vně tohoto průsečíku, nikdy nevstoupí dovnitř kužele  $o$ , a nebude tedy pro pozorovatele do onoho okamžiku viditelná. Jak ale světočára pozorovatele  $\mathcal{O}$  pokračuje do budoucnosti, může spatřit více a více částic. Obvykle se *aktuální horizont částic* z události  $o$  ztotožňuje s hranicí, která je generována trajektoriemi všech idealizovaných galaxií, jež vycházejí z průsečíku  $\mathcal{C}^-(o)$  s  $\mathcal{B}^-$ , viz obrázek 2.44.

### 2.6 ČÍM BYL VELKÝ TŘESK SPECIÁLNÍ

Vraťme se nyní k základní otázce, kterou se v této části knihy snažíme zabývat, totiž proč vzešel náš vesmír z velkého třesku, jenž měl tak výjimečnou a unikátní povahu. Byl speciální tím, že jeho *gravitační entropie* byla na počátku nesmírně malá v porovnání s tím, jaká obecně mohla být, ve všech ostatních ohledech ale byla téměř maximální. Tento problém bývá ve většině moderních kosmologických úvah velmi zatemněn povrchní představou, že v raných fázích své existence vesmír prošel takzvanou *kosmickou inflací*, mohutnou exponenciální expanzí. I když měla trvat jen nepatrnou chvíli, snad od  $10^{-36}$  do  $10^{-32}$  sekundy po velkém třesku, enormním způsobem

## 2. PODIVNĚ SPECIÁLNÍ POVAHA VELKÉHO TŘESKU

zvětšila rozměry kosmu, možná  $10^{20}$  či  $10^{60}$  anebo snad dokonce  $10^{100}$ krát. Obecně se má za to, že tak ohromné zvětšení čerstvě zrozeného vesmíru způsobilo (mimo jiné) jeho dnes pozorovanou globální uniformitu, protože skoro všechny počáteční nerovnoměrnosti se při expanzi vyhladily. Diskuse odehrávající se kolem inflace se ale skoro nikdy nesnaží vysvětlit fundamentální otázku, kterou jsem vznesl v první části knihy, totiž jaký byl původ počáteční neobyčejné *výjimečnosti* velkého třesku, díky níž v našem světě funguje druhý zákon termodynamiky. Dle mého soudu dokonce ústřední myšlenka inflace – že dnes pozorovaná uniformita vesmíru je důsledkem (inflačních) fyzikálních procesů odehrávajících se během jeho velmi rané evoluce – je koncepčně mylná.

Proč si něco takového dovoluji tvrdit? Pojdme se na celou záležitost podívat z obecného hlediska. Pro dynamickou podstatu inflace platí totéž co pro všechny ostatní fyzikální procesy: stojí za ní *časově symetrické* fyzikální zákony. Konkrétně se předpokládá existence speciálního fyzikálního pole zvaného „inflatonové pole“. To zodpovídá za inflaci, i když přesně neznáme rovnice, jimiž se inflatonové pole řídí. V různých inflačních modelech jsou různé. Součástí procesu inflace je jistý druh „fázového přechodu“, který můžeme chápat jako analogii přechodu mezi pevnou a kapalnou fází běžné hmoty, například při tání a tuhnutí. Předpokládá se, že takovéto přechody probíhají v souladu s druhým zákonem a za běžných podmínek jsou doprovázeny nárůstem entropie. Když tedy do dynamiky vesmíru připustíme inflatonové pole, na argumentaci, kterou jsem podrobně popsal v první části knihy, se nic zásadního nezmění. Stále stojíme před otázkou, proč náš svět začal ve stavu s neuvěřitelně nízkou mírou entropie. Dle argumentů uvedených v kapitole 2.2 je tato nízká entropie důsledkem faktu, že ve velmi raném vesmíru se prakticky vůbec neuplatnily gravitační stupně volnosti. Rozhodně zdaleka ne všechny, které v principu mohly.

Jistě bude užitečné si rozmyslet, jak *vysokou* entropii mohl počáteční stav vesmíru teoreticky mít, kdyby do hry vstoupily i všechny gravitační stupně volnosti. K tomu nám dobře poslouží, provedeme-li otočení směru toku času a vyčíslíme velkou entropii singulárního stavu, do kterého se vesmír v souladu s druhým zákonem termodynamiky dostane při svém *kolapsu*. Měl bych jasně zdůraznit, že jde pouze o užitečnou *pomocnou představu*, která nijak nesouvisí s tím, zdali náš skutečný vesmír nakonec zkolabuje (tak jako uzavřený Friedmannův kosmologický model s  $\Lambda = 0$  vykreslený na obrázku 2.2), anebo ne. Jde o čistě myšlenkový pokus. Podstatné je, že je

## 2.6 ČÍM BYL VELKÝ TŘESK SPECIÁLNÍ

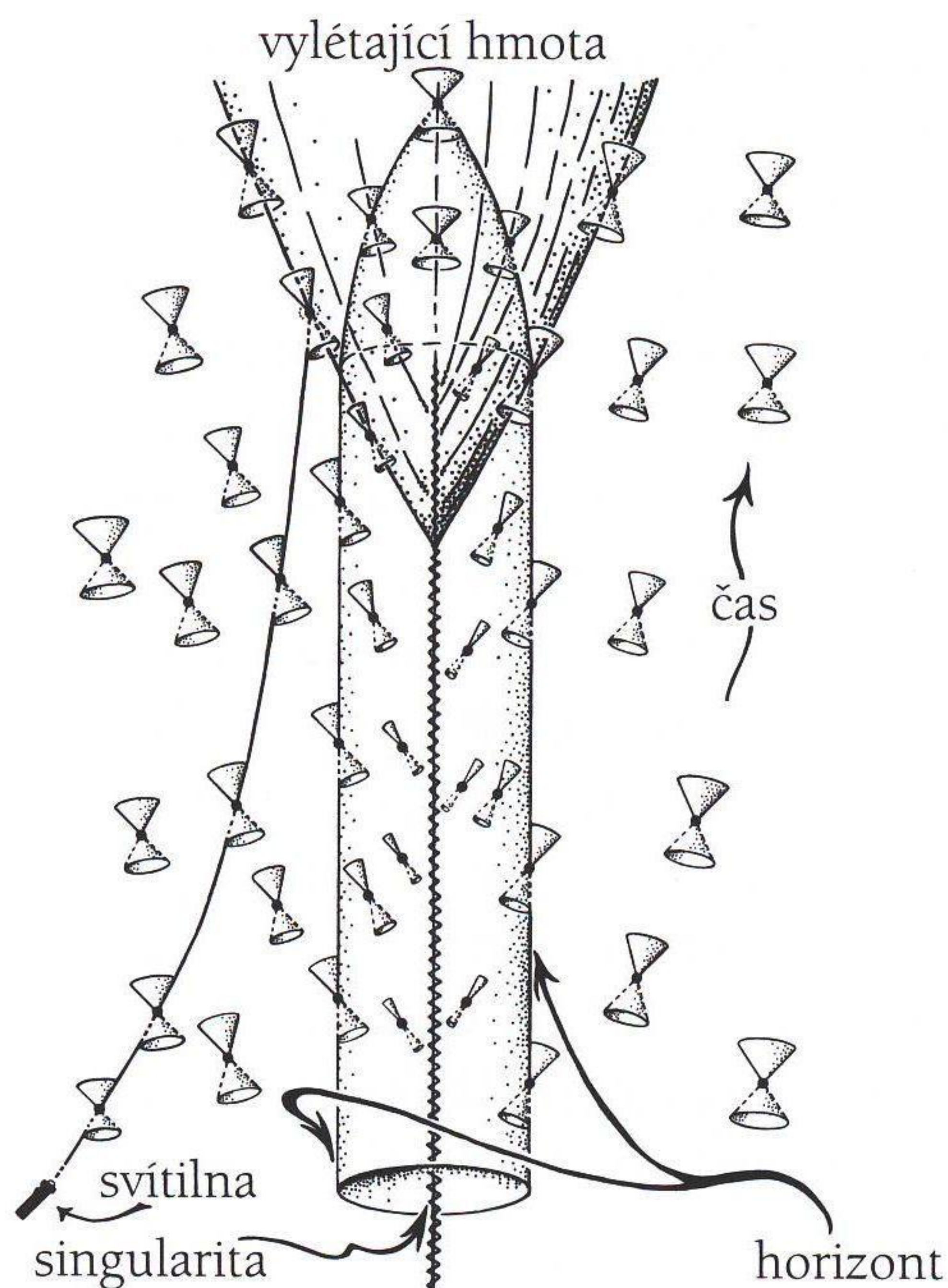
určitě v souladu s Einsteinovými rovnicemi. Při kolapsu obecně platí to, co jsme uvedli v kapitole 2.4 o kolapsu hmoty v černou díru. Můžeme při něm očekávat obrovské množství nerovnoměrností a nesymetrií, ale jakmile se v určité oblasti nashromáždí dostatečné množství materiálu, vytvoří se lapené světelné plochy a singularity prostoročasu.<sup>50</sup> Všechny počáteční nerovnoměrnosti se během kolapsu enormně zesílí a dá se očekávat, že vzniklá singularita bude mít velice složitou strukturu. Nejspíš se uplatní obecný scénář Belinského, Chalatnikova a Lifšice. A je-li správná BKL hypotéza (viz kapitolu 2.4), je závěrečná singularita velice komplikovaná.

K otázce struktury singularit se záhy vrátím. Nyní jen uvažme, jaké důsledky z toho plynou pro inflační modely vesmíru. Soustředme se na stav vesmíru například v okamžiku, kdy se od hmoty oddělilo záření, které dnes pozorujeme jako reliktní mikrovlny (viz kapitolu 2.2). V našem *skutečném* expandujícím vesmíru byla již v té chvíli nastolena veliká uniformita v rozložení běžné hmoty. Což je opravdu veliká záhada. Kdyby nebyla, nepotřebovali bychom zavádět inflaci, aby ji vysvětlila! Zkrátka, je tu cosi, co si žádá vysvětlení. Proč v onom okamžiku již *nebyly* přítomny obrovské nehomogenity? Stoupenčí inflační hypotézy tvrdí, že přítomnost inflatonového pole činí takové nehomogenity vysoce nepravděpodobnými. Ale je tomu skutečně tak?

Ani v nejmenším. Stačí si představit nerovnoměrné rozložení hmoty a otočit běh času nazpátek. Dostaneme tím velmi nehomogenní vesmír, který kolabuje.<sup>51</sup> Když tento hypotetický vesmír kolabuje, všechny poruchy se v něm zesilují a odchylky od FLRW symetrie (viz kapitolu 2.1) jsou čím dál větší. V určitou chvíli už budeme tak daleko od FLRW homogenity a izotropie, že vyhlazovací schopnosti inflatonového pole se nebudou moci uplatnit a (časově obrácená) inflace prostě nenastane. Inflace totiž vyžaduje FLRW kosmologické pozadí (dosavadní konkrétní výpočty takové pozadí určitě předpokládaly).

To nás vede k jasnému závěru, že náš nehomogenní model kolapsu nutně vyústí ve stav obsahující nepřehlednou změť černých děr, které posléze vytvoří neobyčejně složitou singularitu s vysokou mírou entropie. Velmi pravděpodobně to bude singularita BKL typu, diametrálně odlišná od extrémně symetrické FLRW singularity s nízkou entropií, jakou jsme dostali do vínku při velkém třesku našeho skutečného vesmíru. A nezáleží moc na tom, zda do fyzikálních procesů nějak zasáhlo inflatonové pole či nikoli. Kolabující neuniformní vesmír se ocitá v singulárním stavu s vysokou entropií. Časovou inverzí tudíž zjišťujeme, že počáteční stav našeho vesmíru

## 2. PODIVNĚ SPECIÁLNÍ POVAHA VELKÉHO TŘESKU



**Obr. 2.45** Hypotetická „bílá díra“ je časově obrácená černá díra, jako ta na obrázku 2.24. Flagrantním způsobem narušuje druhý zákon termodynamiky. Žádné světlo nemůže proniknout pod její horizont, takže světlo ze svítilny umístěné vlevo dole projde dál až poté, co díra exploduje, zanikne a vyletí z ní obyčejná hmota.

by s mnohem větší pravděpodobností *měl být* právě takový: měl by mít neporovnatelně větší entropii, než velký třesk našeho vesmíru ve skutečnosti měl. Černé díry, které se v závěrečných fázích našeho hypotetického kolapsu komplikovaně splétají, se při obrácení běhu času stávají *bílými dírami*, jež by měly vylétat z počáteční singularity našeho expandujícího vesmíru!<sup>52</sup> Bílá díra je časově obrácená černá díra. Situaci jsem zachytil na obrázku 2.45. Právě kvůli naprosté *absenci* singularit typu bílé díry byl velký třesk našeho skutečného vesmíru naprosto výjimečný a unikátní.

Vyjádřeno pomocí objemu fázového prostoru by počáteční singularity tohoto typu (s množstvím od sebe se oddělujících bílých děr) zaujímaly nesmírně velké oblasti v porovnání s objemem, jaký příslušel singularitě našeho skutečného velkého třesku. Případné inflatonové pole by určitě nedokázalo „vyhladit“ gigantické nerovnoměrnosti související s ohromným

## 2.6 ČÍM BYL VELKÝ TŘESK SPECIÁLNÍ

konglomerátem běloděrových singularit. To lze tvrdit s určitostí, bez ohledu na konkrétní povahu inflatonového pole. Stačí pouhý fakt, že jeho evoluční rovnice je možno vyvíjet k singulárnímu stavu stejně dobře v obou časových směrech.

O enormní velikosti příslušného objemu fázového prostoru můžeme dokonce říct mnohem více. Pomocí obecně přijímané Bekensteinovy-Hawkinovy formule dokážeme totiž vyčíslit hodnotu entropie přiřazené černým díram. Pro nerotující černou díru hmotnosti  $M$  je tato entropie rovna

$$S_{\text{BH}} = \frac{8kG\pi^2}{ch} M^2,$$

zatímco pro rotující černou díru leží mezi touto hodnotou a její polovinou, a to v závislosti na velikosti rotace. Koeficient stojící před „ $M^2$ “ je pouhá konstanta, přičemž  $k$ ,  $G$  a  $h$  označují Boltzmannovu, Newtonovu a Planckovu konstantu a  $c$  je rychlost světla. Uvedenou formulku můžeme napsat v ještě obecnějším tvaru, totiž

$$S_{\text{BH}} = \frac{kc^3 A}{4G\hbar},$$

kde  $A$  je plocha horizontu a  $\hbar = h/2\pi$ . Tento vzorec platí jak pro rotující, tak pro nerotující černé díry. Vyjádřeno v Planckových jednotkách, o nichž řekneme více na konci kapitoly 3.2, je vzorec ještě jednodušší,

$$S_{\text{BH}} = \frac{A}{4}.$$

I když dnes ještě (dle mého názoru) nedokážeme věrohodně vysvětlit tento vzorec pomocí interních kvantových stavů černých děr,<sup>53</sup> je nezbytný pro udržení konzistence mezi druhým zákonem termodynamiky a kvantovým světem vně černé díry. Jak jsme se už zmínili v kapitole 2.2, zdaleka největší příspěvek k entropii současného vesmíru pochází od obřích černých děr v jádrech galaxií. Kdyby veškerá hmota v pozorovaném vesmíru (ta, jež leží uvnitř našeho dnešního horizontu částic, viz kapitolu 2.5) vytvořila černou díru, měla by entropii řádově  $10^{124}$ . To můžeme pokládat za hrubý dolní odhad entropie dosažitelný v kolabujícím modelu vesmíru s daným množstvím hmoty. Tomu by odpovídal objem fázového prostoru<sup>54</sup>

$$10^{10^{124}}$$

(díky logaritmu v Boltzmannově vzorci pro entropii uvedenému v kapitole 1.3), zatímco objem fázového prostoru odpovídající stavu našeho sku-

## 2. PODIVNĚ SPECIÁLNÍ POVAHA VELKÉHO TŘESKU

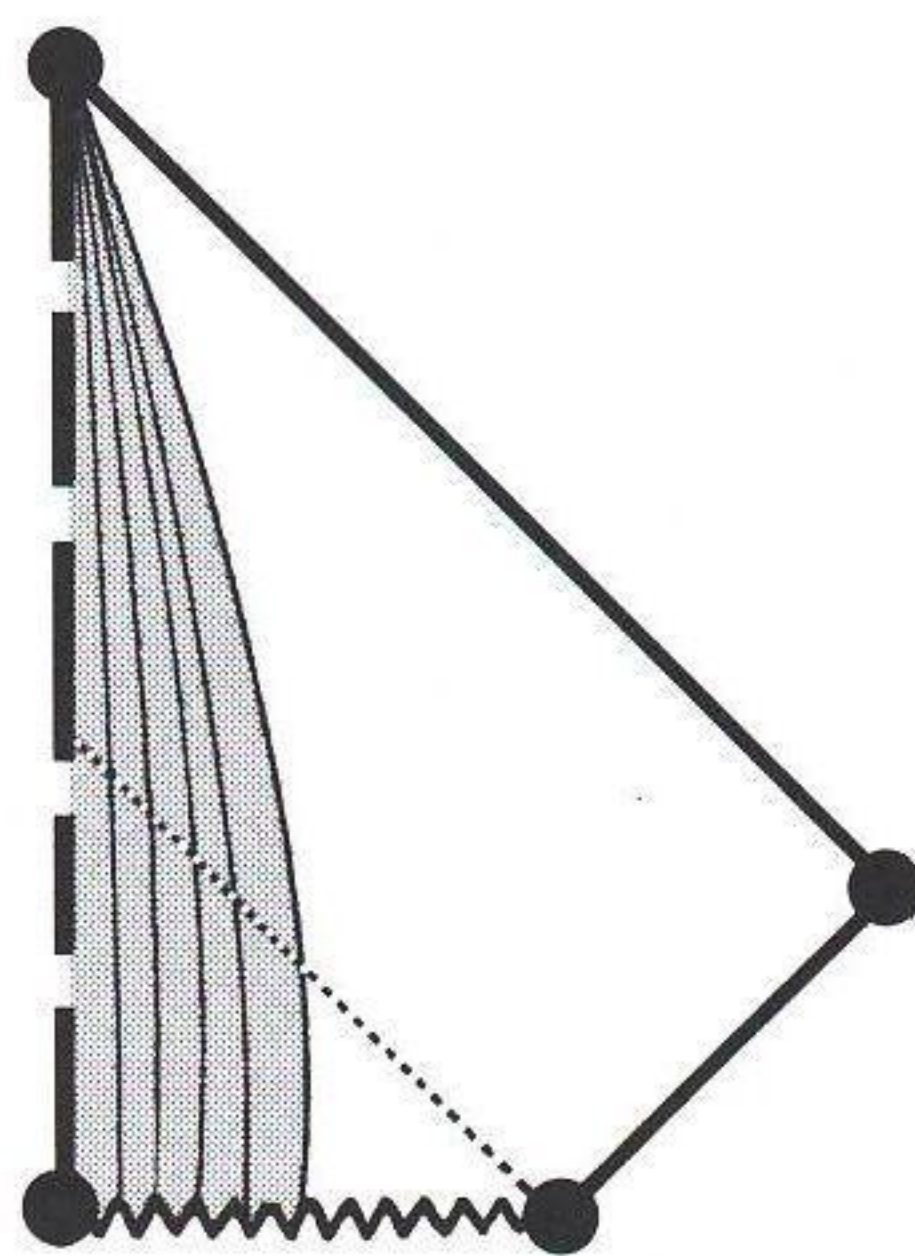
tečného vesmíru v okamžiku oddělení reliktního záření od hmoty by nebyl větší než

$$10^{10^{89}}.$$

Pravděpodobnost, že se (čirou náhodou<sup>55</sup>) nacházíme v takto speciálním vesmíru, má absurdně malou hodnotu  $1/10^{10^{124}}$ , a to bez ohledu na případnou inflaci. Pro něco takového musíme najít úplně jiné teoretické vysvětlení!

Je tu však ještě jeden související problém. Jde o to, zdali je možno počáteční singularitu s nesmírně složitou strukturou konglomerátu bílých děr vůbec pokládat za „okamžitou“. Jinými slovy, zda by taková singularita, chápaná coby minulá „konformní hranice“ prostoročasu, měla v dobrém smyslu prostorový „charakter“. Prostorupodobná počáteční singularita by pak mohla smysluplně představovat *počátek* vhodně zavedené souřadnice kosmického času, byl by to přirozený „okamžik“, v němž se odehrál vysoce nehomogenní velký třesk.

Časově obrácený Oppenheimerův-Snyderův kolaps prostorupodobnou počáteční singularitu opravdu má. To je zjevné z jeho přesného konformního diagramu na obrázku 2.46, což je časově překlopený obrázek 2.38(a). Zdá se dokonce, že takový charakter mají i obecné BKL singularity. Předpokládá se, že prostorovou povahu mají také obecnější singularity (někde mohou být světelné). Plyne to ze *silné kosmické cenzury*,<sup>56</sup> dosud nedokázané hypotézy týkající se přesných řešení Einsteinových rovnic. Jak jsme již uvedli v kapitole 2.4, podle ní by při obecném gravitačním kolapsu neměly vznikat „nahé singularity“, ale jen ty, které jsou zahaleny před vnějšími pozorovateli černoděrovým horizontem událostí. Silná kosmická cenzura nám tudíž říká, že takové singularity by obecně opravdu měly mít prostorový charakter. V souladu s tímto všeobecným očekáváním se mi zdá přirozené říkat, že by



Obr. 2.46 Přesný konformní diagram „bílé díry“ z obrázku 2.45.

## 2.6 ČÍM BYL VELKÝ TŘESK SPECIÁLNÍ

se počáteční singularita odehrála v jediném okamžiku i tehdy, kdyby měla složitou strukturu bílých děr.

Dostáváme se tím k obtížné otázce: jaké konkrétní geometrické kritérium odlišuje „hladkou“ singularitu s velmi malou entropií, jež stála na počátku našeho vesmíru, od mnohem obecnějších singularit s velkou entropií, jež obsahují bílé díry (co by výše popsáné časově obrácené kolapsy)? Musíme najít jasný předpis, jenž nám dovolí kvantifikovat tvrzení, že „gravitační stupně volnosti nebyly aktivovány“. K tomu nezbytně potřebujeme matematickou veličinu, jež je mírou „gravitačních stupňů volnosti“.

Vhodnou analogií ke gravitačnímu poli je pole elektromagnetické. V mnoha ohledech se mu totiž podobá. V relativistické fyzice se elektromagnetické pole popisuje tenzorovou veličinou  $\mathbf{F}$  zvanou *Maxwellův tenzor* na počest velkého skotského fyzika Jamese Clerka Maxwella, který jako první v roce 1861 našel rovnice popisující chování elektromagnetického pole a navíc ukázal, že vysvětlují šíření světla. V kapitole 2.3 jsme se již setkali s jinou tenzorovou veličinou, totiž s *metrikou*  $\mathbf{g}$ . V obecné teorii relativity hrají tenzory klíčovou roli, neboť jsou matematickým popisem geometrických a fyzikálních veličin, které se nemění při hladkých deformacích prostoročasu (difeomorfismech), jež jsme uvažovali v kapitole 2.3. Tenzor  $\mathbf{F}$  je v každém bodě určen 6 nezávislými čísly (3 udávají složky elektrického pole a 3 udávají složky magnetického pole). Metrický tenzor  $\mathbf{g}$  má v každém bodě 10 nezávislých složek. V klasické tenzorové notaci se soubor všech složek metriky zapisuje jako matice  $g_{ab}$  se dvěma dolními indexy (jež je symetrická, tedy platí  $g_{ab} = g_{ba}$ ). V případě Maxwellova tenzoru  $\mathbf{F}$  se soubor jeho složek označuje  $F_{ab}$  (a je *antisymetrický*, tedy  $F_{ab} = -F_{ba}$ ). Oba dva tenzory jsou *řádu*  $\begin{bmatrix} 0 \\ 2 \end{bmatrix}$ , což vyjadřuje skutečnost, že oba mají právě dva dolní indexy. Existují i tenzory s horními indexy: obecně  $\begin{bmatrix} p \\ q \end{bmatrix}$  tenzor je objekt s  $p$  horními a  $q$  dolními indexy. Pomocí matematické operace zvané *úžení* je možno propojit pár horních a dolních indexů (jako by šlo o chemickou vazbu) a zmenšit tím počet volných horních i dolních indexů o jedničku. Dovolte mi však nepouštět se zde dále do vysvětlování algebraických operací tenzorového počtu.

Počet stupňů volnosti elektromagnetického pole je přesně určen počtem nezávislých složek Maxwellova tenzoru  $\mathbf{F}$ , avšak v Maxwellově teorii vystupují také *zdroje* pole známé jako čtyřvektor  $\mathbf{J}$  *náboje a proudu*. To je tenzor typu  $\begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}$  se čtyřmi složkami, z nichž jedna popisuje v každém bodě velikost hustoty elektrického náboje a zbylé tři složky pak popisují velikost a směr hustoty elektrického proudu. Ve stacionárních situacích je hustota náboje

## 2. PODIVNĚ SPECIÁLNÍ POVAHA VELKÉHO TŘESKU

zdrojem elektrického pole, zatímco proudová hustota je zdrojem magnetického pole. V nestacionárních situacích je tato souvislost složitější.

Položme si nyní otázku, co je analogií  $\mathbf{F}$  a  $\mathbf{J}$  v případě gravitačního pole popsaného Einsteinovou obecnou teorií relativity. V této teorii je klíčová křivost prostoročasu (kterou lze spočítat z metriky  $\mathbf{g}$ ) a ta je plně popsána tenzorem  $\mathbf{R}$  řádu  $\begin{bmatrix} 0 \\ 4 \end{bmatrix}$ . Nazývá se *Riemannův* tenzor a má trochu složitější symetrie, takže v každém bodě má 20 nezávislých složek. Ty se dají rozložit do dvou skupin, na takzvaný *Weylův konformní* tenzor  $\mathbf{C}$  řádu  $\begin{bmatrix} 0 \\ 4 \end{bmatrix}$  s 10 složkami a na symetrický *Einsteinův* tenzor  $\mathbf{E}$  řádu  $\begin{bmatrix} 0 \\ 2 \end{bmatrix}$  také s 10 složkami (jenž je drobnou modifikací takzvaného *Ricciho* tenzoru<sup>57</sup>). Podle Einsteinových rovnic je  $\mathbf{E}$  zdrojem gravitačního pole, což se obvykle<sup>58</sup> vyjadřuje rovnicí

$$\mathbf{E} = \frac{8\pi G}{c^4} \mathbf{T} + \Lambda \mathbf{g}$$

anebo v Planckových jednotkách kapitoly 3.2 prostě jen

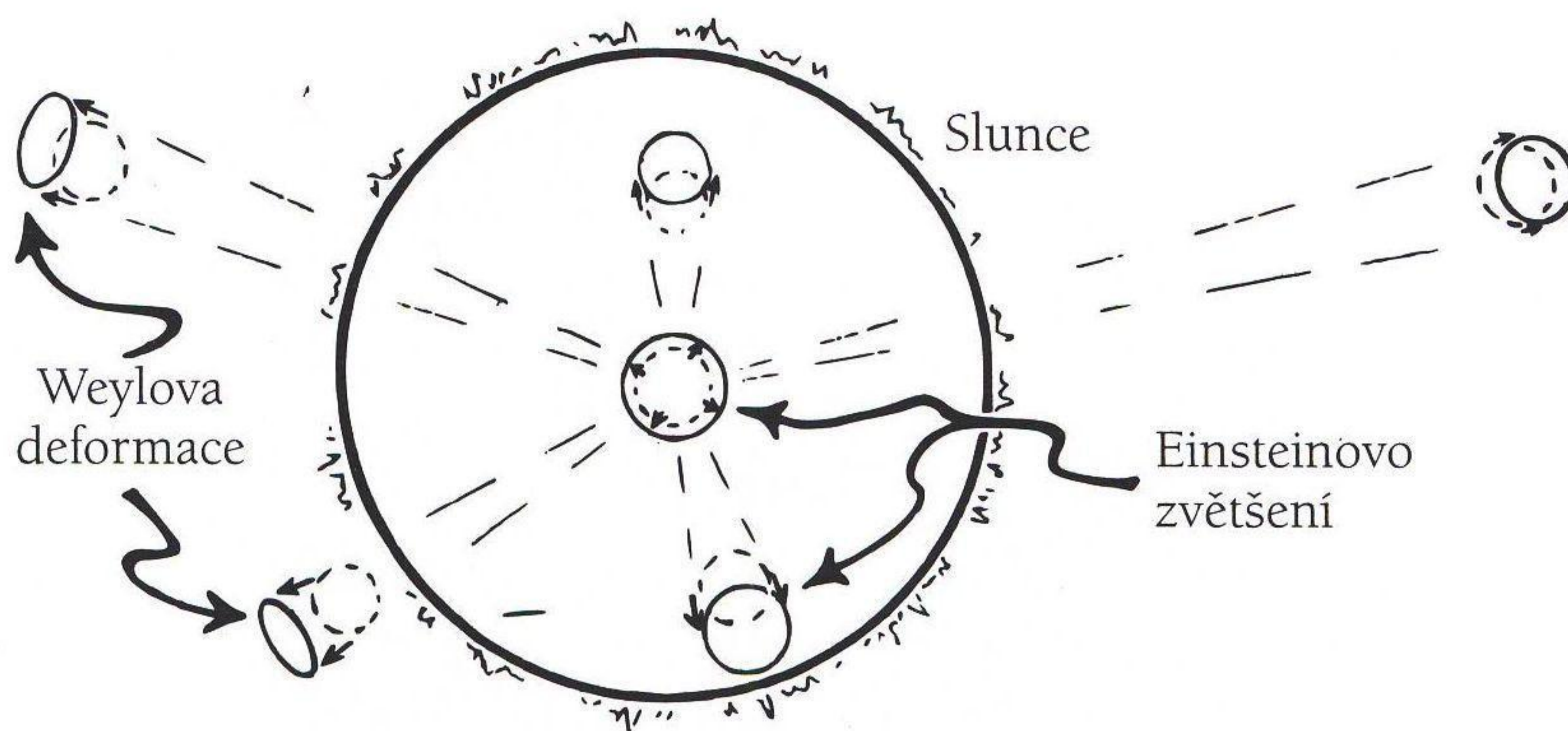
$$\mathbf{E} = 8\pi \mathbf{T} + \Lambda \mathbf{g},$$

kde  $\Lambda$  je kosmologická konstanta a  $\mathbf{T}$  je tenzor *energie-hybnosti* řádu  $\begin{bmatrix} 0 \\ 2 \end{bmatrix}$ , jenž obsahuje hustotu energie a další s ní související veličiny. Jinak řečeno,  $\mathbf{E}$  (či ekvivalentně  $\mathbf{T}$ ) je gravitační analogií  $\mathbf{J}$ . Weylův tenzor  $\mathbf{C}$  je pak gravitační analogií Maxwellova tenzoru  $\mathbf{F}$ .

Můžeme se nyní ptát, jaké přímo měřitelné efekty  $\mathbf{C}$  a  $\mathbf{E}$  způsobují. V elektromagnetismu se magnetické silokřivky zviditelňují liniemi vytvořenými ze železných pilin anebo natočením střepek kompasů, zatímco elektrické pole lze prozkoumat třeba pomocí polystyrénových kuliček. Podobně lze doslova vidět efekty způsobené  $\mathbf{E}$  a  $\mathbf{C}$ , protože oba tyto tenzory mají přímý a specifický vliv na šíření světelných paprsků. V tomto smyslu jsou  $\mathbf{E}$  a  $\mathbf{T}$  zcela ekvivalentní, protože  $\Lambda \mathbf{g}$  na šířící se paprsky žádný deformační vliv nemá. Lze tvrdit, že první jasný důkaz platnosti obecné teorie relativity vzešel právě z přímého pozorování hvězd během slunečního zatmění v roce 1919. Expedice (sira) Arthura Eddingtona tehdy na ostrově Principe naměřila posuvy v polohách hvězd na obloze způsobené přítomností hmoty Slunce.

Tenzor  $\mathbf{E}$  v podstatě funguje jako zvětšující lupa, zatímco tenzor  $\mathbf{C}$  jako astigmatická čočka. Příslušné efekty dokážeme dobře znázornit. Stačí si uvědomit, jakým způsobem dochází působením  $\mathbf{E}$  a  $\mathbf{C}$  k deformaci svazků světelných paprsků šířících se uvnitř anebo v blízkosti Slunce. Světlo se skrz Slunce (natož pak skrz Měsíc) samozřejmě nešíří přímo, ale kdybychom si





**Obr. 2.47** Přítomnost Weylovy křivosti v okolí gravitujícího tělesa (zde Slunce) lze pozorovat pomocí (nekonformní) deformace obrazu vzdáleného hvězdného pole.

představili, že je průhledné a že skrz něj můžeme pozorovat pole vzdálených hvězd, pak bychom toto pole viděli trochu zvětšené zásluhou gravitujícího materiálu Slunce popsaného tenzorem  $E$ . Efekt  $E$  by spočíval v čistém *zvětšení* našeho pohledu na vše, co leží v pozadí, aniž by došlo k deformaci obrazu.<sup>59</sup> Jakmile však začneme pozorovat vzdálené hvězdy *vně* okraje slunečního kotouče (což se *opravdu* při zatměních pozoruje), budou obrazy vzdálených hvězdných polí zdeformované: ohyb světelných paprsků se vzdáleností od centra klesá, takže *deformace je astigmatická*. Oba zmíněné efekty jsou znázorněny na obrázku 2.47. Deformace hvězdného pole vně slunečního okraje způsobuje, že malé kružnice jsou zdeformovány do elips, přičemž jejich pozorovaná excentricita je mírou velikosti *Weylovy křivosti C* ve sledovaném směru.

Tento efekt gravitační čočky, který předpověděl Einstein, se dokonce v nedávné době stal nesmírně důležitým nástrojem moderní astronomie a kosmologie. Umožňuje nám totiž přímo měřit rozložení hmoty ve vesmíru, i té, kterou bychom jinak vůbec nedokázali pozorovat. Většinou je pozorovací pole tvořeno velkým počtem velmi vzdálených galaxií. Cílem je zjistit, jestli toto pole nevykazuje eliptickou deformaci, a pokud ano, spočítat z ní velikost mezilehlé hmoty, jež deformaci způsobila. Háček je v tom, že samy galaxie většinou mají eliptický tvar, takže nelze říct, že obraz individuální galaxie byl zdeformován. Jestliže ale v pozorovaném poli leží mnoho galaxií, lze použít metody statické analýzy a získat tím překvapivě dobrou informaci o rozlo-

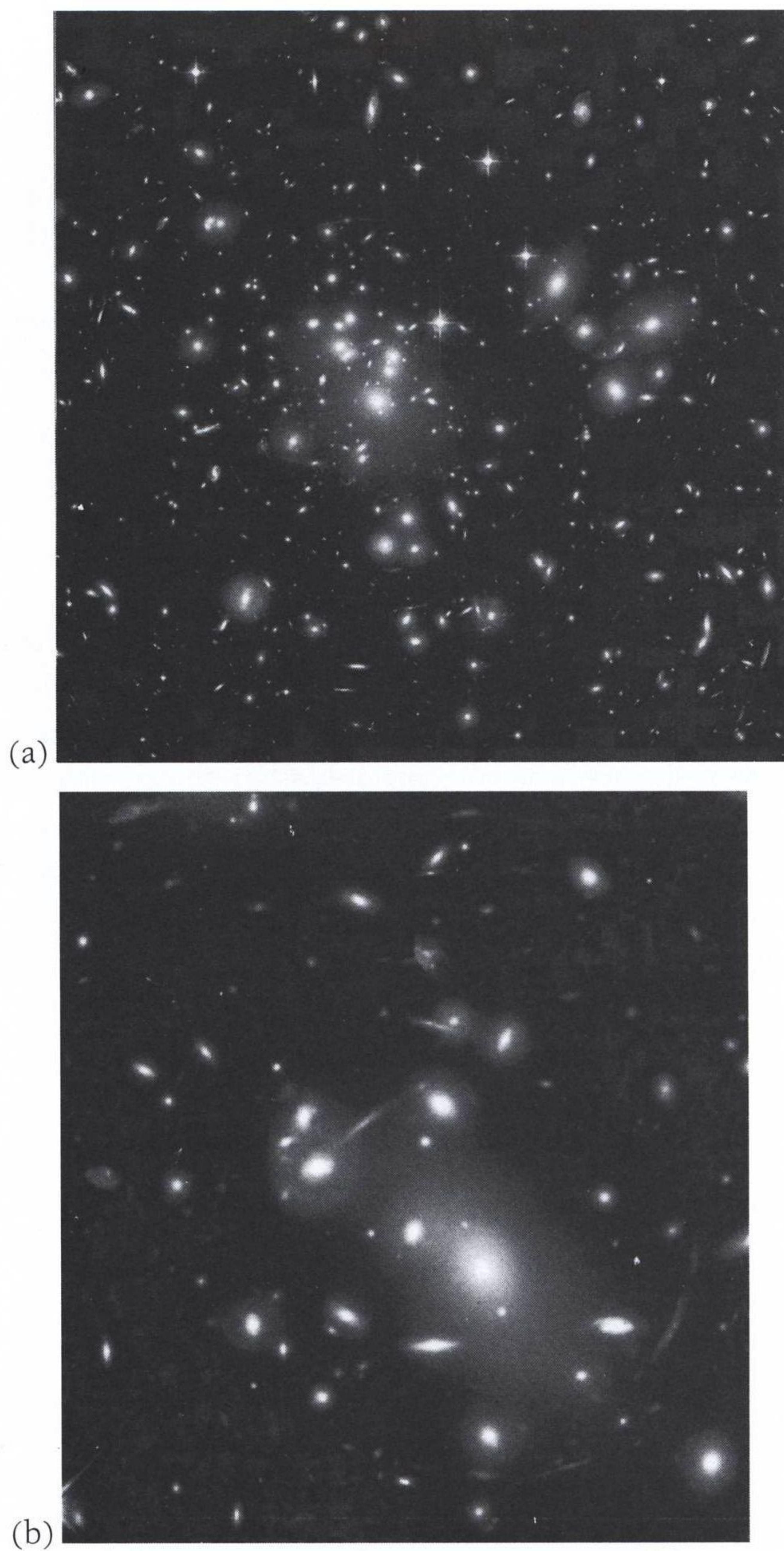
## 2. PODIVNĚ SPECIÁLNÍ POVAHA VELKÉHO TŘESKU

žení hmoty mezi vzdálenými galaxiemi a námi. Občas je dokonce možné efekt gravitační čočky vidět ihned z pořízeného snímku, například těch na obrázku 2.48. Elipticky zdeformované obrazce jasně naznačují, kde leží hmotné gravitující centrum, tedy zdroj čočky. Velmi důležitou aplikací této pozorovací techniky je mapování rozložení *temné hmoty* (viz kapitolu 2.1), která se jinými prostředky pozorovat nedá.<sup>60</sup>

Skutečnost, že  $C$  způsobuje eliptickou deformaci obrazů podél světelných paprsků, naznačuje roli tohoto tenzoru v popisu *konformní křivosti*. Na konci kapitoly 2.3 jsme poznamenali, že konformní struktura prostoročasu je ve skutečnosti strukturou světelných kuželů. Konformní křivost prostoročasu, tedy  $C$ , je tudíž mírou odchylky struktury světelných kuželů od té, kterou najdeme v plochém Minkowského prostoročase  $\mathbb{M}$ . Vidíme, že podstatou této deformace je vznik elipticity ve svazku šířících se světelných paprsků.

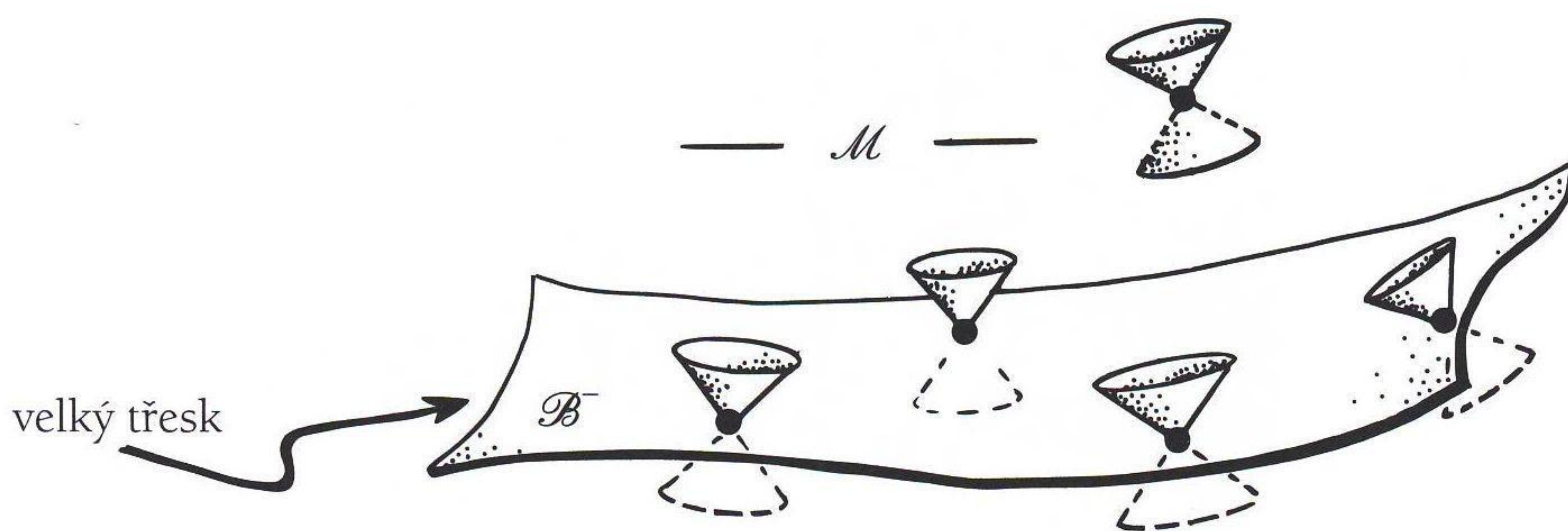
Vraťme se nyní k podmínce, jež by dokázala technicky charakterizovat velmi speciální povahu našeho velkého třesku. V podstatě jde o to, že při velkém třesku se neuplatnily všechny možné stupně volnosti gravitačního pole. To vlastně znamená, že „na počátku byla Weylova křivost  $C$  nulová“. Již dlouhou řadu let tuto podmínku „ $C = 0$ “ pro počáteční singularitu prosazují. Naproti tomu „závěrečné“ singularity, jež vznikají například uvnitř černých děr, jsou charakterizovány tím, že  $C$  v nich roste nade všechny meze. To je případ Oppenheimerova-Snyderova kolapsu a nejspíš i extrémně divokých BKL singularit.<sup>61</sup> Obecně lze říci, že zmíněná podmínka na nulovost  $C$  v počátečních singularitách, kterou nazývám *hypotéza Weylovy křivosti* (zkráceně HWK), zní velmi přijatelně. Bohužel se však vyskytuje v několika odlišných variantách. Hlavní problém tkví v tom, že  $C$  je *tenzorová* veličina a je velmi obtížné říci něco matematicky přesného o jejím chování v prostoročasových singularitách, neboť sám pojem tenzoru tam ztrácí jasně definovaný význam.

Naštěstí však můj oxfordský kolega Paul Tod přišel s detailní analýzou jiné a matematicky mnohem uspokojivější verze „HWK“. Víceméně jde o to, že se předpokládá existence třírozměrné plochy  $\mathcal{B}^-$  velkého třesku, která funguje jako hladká počáteční hranice prostoročasu  $\mathcal{M}$ , kde  $\mathcal{M}$  je chápáno jako konformní prostoročas. Právě taková minulá hranice se vyskytuje ve vysoce symetrických FLRW modelech, jejichž přesné konformní diagramy jsou na obrázcích 2.34 a 2.35. Takovou symetrii však nyní obecně *nepředpokládáme*, viz obrázek 2.49. Todovou myšlenkou je, že tenzor  $C$  musel být ve velkém třesku *konečný* (předpokládá se hladká konformní struktura na  $\mathcal{B}^-$ ), nikoli divoký a nekonečný. Tato podmínka pro naše další úvahy zcela postačuje.



**Obr. 2.48** Gravitační čočky: (a) kupa galaxií Abell 1689; (b) kupa galaxií Abell 2218.

## 2. PODIVNĚ SPECIÁLNÍ POVAHA VELKÉHO TŘESKU



**Obr. 2.49** Schematický konformní diagram „hypotézy Weylovy křivosti“ ve verzi od Paula Toda. Podle ní byl velký třesk hladkou počáteční hranicí  $\mathcal{B}^-$  prostoročasu  $\mathcal{M}$ .

Aby tato podmínka byla matematicky ještě jasnější, je užitečné předpokládat, že prostoročas lze coby konformní varietu hladce o něco prodloužit i *před* počáteční plochu  $\mathcal{B}^-$ . Prodloužit prostoročas *před* velký třesk? To snad ne: vždyť přece velký třesk je obecně pokládán za počátek všech věcí ve vesmíru, takže nemůže existovat žádné „před“ ním. Nebojte se, je to jenom matematický trik. Prodloužení prostoročasu před velký třesk nemá žádný fyzikální význam!

Nebo snad ano...?

# ČÁST 3

## Konformní cyklická kosmologie

- 3.1 Spojení s nekonečnem
- 3.2 Struktura KCK
- 3.3 Předchozí návrhy, co bylo před velkým třeskem
- 3.4 Vypořádání se s druhým zákonem
- 3.5 KCK a kvantová gravitace
- 3.6 Pozorovatelné důsledky

### 3. KONFORMNÍ CYKLICKÁ KOSMOLOGIE

#### 3.1 SPOJENÍ S NEKONEČNEM

Jak vlastně vypadal náš hmotný vesmír kdysi dávno, velmi krátce po velkém třesku? Především musel být *žhavý*, nesmírně žhavý. Kinetická energie pohybujících se částic musela být v té době tak ohromná, že vysoce převyšovala jejich klidové energie (pro částice hmotnosti  $m$  je klidová energie dána vzorcem  $E = mc^2$ ). Klidové hmotnosti různých částic proto nehrály prakticky žádnou roli, v klíčových dynamických procesech byly *efektivně nulové*. Materiální obsah velmi raného vesmíru tvořily v tomto smyslu jen *nehmotné* částice.

Abychom to vyjádřili trochu jinak, je dobré si uvědomit, jakým způsobem získávají podle dnešní částicové fyziky<sup>1</sup> různé fundamentální částice své *hmotnosti*. Klidovou hmotnost částicím dodávají speciální částice zvané *Higgsovy bosony*. Dnešní standardní pohled na původ hmotnosti všech fundamentálních objektů přírody totiž je, že existuje kvantové Higgsovo pole, které delikátní kvantověmechanickou procedurou zvanou „narušení symetrie“ přiřazuje každému typu částic specifickou hmotnost. Bez přítomnosti Higgse by částice měly klidovou hmotnost nulovou. Také Higgsově částici lze přiřadit jistou hmotnost (ekvivalentně klidovou energii). Ale ve velmi raném vesmíru panovaly tak vysoké teploty, že energie vysoce přesahovaly Higgsovu hodnotu. Proto se *všechny* částice efektivně chovaly jako nehmotné, jako „fotony“.

Jak jsme uvedli v kapitole 2.3, částice s nulovou klidovou hmotností nejsou přímo spojeny s plnou *metrickou* povahou prostoročasu, neboť se řídí pouze její *konformní* strukturou, strukturou světelných kuželů. Vyjádřeno explicitněji (a pečlivěji): uvažme nejprve fotony, hlavní druh nehmotných částic, které dokonce i dnes mají nulovou klidovou hmotnost.<sup>2</sup> Správné pochopení fotonů plyne z podivné, ale zcela přesné teorie *kvantové mechaniky* (přesněji: z kvantové teorie pole). Nemohu zde zabíhat do podrobností (některé základní rysy kvantového světa zmíním v kapitole 3.4) a navíc mým hlavním tématem zde je charakter příslušného fyzikálního *pole*, jehož jsou fotony kvanta. Tímto polem je Maxwelllovo *elektromagnetické* pole klasicky popsané tenzorem  $F$ , viz kapitolu 2.6. Ukazuje se, že Maxwellovy polní rovnice jsou v plném smyslu *konformně invariantní*. Technicky to znamená, že kdykoli nahradíme metriku  $g$  jinou metrikou, jež je s ní konformně svázána, tedy

$$g \mapsto \hat{g},$$

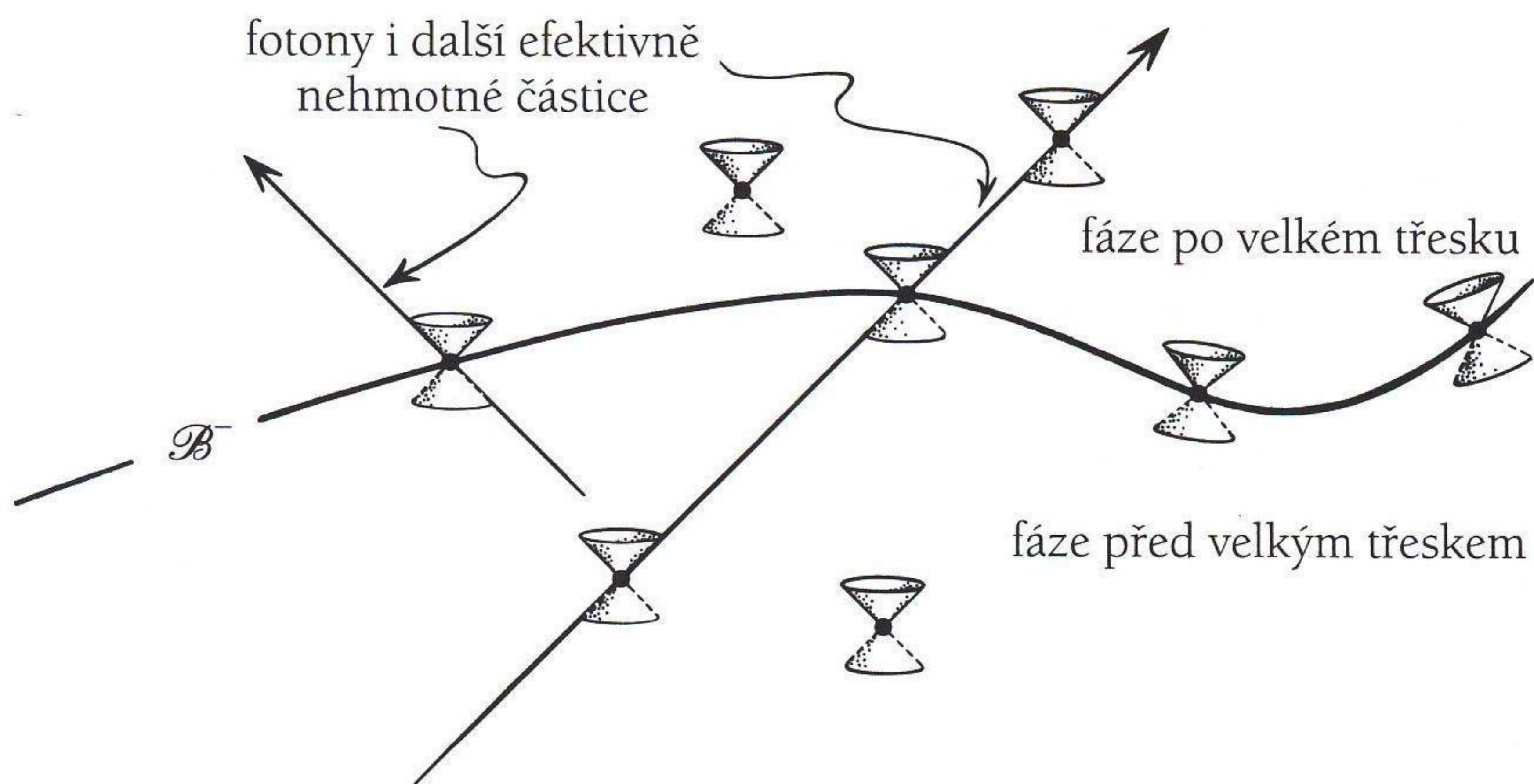
přičemž nová metrika je (obecně neuniformním způsobem) přeškálována

$$\hat{g} = \Omega^2 g,$$

kde  $\Omega$  je kladná hladká funkce v prostoročase (kapitola 2.3), pak vždy můžeme najít vhodné konformní přeškálování elektromagnetického pole  $F$  i jeho zdroje  $J$  (což je čtyřvektor náboje a proudu), že platí stále stejné Maxwellovy rovnice.<sup>3</sup> Jen se všechny operace vztahují k nové metrice  $\hat{g}$ , nikoli k původní metrice  $g$ . Proto též každé řešení Maxwellových rovnic při použití správného přeškálování přejde opět na řešení těchto rovnic. (Trochu více to objasníme v kapitole 3.2 a podrobně pak v dodatku A.6.) Na elementární úrovni je vše konzistentní s kvantovou teorií pole,<sup>4</sup> neboť popis odpovídající kvantové částici (fotonu) přejde z původní metriky  $g$  na stříškovanou metriku  $\hat{g}$ , aniž by si individuální foton vůbec všiml, že k nějaké lokální změně měřítek došlo.

Maxwellova teorie je v tomto silném slova smyslu konformně invariantní. *Elektromagnetické interakce*, svazující elektrické náboje s elektromagnetickým polem, jsou zcela netečné k lokálním změnám měřítek. Fotony a jejich interakce s nabitými částicemi vyžadují ke své formulaci *strukturu světelných kuželů* prostoročasu, tedy konformní prostoročasovou strukturu, ale *nepotřebují* zvolit žádný konkrétní škálovací faktor, jenž odlišuje jednu metriku od druhé, konformně s ní svázané. Úplně stejná konformní invariance navíc platí i pro obecnější *Yangovy-Millsovy* rovnice, jimiž se řídí nejen *silné* interakce mezi nukleony (protony, neutrony a jejich konstituenty, tedy kvarky), ale i *slabé* interakce, které jsou zodpovědné za radioaktivní rozpady. Z matematického hlediska je Yangova-Millsova teorie<sup>5</sup> v podstatě stejná jako Maxwellova teorie, jen obsahuje „více vnitřních indexů“ (viz dodatek A.7), takže jediný foton v elektromagnetismu je nahrazen multipletem částic. Analogií elektromagnetických elektronů a fotonů jsou v případě silných interakcí *kvarky* a *gluony*. Kvarky oproti gluonům mají hmotnost díky interakci s Higgsovým polem. Ve standardní teorii slabých interakcí (takzvané „elektroslabé“ teorii, neboť do ní byla začleněna i teorie elektromagnetismu) je foton pokládán za jednu součást multipletu, jenž obsahuje tři další interakční částice. Označují se symboly  $W^+$ ,  $W^-$ ,  $Z$  a všechny jsou hmotné, opět díky jejich interakci s Higgsem. Podle dnešních teorií částic tedy platí, že za extrémně vysokých teplot blízko velkého třesku (a částečně<sup>6</sup> už při vysokých energiích dosahovaných v obřím urychlovači LHC v ženevské laboratoři CERN) je odstraněn vliv Higgsova pole, jež částicím dodává jejich klidovou hmotnost, a tím je nastolena úplná konformní invariance. Vše samozřejmě závisí na řadě detailů popisu interakcí. Není však nerozumné předpokládat, že schéma obecně funguje tak, jak bylo výše popsáno. I kdyby se nakonec ukázalo (možná už

### 3. KONFORMNÍ CYKLICKÁ KOSMOLOGIE



**Obr. 3.1** Fotony a jiné částice či pole, jež jsou efektivně nehmotné, mohou hladkým způsobem překročit hranici oddělující fázi před velkým třeskem od dnešní fáze existence vesmíru po velkém třesku. Naopak můžeme i protáhnout informace o částicích a polích z naší fáze do oblasti před velkým třeskem.

díky výsledkům z LHC), že naše dnešní teorie nepopisují mikrosvět zcela přesně, pořád bude dost pravděpodobné, že při stále vyšších energiích se budou klidové hmotnosti částic stávat čím dál nepodstatnějšími a že fyzikální procesy začnou být ovládány konformně invariantními zákony.

Shrnuto a podtrženo: vypadá to, že v blízkosti velkého třesku, možná do časů řádově  $10^{-12}$  sekundy po něm,<sup>7</sup> kdy teploty přesahovaly  $10^{16}$  K, byly relevantní fyzikální zákony zcela nezávislé na konkrétním škálovacím faktoru  $\Omega$ . Klíčové procesy závisely jenom na *konformní* geometrické struktuře prostoročasu.<sup>8</sup> Veškerá fyzikální aktivita byla v oné době netečná vůči změnám rozměrů vesmíru. V konformním obraze, ve kterém je v souladu s Todovou hypotézou (kapitola 2.6, obrázek 2.49) velký třesk roztažen do zcela hladké prostorové plochy  $\mathcal{B}^-$ , by bylo možné matematicky konzistentním způsobem prodloužit veškerou fyzikální aktivitu nazpět v čase. Bez ohledu na případné divoké a velké rozměrové změny by tak bylo možno získat fyzikálně smysluplný obrázek hypotetické oblasti předcházející našemu velkému třesku, jejíž existence plyne z Todovy hypotézy, viz obrázek 3.1.

Opravdu můžeme tuto hypotetickou oblast před velkým třeskem pokládat za *fyzikálně reálnou*? A pokud ano, jak tato prostoročasná oblast ve fázi „před velkým třeskem“ vypadala? Okamžitý nápad by mohl znít, že šlo o fázi kolabujícího vesmíru, který se z nějakých důvodů zastavil, *odrazil* a přešel ve

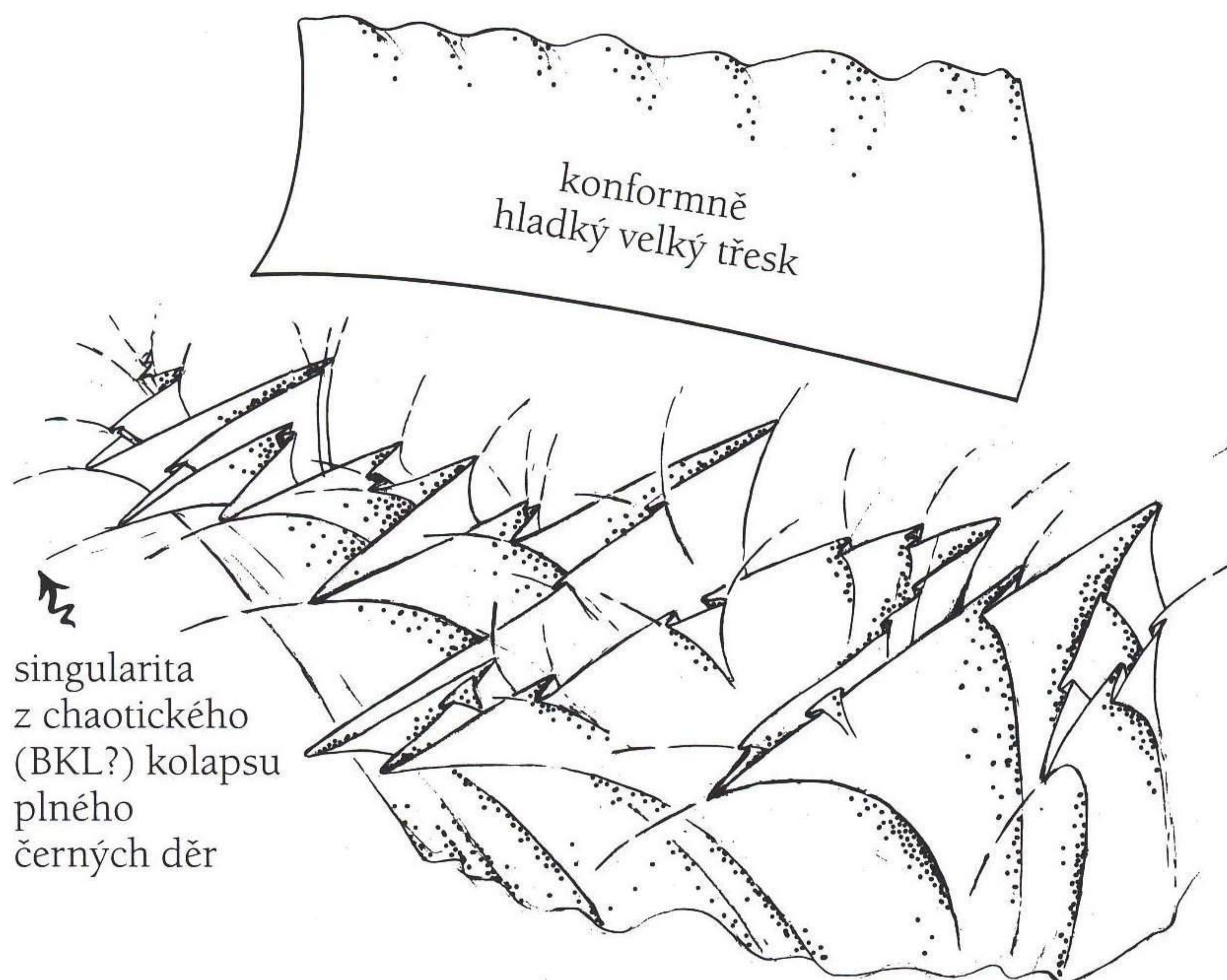


fázi rozpínání. Tento odraz my dnes vidíme jako počáteční velký třesk současného vesmíru. Takový model by ale popíral vše, oč jsem se v této knize dosud snažil. Kolabující fáze před velkým třeskem by totiž měla zjevný „cíl“, aby s neuvěřitelnou přesností dosáhla velice unikátního „finálního“ stavu s tak extrémně velkým stupněm speciálnosti, jaký nacházíme v našem velkém třesku. To by znamenalo obrovské narušení druhého zákona termodynamiky, neboť ve fázi před velkým třeskem by entropie klesala na (relativně) nepatrnou hodnotu, jež určitě stála u kolébky námi pozorovaného vesmíru. Vzpomeňte si na model kolabujícího vesmíru z kapitoly 2.6, jenž by se vyvíjel v souladu s druhým zákonem. Byl by to prostoročas zaplněný černými dírami, jenž kolabuje do singularity, která se v ničem nepodobá geometrii s požadovanou konformní hladkostí, jaká je zapotřebí v Todově hypotéze (viz obrázek 3.2). Jistě, mohli bychom přijít třeba s nápadem, že ve fázi před velkým třeskem fungoval druhý zákon termodynamiky přesně naopak, v opačném časovém směru (viz závěrečné odstavce kapitoly 1.6). To by ale zjevně opět šlo proti duchu této knihy, jenž tkví v naději, že existuje nějaké přirozené „vysvětlení“ druhého zákona či alespoň jeho zdůvodnění. Neměli bychom se uchýlit k absurdnímu *tvrzení*, podle něhož se v jistém výjimečném okamžiku historie vesmíru objevil neuvěřitelně speciální stav (výše zmíněný „odraz“). Navíc se ukazuje (jak uvidíme později v kapitole 3.3 v souvislosti s Tolmanovým modelem vesmíru se zářením a v dodatku B.6), že s modelem „odrazu“ jsou spojeny též *matematické* komplikace.

Zkusme tedy něco úplně jiného. Pokusme se zamyslet nad jiným koncem času, nad tím, jaký čeká náš skutečný vesmír ve velmi vzdálené budoucnosti. Dle modelů s kladnou kosmologickou konstantou  $\Lambda$ , popsaných v kapitole 2.1, se náš vesmír nakonec dostane do fáze exponenciálně rychlé expanze. Jeho vývoj lze pak velmi dobře popsat přesnými konformními diagramy znázorněnými na obrázku 2.35, jež všechny mají budoucí konformní hranici  $\mathcal{I}^+$  prostorového charakteru. Náš skutečný vesmír dnes pochopitelně obsahuje ohromné množství shluků hmoty. Největší *lokální* odchylky od vysoce symetrické a uniformní FLRW geometrie v něm představují černé díry, zejména ty obří nacházející se v centrech galaxií. Avšak v souladu s tím, co bylo řečeno v kapitole 2.5, se všechny černé díry nakonec „vypaří“ a zaniknou (viz obrázek 2.40 a jeho přesný konformní diagram 2.41), i když těm nejhmotnějším to potrvá nesmírně dlouhou dobu, řádově  $10^{100}$  let i více.

Po tako extrémně dlouhé době bude náš vesmír fyzikálně vypadat úplně jinak než dnes. Jeho hmotný obsah budou tvořit zejména fotony pocháze-

### 3. KONFORMNÍ CYKLICKÁ KOSMOLOGIE



**Obr. 3.2** Charakter singularity vzniklé při obecném kolapsu rozhodně neodpovídá konformně hladkému velkému třesku s nízkou entropií.

jící z červeně posunutého záření minulých hvězd, z reliktního záření a také z Hawkingova záření, jež odnese téměř veškerou hmotu-energií bezpočtu obřích černých děr. Kromě těchto nízkoenergetických fotonů budou ve vesmíru také gravitony (kvanta gravitačních vln) z blízkých setkání a srážek černých děr, především těch velkých z bývalých galaktických jader. V kapitole 3.6 uvidíme, že sehrají klíčovou roli. Fotony i gravitony jsou nehmotné částice, a nelze je proto použít jako hodiny (viz naše diskuse v kapitole 2.3 ilustrovaná na obrázku 2.21).

Všude kolem bude asi také spousta „temné hmoty“, ať už je touto záhadnou substancí cokoli (kapitola 2.1 a také 3.2, pokud jde o můj osobní názor na ni), pakliže nebyla předtím všechna lapena do černých děr. Je obtížné si představit, jak by se tento materiál interagující pouze s gravitačním polem dal použít ke konstrukci smysluplných hodin. Je to principiální otázka a v kapitole 3.2 uvidíme, že se jí nemůžeme vyhnout. Vypadá to, že v závěrečných fázích expanze našeho vesmíru bude hrát fyzikální roli výhradně *konformní* struktura prostoročasu.

Jakmile vesmír vstoupí do finální fáze svého vývoje, plným právem bychom mohli říkat do „velmi nudné éry“, zdá se, že nezbyde už nic důležitého, co by stálo za pozornost. Nejzajímavější věci předcházející éry byly závěrečné chvíle vypařování posledních pozůstatků černých děr. Předpokládá se, že nakonec všechny zmizí, poté co pomalým procesem Hawkingova záření ztratí veškerou svou hmotu. Čelíme tudíž nepěkné prognóze nekonečné nudy na konci našeho velkolepého vesmíru, jenž kdysi dávno vypadal tak úchvatně a byl plný fascinující dynamiky všeho druhu, od aktivity nádherných galaxií, bezpočtu různých hvězd doprovázených planetami, z nichž některé hostily život, až po exotické rostliny i živočichy. Někteří dokonce měli schopnost porozumět světu kolem sebe a byli obdařeni tvůrčími a uměleckými schopnostmi. A přesto vše nakonec zanikne. Závěrečným ze všech vzrušujících procesů bude jen neustálé čekání a čekání a čekání trvajících snad  $10^{100}$  let na konec vypaření poslední černé díry. Možná bude mít razanci výbuchu obyčejného dělostřeleckého granátu. A po něm už nebude následovat vůbec nic, jenom neustálá exponenciální expanze, zředování a chladnutí, vyprazdňování a chladnutí, zředování... na věky věků. A to je vše? Takhle skončí příběh našeho úžasného kosmu?

Když jsem jednoho letního dne roku 2005 dospěl těmito pesimistickými úvahami do vcelku depresivního stavu, napadla mě ale jedna zajímavá myšlenka. Kdo vlastně bude v oné vzdálené budoucnosti oním věčně se nudícím pozorovatelem? Jistě to nebudeme my, lidé. Většinou to budou pouze nehmotné částice jako fotony a gravitony. Pro foton či graviton je ale velmi obtížné nudit se, a to nejen proto, že tyto objekty stěží mohou mít nějaké vědomé *počítky*! Příčina je mnohem fundamentálnější: pro nehmotné částice totiž plynutí času neznamena zhora nic. Takové částice mohou opravdu *dosáhnout* věčnosti (tj. hranice  $\mathcal{I}^+$ ), a to ještě předtím, než jejich vnitřní hodiny učiní jeden jediný „tik“, jak je ilustrováno na obrázku 2.22. Mohli bychom oprávněně říci, že pro nehmotné částice jako fotony či gravitony „věčnost není žádný problém“!

Jinak řečeno, vypadá to, že *nenulová klidová hmotnost* je nezbytnou součástí pro stavbu hodin. Když tedy nakonec ve vesmíru nic hmotného nezbyde, schopnost měřit běh času zcela zanikne (a samozřejmě i schopnost měřit vzdálenosti, neboť ty závisejí na měření času, viz kapitolu 2.3). Jak jsme již viděli, nehmotné částice se pramálo starají o *metrickou* povahu prostoročasu, respektují pouze jeho *konformní* strukturu (charakter světelných kuželů). Z toho důvodu pro částice nulové klidové hmotnosti není hraniční plocha

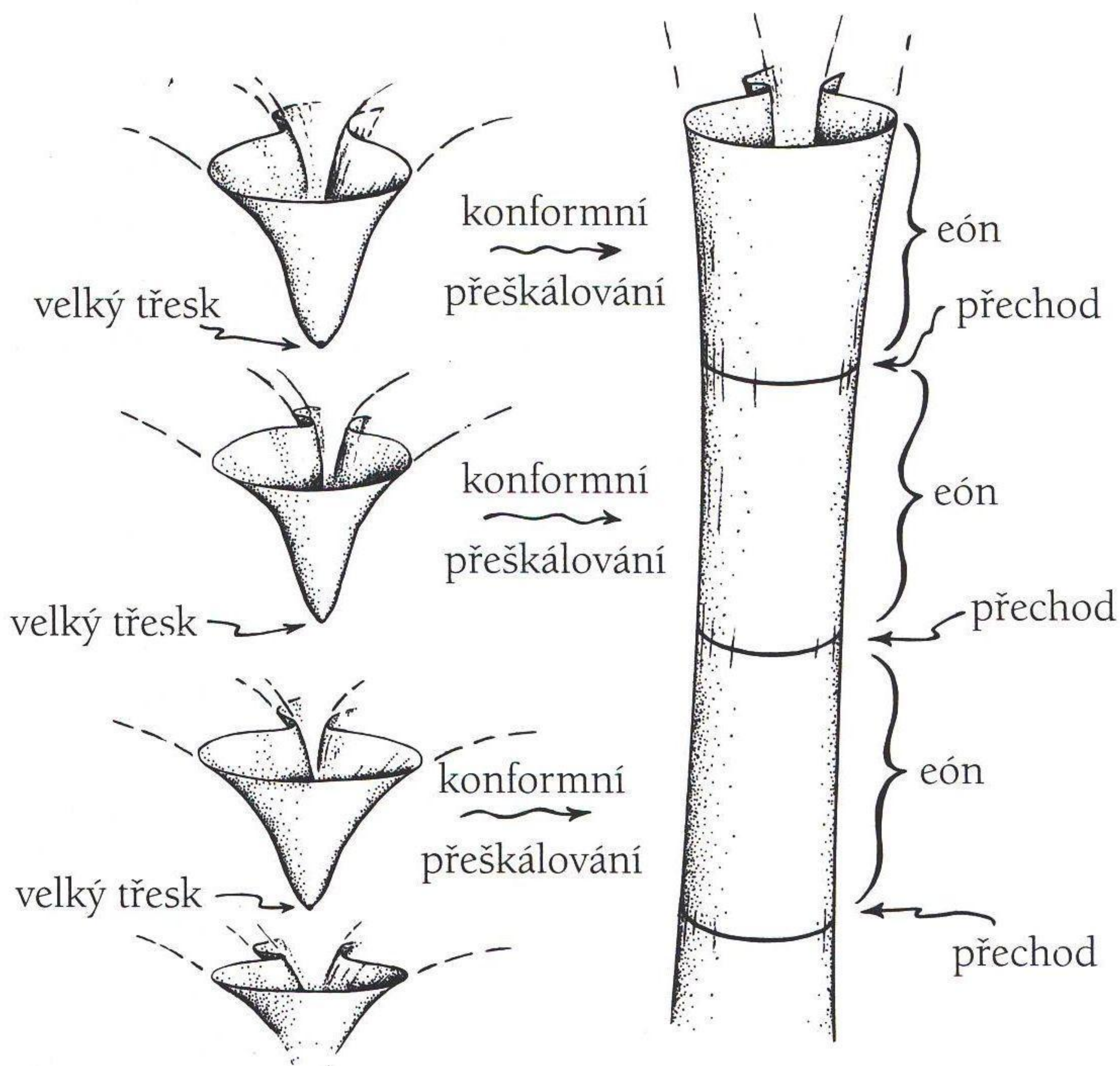
### 3. KONFORMNÍ CYKLICKÁ KOSMOLOGIE

$\mathcal{I}^+$  ničím význačná. Je to oblast konformního prostoročasu, jež je pro ně dosažitelná stejně snadno jako kterákoli jiná. A není tudíž pro ně žádný problém  $\mathcal{I}^+$  překročit a vstoupit do hypotetického rozšíření konformního prostoročasu „na druhou stranu“  $\mathcal{I}^+$ . Významné výpočty, za které vděčíme zejména práci Helmuta Friedricha,<sup>9</sup> navíc ukazují, že budoucí rozšiřitelnost konformního prostoročasu s kladnou kosmologickou konstantou  $\Lambda$  je za obecných předpokladů matematicky možná.

Je to podobné jako s diskusí o fyzikálních dějích odehrávajících se v okolí počáteční plochy velkého třesku v Todově hypotéze. Zdá se, že (z různých důvodů) připouštějí *obě* nadplochy  $\mathcal{I}^+$  i  $\mathcal{B}^-$  hladké rozšíření konformního prostoročasu na druhou stranu těchto nadploch. A nejen to: je pravděpodobné, že hmotný obsah na obou stranách budou tvořit v podstatě jen *nehmotné* substance, jejichž fyzikální chování se řídí konformně invariantními rovnicemi. To by mohlo umožnit protáhnout dynamické chování onoho materiálu na obě strany rozšířeného (konformního) prostoročasu.

Nyní se přirozeně nabízí jedna možnost. Co když jsou naše hranice  $\mathcal{I}^+$  a  $\mathcal{B}^-$  vlastně identické? Třeba se konformní varieta našeho vesmíru „uzavírá“ jako smyčka, takže to, co leží za  $\mathcal{I}^+$ , je prostě náš vesmír začínající opět velkým třeskem, který je jen konformně roztažen dle Todovy hypotézy do hranice  $\mathcal{B}^-$ ! Úspornost této myšlenky má své velké kouzlo. Obávám se však, že by nás dovedla k vážným problémům ohledně konzistence, a pokládám ji proto za nepravděpodobnou. Takový prostoročas by totiž obsahoval *uzavřené časové smyčky*, jejichž kauzální následky by vedly k potenciálním paradoxům či alespoň k nepříjemným omezením na možné chování fyzikálních procesů. Paradoxy či omezení plynou z toho, že přes hranici  $\mathcal{I}^+/\mathcal{B}^-$  by bylo možno koherentním způsobem přenášet informace. Jak uvidíme v kapitole 3.6, v modelu, který zde hodlám předložit, je něco takového v určitém smyslu opravdu přípustné, takže uzavřené časové smyčky vskutku mohou v principu vést k problémům.<sup>10</sup> Proto zde *nehodlám* propagovat přímočarou identifikaci našeho  $\mathcal{I}^+$  s naším  $\mathcal{B}^-$ .

Místo toho přicházím s „druhou nejlepší variantou“. Předpokládám, že před hranicí našeho velkého třesku  $\mathcal{B}^-$  reálně *existuje* fyzikální oblast prostoročasu, jež je vzdálenou budoucností předchozí fáze existence vesmíru, a že za naším budoucím konformním nekonečnem  $\mathcal{I}^+$  *také* existuje fyzikálně reálná fáze vesmíru, pro kterou naše  $\mathcal{I}^+$  funguje jako velký třesk. V souladu s touto hypotézou budu o fázi mezi naším  $\mathcal{B}^-$  a naším  $\mathcal{I}^+$  mluvit jako o *současném éónu* a budu tvrdit, že vesmír jako celek by měl být chápán coby



**Obr. 3.3** Konformní cyklická kosmologie. (Stejně jako u obrázku 2.5 ani zde se nesnažím předjímat, zdali je vesmír prostorově otevřený anebo uzavřený.)

rozšířená konformní varieta skládající se z (možná nekonečného počtu) následných eónů, z nichž každý reprezentuje celou jednu fázi vzniku a expanze daného vesmíru, viz obrázek 3.3. Konformní hranice „ $\mathcal{I}^+$ “ každého eónu je identifikována s hranicí „ $\mathcal{B}^-$ “ následujícího eónu, přičemž prodloužení z každého eónu do následujícího je takové, aby výsledná *konformní* struktura prostoročasu byla v místech napojení dokonale hladká.

Čtenář se nyní může právem divit, že se tu pokouším identifikovat vzdálenou budoucnost vesmíru, ve kterém je jenom záření zchladlé na nulovou teplotu a expanduje do nulové hustoty, s explozí velkého třesku, v němž na počátku mělo záření nekonečnou teplotu a nekonečnou hustotu. Jde ale o to, že konformní „roztažení“ velkého třesku přeškáluje nekonečné hodnoty na konečnou hustotu a konečnou teplotu, zatímco vhodné konformní „stlačení“ v budoucnosti naopak udělá z nulových hustot a teplot hodnoty konečné. Právě tyto dvě transformace umožňují, aby se eóny na sebe hladce napojily. Přitom jak „roztažení“, tak „stlačení“ jsou procedury, na nichž rele-

### 3. KONFORMNÍ CYKLICKÁ KOSMOLOGIE

vantní fyzika po obou stranách hranice eónu vůbec nezávisí. Měli bychom též zdůraznit, že fázový prostor  $\mathcal{P}$  popisující množinu možných stavů všech fyzikálních aktivit na obou stranách přechodu mezi eóny (viz kapitolu 1.3) má objemovou míru, která je konformně invariantní.<sup>11</sup> To proto, že při zmenšení vzdáleností se odpovídajícím způsobem naopak zvětší míra hybnosti (a naopak), takže jejich součin zůstává neměnný (tato vlastnost bude pro nás mít velký význam v kapitole 3.4). Zde předloženému kosmologickému schématu budu říkat *konformní cyklická kosmologie*, zkráceně KCK.<sup>12</sup>

#### 3.2 STRUKTURA KCK

Zmíněná hypotéza má ovšem spoustu aspektů, které je nutno detailně promyslet a rozebrat. Jedna z klíčových otázek se týká *celého* obsahu našeho vesmíru ve velmi vzdálené budoucnosti. Dosud jsem se soustředil hlavně na fotony, ať už pocházejí ze svitu hvězd, reliktního mikrovlnného záření anebo z Hawkingova vypařování černých děr. Také jsem uvažoval příspěvek od gravitonů, které jsou základními (kvantovými) kameny gravitačních vln. Tyto „vlnky“ prostoročasové křivosti pocházejí především z blízkých setkání a srážek extrémně velkých černých děr ležících v jádrech galaxií.

Fotony i gravitony mají nulovou klidovou hmotnost. Je proto rozumné předpokládat, že ve velmi vzdálené budoucnosti vesmíru nebude v principu možné sestavit z tohoto materiálu jakékoli smysluplné hodiny. Za hodně dlouhou dobu tak vesmír ztratí schopnost „sledovat vlastní čas“. Geometrie fyzikálního vesmíru přestane být dnešní plně metrickou geometrií Einsteiny teorie relativity a stane se z ní ryze *konformní geometrie* (struktura světelných kuželů). Záhy však uvidíme, že s gravitačním polem jsou spojeny jisté nuance, které nás donutí tento názor poněkud upravit. Nejdříve se ale vypořádejme ještě s jiným principiálním problémem.

Když jsem popisoval hmotný obsah vesmíru v pozdních stádiích jeho existence, ignoroval jsem skutečnost, že bude obsahovat velké množství materiálu v objektech, které nikdy neskončí v nitrech černých děr, neboť se jim v důsledku náhodných procesů podařilo včas uniknout z mateřských galaxií a galaktických kup. Mimo černé díry také bude existovat spousta temné hmoty. Jaký bude například osud bílých trpaslíků, jež uniknou do mimogalaktického prostoru a pak už jenom budou osaměle chladnout, až se z nich stanou nepozorovatelní černí trpaslíci? Často se tvrdí, že protony nemusí být věčné, že se za hodně dlouhou dobu mohou rozpadnout (i když

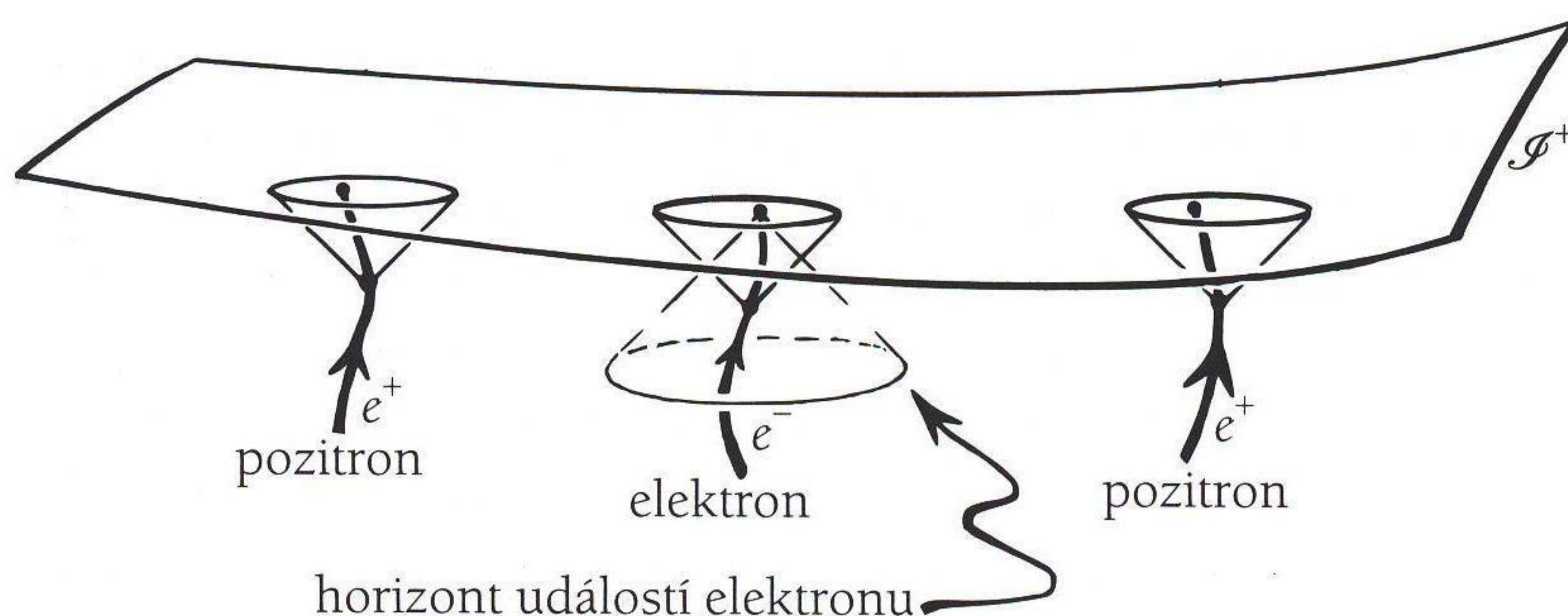
dnešní experimentální meze ukazují, že takový proces by musel být opravdu neuvěřitelně pomalý<sup>13</sup>). Ale i v tom případě by určitě vznikaly specifické dceřiné produkty takových rozpadů. I kdyby většina materiálu z černého trpaslíka nakonec skončila v černé díře, s velkou pravděpodobností by hodně osamělých hmotných částic uniklo z kup galaxií, v nichž se zrodily.

Zajímá mě zde především budoucí osud *elektronů* a jejich antičástic, takzvaných *pozitronů*. Jsou to totiž nejlehčí *elektricky nabitě* částice. Můžeme se domnívat, že protony a další částice hmotnější než elektrony a pozitrony se nakonec nějakým způsobem rozpadnou na lehčí částice. Třeba se tak rozpadnou všechny protony. Ale pokud se přidržíme standardního zákona, podle kterého se množství elektrického náboje musí striktně zachovávat, pak konečné produkty rozpadu protonu musejí obsahovat celkový kladný náboj, takže lze mezi nimi očekávat pozitrony. Analogický argument platí i pro dnešní záporně nabitě částice. Těžko se můžeme vyhnout závěru, že na konci existence vesmíru zbude velké množství elektronů, které budou doprovázet pozitrony. Jsou-li protony stabilní, najdeme tam i je a jejich antičástice (antiprotony), jež mají větší hmotnost. Klíčovým problémem jsou ale lehčí elektrony a pozitrony. Proč?

Neexistují (kladně či záporně) nabitě částice *s nulovou klidovou hmotností*, na něž se elektrony a pozitrony nakonec rozpadnou? Pokud ano, naše hypotéza by zůstala v platnosti bez jakékoli změny. Odpověď je ale záporná. Pokud by kromě plejády dnes známých částic existovala také nehmotná nabitá částice, museli bychom ji už dávno detekovat v bezpočtu procesů.<sup>14</sup> Nic takového se ale nestalo a neděje, všechny procesy probíhají *bez* produkce nehmotných nabitých částic. Dnes zkrátka *neexistují*. Budou tedy (hmotné) elektrony a pozitrony existovat věčně, čímž naruší předpoklady, na nichž je založena myšlenka konformní cyklické kosmologie?

Existuje několik možností, jak se tomu vyhnout. Třeba se všechny zbylé elektrony a pozitrony nakonec spárují a navzájem anihilují, přičemž vzniknou pouze fotony. Bohužel, ve velice vzdálené budoucnosti to ale už nebude možné. Mnoho nabitých částic bude totiž izolováno od všech ostatních, budou ležet uvnitř vlastního kosmologického horizontu, jak ukazuje obrázek 3.4 (viz též obrázek 2.43 v kapitole 2.5). Jakmile k tomu dojde (a dojde k tomu nevyhnutelně), vyloučí to jakoukoli možnost vzájemné anihilace nábojů. Možným řešením problému by snad mohlo být tvrzení, že izolované elektrony a pozitrony uvězněné uvnitř individuálních horizontů událostí by se jen stěží daly použít ke konstrukci hodin. Tento argument mě ale osobně

### 3. KONFORMNÍ CYKLICKÁ KOSMOLOGIE



**Obr. 3.4** Ve vesmíru zůstanou „izolované“ elektrony a pozitrony. Budou uvězněny uvnitř svých horizontů, takže nebudou moci vyrušit své elektrické náboje vzájemnými anihilacemi.

nijak neuspokojuje, neboť postrádá rigoróznost, jakou od fyzikálních zákonů obvykle požadujeme.

Radikálnějším řešením problému by bylo připustit, že zákon zachování elektrického náboje *nemusí* být ve vesmíru vždy striktně dodržován. Třeba se za jistých velmi speciálních okolností může nabitá částice rozpadnout na částici nenabitou. Za nepředstavitelně dlouhou dobu trvání vesmíru by potom všechny elektrické náboje úplně zmizely. Elektrony i pozitrony by se změnily na své nenabité potomky, snad neutrina. To by navíc vyžadovalo, aby alespoň jedna ze tří mutací neutrin měla nulovou klidovou hmotnost.<sup>15</sup> I tato hypotéza je ale značně neuspokojivá, neboť dosud nemáme ani jeden jediný náznak narušení zákona zachování náboje. Je problematická i z teoretického hlediska, protože v takovém případě by fotony musely mít nenulovou hmotnost, což by bylo v příkrém rozporu s hlavní ideou konformní cyklické kosmologie.

Napadá mě tedy už jen jediná možnost. Myslím dokonce, že je nutno brát ji velmi vážně, nikoli jenom jako nutné zlo. Co když sám pojem klidové hmotnosti není tak absolutní a neměnnou veličinou, za jakou je všeobecně pokládána? Co když se během nesmírně dlouhé doby trvání kosmu klidové hmotnosti částic – elektronů, pozitronů, neutrin, případných zbylých protonů a antiprotonů i částic temné hmoty (nutně nenabítených) – s časem mění a postupně zanikají, až nakonec dosáhnou nuly? I v tomto případě musím konstatovat, že pro něco takového zatím nemáme žádný experimentální důkaz. Nicméně proti měnící se klidové hmotnosti částic neexistuje tolik teoretických argumentů jako proti nezachování elektrického náboje. V případě



náboje se totiž zákon týká *celkové sumy*, výsledného náboje soustavy, jenž je součtem nábojů svých elementů. Naproti tomu klidová hmotnost částice je její ryze individuální charakteristika. (Einsteinův vztah  $E = mc^2$  přitom říká, že k celkové energii systému přispívá i kinetická energie pohybu všech elementů.) Navíc, i když konkrétní hodnota základního elektrického náboje (řekněme antikvarku  $d$ , jež činí třetinu náboje protonu) zůstává pro teoretiky záhadou, hodnoty všech ostatních nábojů kdekoli ve vesmíru jsou vždy celočíselným násobkem tohoto základního náboje. Nic takového neplatí pro klidové hmotnosti částic a objektů. Různé iracionální konkrétní hodnoty klidových hmot jednotlivých částic zatím nikdo nedokáže vysvětlit. Vypadá to tedy, že existuje určitá svoboda v tom, jakou mají fundamentální částice klidovou hmotnost. Nemusí to být konstanty v absolutním smyslu. Podle standardní částicové fyziky takové opravdu nejsou ve *velmi raném* vesmíru (jak jsme se již zmínili v kapitole 3.1), a je proto docela dobře možné, že nebudou ani ve vzdálené budoucnosti.

S tím souvisí ještě jedna technická poznámka, kterou na adresu klidové hmotnosti v soudobé částicové fyzice hodlám učinit. Standardní procedura, kterou se získávají „elementární částice“, spočívá v nalezení takzvaných „ireducibilních reprezentací Poincarého grupy“. Předpokládá se, že každá fundamentální částice je popsána nějakou z těchto reprezentací. *Poincarého grupa* je matematická struktura vystihující symetrii prázdného Minkowského prostoru  $\mathbb{M}$ , takže příslušná procedura je oprávněná v kontextu speciální teorie relativity a kvantové mechaniky. V Poincarého grupě existují dvě veličiny zvané *Casimirovy operátory*,<sup>16</sup> jež představují *klidovou hmotnost* a *vnitřní spin*. Proto jsou klidová hmotnost a spin pokládány za „dobrá kvantová čísla“, jež zůstávají konstantní, pokud je částice stabilní a neinteraguje s okolím. Vypadá to ale, že role  $\mathbb{M}$  je méně fundamentální, než se původně zdálo, neboť do fyzikálních zákonů musí být nyní včleněna kladná kosmologická konstanta  $\Lambda$  (v případě  $\mathbb{M}$  je  $\Lambda = 0$ ). Zabýváme-li se tedy kosmologií, měli bychom začít používat grupu symetrií *de Sitterova prostoročasu*  $\mathbb{D}$ , která je odlišná od  $\mathbb{M}$  (viz kapitolu 2.5 a obrázky 2.36(a), (b)). Ukazuje se přitom, že klidová hmotnost *není* přesně Casimirův operátor de Sitterovy grupy (obsahuje navíc malý dodatečný člen úměrný  $\Lambda$ ). Status klidové hmotnosti je tedy v tomto případě mnohem nejasnější a případný pomalý pokles její hodnoty není a priori vyloučen.<sup>17</sup>

Nesmírně pomalý rozpad klidové hmotnosti částic by měl velký vliv na model konformní cyklické kosmologie, neboť by přinesl nový pohled

### 3. KONFORMNÍ CYKLICKÁ KOSMOLOGIE

na podstatu měření času. Na konci kapitoly 2.3 jsme použili klidovou hmotnost částic ke stanovení vhodného časového měřítka, jež umožňovala přejít od ryze konformní struktury prostoročasu ke struktuře metrické. Jestliže se však klidové hmotnosti částic postupně rozpadají, vede nás to do svízelné situace. Můžeme i v takovémto případě užívat částice s nenulovou klidovou hmotností k přesné definici metriky našeho prostoročasu? Omezme se na jeden konkrétní typ částic, třeba elektrony, a převezměme jejich časovou škálu. Má-li hmotnost elektronů klesat k nule dostatečně rychle, aby elektrony mohly dosáhnout konformního nekonečna  $\mathcal{I}^+$  (viz dodatek A.2), pak  $\mathcal{I}^+$  přestane být světelným nekonečnem a podle příslušné „elektronové metriky“ se vesmírná expanze musí buď zastavit, nebo dokonce obrátit v kolaps. Takové chování by nebylo v souladu s Einsteinovými rovnicemi. Navíc, kdybychom namísto „elektronové metriky“ použili třeba „neutrinovou metriku“ anebo „protonovou metriku“, pak by se detailní geometrické vlastnosti prostoročasu skoro jistě navzájem lišily (ledaže by všechny klidové hmotnosti klesaly k nule v naprosto stejném poměru). To se mi moc nezdá.

Abychom uchovali vhodný tvar Einsteinových rovnic s kosmologickou konstantou  $\Lambda$  po celou fázi eónu, potřebujeme tedy zjevně použít jinou metodu škálování metriky. Asi to nebude zrovna „nejpraktičtější“ postup, ale bylo by v principu možné a přirozené použít samu kosmologickou konstantu  $\Lambda$  anebo s ní úzce související efektivní hodnotu gravitační konstanty  $G$ . Obraz vyvíjejícího se a exponenciálně věčně expandujícího vesmíru by pak byl plně zachován i ve vzdálené budoucnosti a nebyla by nijak narušena základní filozofie hypotézy, podle níž vesmír nakonec ztratí schopnost lokálně měřit svůj vlastní čas.

Což souvisí s jinou otázkou, které jsem se prozatím vyhnul. Jde o to, že volné gravitační pole popsané Weylovým tenzorem  $C$  je sice konformně invariantní (neboť  $C$  reprezentuje konformní křivost), ale vazba pole s jeho materiálními zdroji tuto invarianci narušuje. To je zcela odlišné od Maxwellovy teorie, jejíž konformní invariance platí jak pro volné elektromagnetické pole  $F$ , tak pro vazbu mezi  $F$  a jeho zdroji reprezentovanými čtyřvektorem náboje a proudu  $J$ . Znovu se ukazuje, že jakmile začneme vážně přemýšlet o souvislostech gravitace a hmoty, zprvu hezký nápad konformní cyklické kosmologie se nám začíná kazit. Jsme vedeni k tomu, že idea KCK o budoucím bezčasí se týká čistě gravitační fyziky, nikoli celé fyziky.

Pokusme se proto hlouběji pochopit vztah Einsteinovy teorie ke konformní invarianci. Jde o poněkud delikátní záležitost. V případě elektromag-

netismu zachovávají kompletní rovnice při konformním škálování svůj tvar. Pojdme se nyní podívat, co se děje, když prostoročasuovou metriku  $\mathbf{g}$  nahradíme metrikou  $\hat{\mathbf{g}}$ , jež je konformně svázána s původní škálovacím faktorem  $\Omega$  (což je kladná hladká funkce v prostoročase, viz kapitoly 2.3 a 3.1):

$$\mathbf{g} \mapsto \hat{\mathbf{g}} = \Omega^2 \mathbf{g}.$$

Abychom ukázali konformní invarianci Maxwellovy teorie, provedeme přeškálování tenzoru elektromagnetického pole  $\mathbf{F}$ , jenž je řádu  $\begin{bmatrix} 0 \\ 2 \end{bmatrix}$ , a zdrojového tenzoru  $\mathbf{J}$  řádu  $\begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$  následujícím způsobem:

$$\mathbf{F} \mapsto \hat{\mathbf{F}} = \mathbf{F} \quad \text{a} \quad \mathbf{J} \mapsto \hat{\mathbf{J}} = \Omega^{-4} \mathbf{J}.$$

Maxwellovy rovnice lze symbolicky zapsat

$$\nabla \mathbf{F} = 4\pi \mathbf{J},$$

kde  $\nabla$  je specifická soustava diferenciálních operátorů<sup>18</sup> určených metrikou  $\mathbf{g}$ . Když provedeme záměnu  $\mathbf{g} \mapsto \hat{\mathbf{g}}$ , musíme  $\nabla$  nahradit operátorem  $\hat{\nabla}$ , jenž odpovídá metrice  $\hat{\mathbf{g}}$ . Potom zjistíme (viz dodatek A.6), že

$$\hat{\nabla} \hat{\mathbf{F}} = 4\pi \hat{\mathbf{J}},$$

což je co do tvaru úplně stejná rovnice jako původní Maxwellova rovnice, jenom nyní platí pro „stříškované“ veličiny. Právě tato skutečnost vyjadřuje *konformní invarianci* Maxwellových rovnic. Ve speciálním případě  $\mathbf{J} = 0$  bez zdrojů získáváme *volné* Maxwellovy rovnice

$$\nabla \mathbf{F} = 0,$$

a když provedeme změnu  $\mathbf{g} \mapsto \hat{\mathbf{g}}$ , dostáváme konformní invarianci v jednoduchém tvaru

$$\hat{\nabla} \hat{\mathbf{F}} = 0.$$

Tato (konformně invariantní) soustava rovnic řídí šíření elektromagnetických vln (světla) a můžeme ji pokládat také za Schrödingerovu rovnici kvantové mechaniky, podle níž se chovají individuální volné fotony (viz kapitolu 3.4 a dodatky A.2 a A.6).

V případě gravitace je zdrojem tenzor  $\mathbf{E}$  řádu  $\begin{bmatrix} 0 \\ 2 \end{bmatrix}$  (Einsteinův tenzor je analogií tenzoru  $\mathbf{J}$  z elektromagnetismu, viz kapitolu 2.6), který však nemá vhodné škálovací vlastnosti, jež by zaručovaly konformní invarianci rovnic gravitačního pole. *Existuje* ale konformně invariantní analogie rovnice  $\nabla \mathbf{F} = 0$ , kterou se řídí šíření gravitačních vln a je v podstatě Schrödingerovou

### 3. KONFORMNÍ CYKLICKÁ KOSMOLOGIE

rovnici individuálních volných gravitonů. Tuto rovnici můžeme symbolicky zapsat (viz dodatky A.2, A.5, A.9) ve tvaru

$$\nabla \mathbf{K} = 0.$$

Když uvažujeme původní (Einsteinovu) fyzikální metriku  $\mathbf{g}$ , je tenzor  $\mathbf{K}$  řádu  $\begin{bmatrix} 0 \\ 4 \end{bmatrix}$  identický s Weylovým tenzorem  $\mathbf{C}$  řádu  $\begin{bmatrix} 0 \\ 4 \end{bmatrix}$  (zavedeným v kapitole 2.6), tedy

$$\mathbf{K} = \mathbf{C}.$$

V případě nové přeškálované metriky  $\hat{\mathbf{g}}$ , kde  $\mathbf{g} \mapsto \hat{\mathbf{g}} = \Omega^2 \mathbf{g}$ , je ale nutno použít odlišné škálování konformním faktorem

$$\mathbf{C} \mapsto \hat{\mathbf{C}} = \Omega^2 \mathbf{C} \quad \text{a} \quad \mathbf{K} \mapsto \hat{\mathbf{K}} = \Omega \mathbf{K},$$

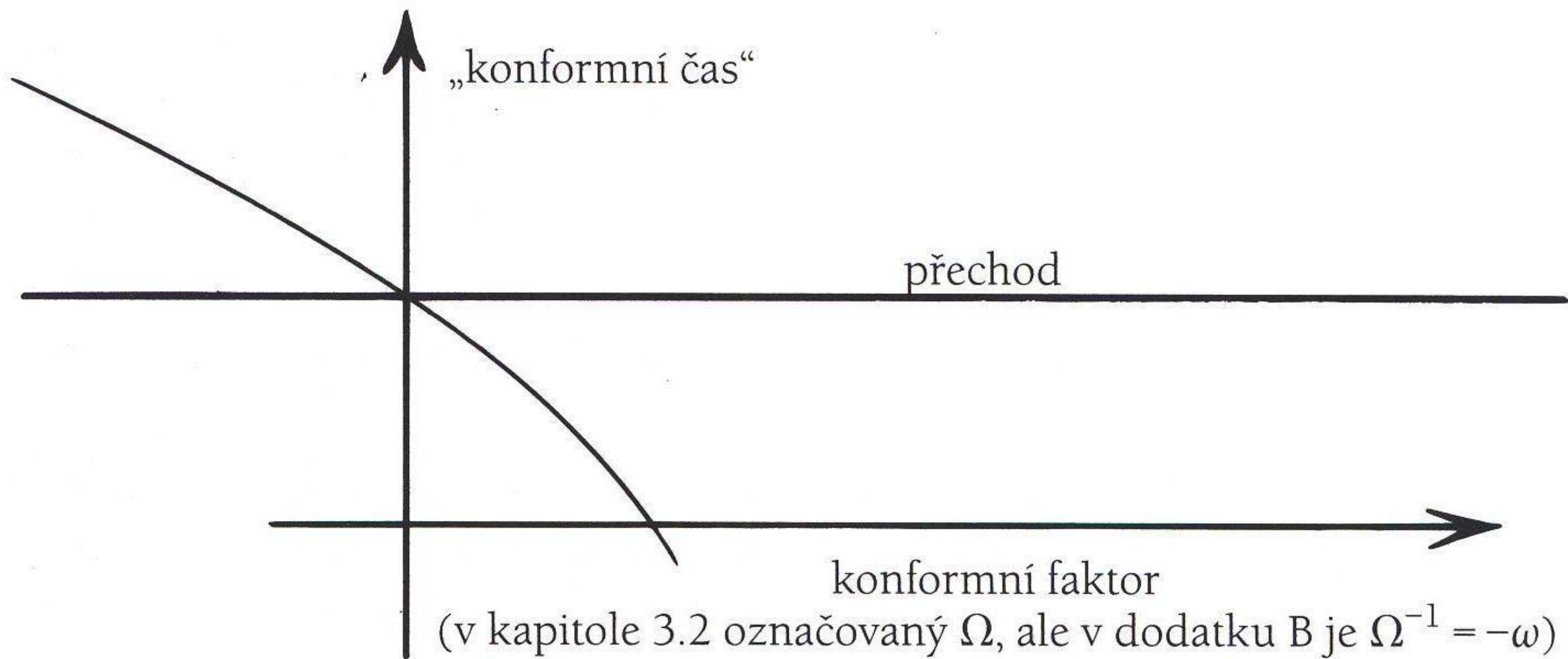
abychom zachovali význam  $\mathbf{C}$  coby míry konformní křivosti a také konformní invarianci vlnového šíření pole  $\mathbf{K}$ , tedy

$$\hat{\nabla} \hat{\mathbf{K}} = 0,$$

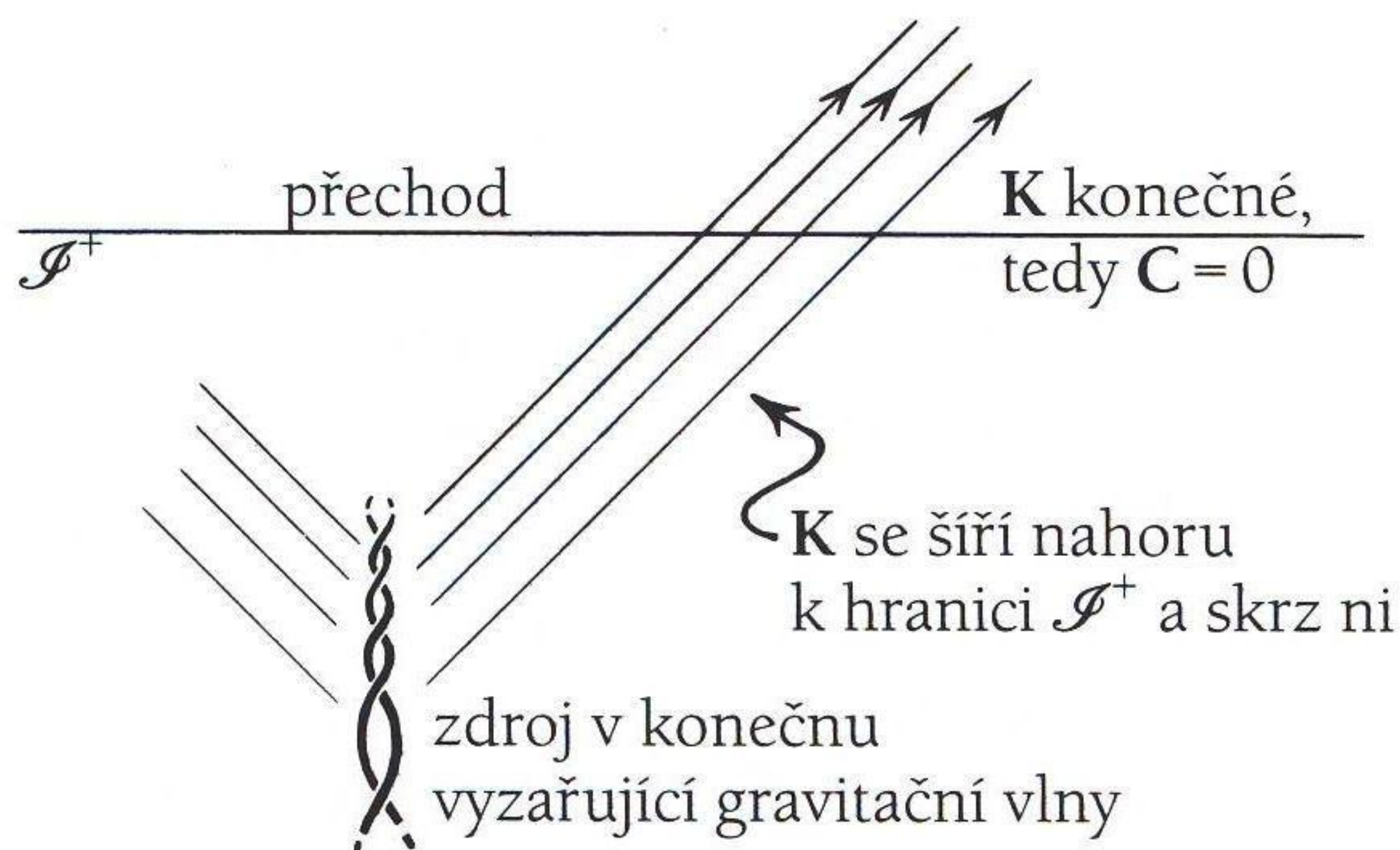
přičemž<sup>19</sup>

$$\hat{\mathbf{K}} = \Omega^{-1} \hat{\mathbf{C}}.$$

To má několik závažných důsledků pro hypotézu KCK. Blížíme-li se ke  $\mathcal{S}^+$  směrem z minulosti, musíme použít konformní faktor  $\Omega$ , který jde hladce k nule,<sup>20</sup> ale má tam nenulovou derivaci. Geometrický význam tohoto faktu je znázorněn na obrázku 3.5. Konformní invariance vlnové rovnice pro  $\mathbf{K}$  pak zaručuje, že na  $\mathcal{S}^+$  má  $\mathbf{K}$  konečnou (obvykle nenulovou) hodnotu, jež udává velikost (a polarizaci) gravitačního záření, které se podobně jako světlo šíří do nekonečna  $\mathcal{S}^+$ , viz obrázek 3.6. Totéž platí na  $\mathcal{S}^+$  i pro  $\mathbf{F}$ , jež určuje velikost a polarizaci elektromagnetického záření (světla). Protože však je konformní faktor  $\Omega$  na  $\mathcal{S}^+$  nulový, výše uvedená rovnice, kterou lze snadno přepsat do tvaru  $\hat{\mathbf{C}} = \Omega \hat{\mathbf{K}}$ , nám ihned říká, že pro konečné hodnoty  $\hat{\mathbf{K}}$  musí konformní tenzor  $\hat{\mathbf{C}}$  na  $\mathcal{S}^+$  zcela vymizet (použijeme-li metriku  $\hat{\mathbf{g}}$ ). Protože  $\hat{\mathbf{C}}$  je přímou mírou konformní geometrie, pak požadavek KCK modelu, aby konformní geometrie byla na přechodu mezi eóny *hladká*, implikuje, že konformní křivost musí být nulová i na počáteční ploše  $\mathcal{B}^-$  velkého třesku následujícího eónu. Z toho plyne, že KCK je ve skutečnosti silnější verzí hypotézy Weylovy křivosti (HWK, viz kapitolu 2.6), tedy jen podmínky, aby konformní křivost byla konečná (což byl Todův explicitní návrh). Podle KCK



**Obr. 3.5** Konformní škálový faktor se na přechodu hladce mění z kladných do záporných hodnot. Křivka prochází nulou a má tam nenulový sklon, není ani vodorovná, ani svislá. „Konformní čas“ zde prostě vyjadřuje svislý směr v příslušném konformním diagramu.



**Obr. 3.6** Gravitační pole charakterizované tenzorem  $K$  se šíří dle konformně invariantní vlnové rovnice, takže v budoucím nekonečnu  $\mathcal{I}^+$  má obecně konečnou nenulovou hodnotu.

musí konformní křivost na  $\mathcal{B}^-$  každého eónu dokonce úplně vymizet, a to v souladu s původní ideou HWK.

Na druhé straně přechodu, tedy hned za  $\mathcal{B}^-$  následujícího eónu, nacházíme konformní faktor, který je na  $\mathcal{B}^-$  nekonečný, ale jenom takovým způsobem, aby se faktor  $\Omega^{-1}$  choval na  $\mathcal{B}^-$  hladce.<sup>21</sup> Vypadá to tedy, že  $\Omega$  je možné skrz přechodovou plochu mezi eóny prodloužit právě tak, že se stane svou *převrácenou hodnotou*! To je možno matematicky dobře popsat speciální

### 3. KONFORMNÍ CYKLICKÁ KOSMOLOGIE

závislostí, která zcela stejným způsobem reprezentuje jak  $\Omega$ , tak  $\Omega^{-1}$ . Konkrétně toho lze docílit zavedením tenzoru  $\Pi$  řádu  $\begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$  (neboli 1-formy) ve tvaru<sup>22</sup>

$$\Pi = \frac{d\Omega}{\Omega^2 - 1}.$$

Tato veličina má dvě pěkné vlastnosti: zaprvé zůstává při přechodu hladká a zadruhé se nezmění, když provedeme záměnu  $\Omega \mapsto \Omega^{-1}$ .

V KCK tedy požadujeme, aby se veličina  $\Pi$  chovala hladkým způsobem. Právě ona plně zajišťuje vhodné přeškálování, k němuž dochází na hranici mezi eóny, a zaručuje, že je možný přechod  $\Omega \mapsto \Omega^{-1}$ . Z toho pak dále plyne specifické chování konformního faktoru  $\Omega$  na  $\mathcal{S}^+$ , a to vhodným a jednoznačným způsobem. (Podrobné argumenty jsou rozvedeny v dodatku B.) Můžeme tedy shrnout, že existuje jasná a zdá se jednoznačná matematická procedura, pomocí níž lze prodloužit nehmotná pole přes přechodovou 3-plochu dál za předpokladu, že ve vzdálené budoucnosti daného eónu (tedy těsně před  $\mathcal{S}^+$ ) jsou ve vesmíru přítomna jen pole s nulovou klidovou hmotností.

V přítomnosti pouze nehmotných polí je totiž k dispozici unikátní konformní volnost ve volbě přeškálované metriky  $\hat{\mathbf{g}}$  v oblasti těsně před budoucím nekonečnem  $\mathcal{S}^+$  daného eónu, která je konzistentní s její konformní strukturou. Tuto volnost lze popsat skalárním polem  $\omega$ , jež splňuje konformně invariantní (tedy nelineární) rovnici pro nehmotné skalární pole, kterou (v dodatku B.2) budu nazývat „ $\omega$  rovnice“. Různá řešení této rovnice udávají různé způsoby konformního škálování, jež z metriky  $\hat{\mathbf{g}}$  vyrábí metriku  $\omega^2 \hat{\mathbf{g}}$ , která v souladu s Einsteinovými rovnicemi (s kosmologickou konstantou  $\Lambda$ ) odpovídá pouze nehmotným zdrojům. Speciální volba pole  $\omega$ , jež dává původní fyzikální metriku  $\mathbf{g}$ , se nazývá „fantomové pole“. V oblasti před  $\mathcal{S}^+$  nemá fantomové pole žádné nezávislé fyzikální stupně volnosti, pouze nám říká, jak získat naši fyzikální metriku  $\mathbf{g}$  z konformní metriky  $\hat{\mathbf{g}}$ , kterou jsme se rozhodli použít.

Když potom příslušná pole přímočaře hladkým způsobem prodloužíme na druhou stranu přechodu, tedy do oblastí ležících bezprostředně za velkým třeskem následujícího eónu, zjistíme, že efektivní gravitační konstanta je v novém eónu záporná, což je evidentně nefyzikální. Proto je nezbytné přistoupit k alternativní interpretaci, kdy na druhé straně za přechodem použijeme jinou volbu  $\Omega^{-1}$  konzistentní s  $\Pi$ . Díky tomu se za velkým třeskem z fantomového pole  $\omega$  stane *reálné* fyzikální skalární pole (byť na samém

počátku má nekonečnou hodnotu). Je lákavé identifikovat toto pole  $\omega$  jako zárodečnou formu nové *temné hmoty*, předtím než fyzikálními mechanismy získá nenulovou hmotnost. Proč bychom ale měli přistoupit k takovéto interpretaci? Prostě proto, že matematika nás přirozeně vede k tomu uvážit nový hmotový příspěvek ve formě skalárního pole, jenž se objeví bezprostředně po velkém třesku následujícího eónu díky výše zmíněnému chování konformního faktoru. Ten se přičte k přítomným fotonům (elektromagnetickému poli) a dalšímu typu fundamentálních částic (pokud před přechodem ztratily svou klidovou hmotnost). Toto dodatečné pole musí být přítomno z matematických důvodů, chceme-li přistoupit k transformaci  $\Omega \mapsto \Omega^{-1}$ .

Z matematických úvah plynou i další fyzikální důsledky. Zjišťujeme, že v oblasti za velkým třeskem nelze dodržet podmínku, aby všechny zdroje byly nehmotné. Po velkém třesku musí být přítomna i složka hmoty s nenulovou klidovou hmotností, ale je možné posunout její vznik libovolně daleko do budoucnosti eónu. Je přirozené očekávat, že to má co do činění s Higgsovým polem (nebo něčím podobným) v raném vesmíru.

Temná hmota je dominantní formou hmoty. Prokazatelně pozorujeme její přítomnost v raných fázích našeho eónu, kde tvoří zhruba 70% obvyklé hmoty (přívlastkem „obvyklý“ zde mám na mysli vše, co *není* obsaženo v kosmologické konstantě  $\Lambda$ ,<sup>23</sup> přezdívané „temná energie“). Temná hmota však vůbec nezapadá do standardního modelu částicové fyziky, neboť s ostatní hmotou interaguje výhradně jen prostřednictvím gravitace. Fantomové pole  $\omega$  v pozdních stadiích předchozího eónu vzniká jako efektivní skalární složka gravitačního pole. Její výhradní rolí je umožnit konformní přeškálování  $\mathbf{g} \mapsto \Omega^2 \mathbf{g}$ . Samo žádné nezávislé stupně volnosti nemá. V následujícím eónu přebírá nové hmotové pole  $\omega$  stupně volnosti gravitačních vln z předchozího eónu. Zdá se, že temná hmota hrála v našem velkém třesku speciální roli, a totéž platí i pro fantomové pole  $\omega$ . Co když krátce po velkém třesku (nejspíš tehdy, jakmile se uplatnil Higgsův mechanismus) získalo toto nové pole  $\omega$  hmotnost a stala se z něj fyzikální temná hmota, jež pak sehrála klíčovou roli při tvorbě struktury běžné hmoty a mnoha nehomogenit, jež pozorujeme v dnešním vesmíru?

Možná není náhoda, že obě „temné“ veličiny („temná hmota“ i „temná energie“), které jsme v posledních desetiletích objevili díky pečlivým kosmologickým pozorováním, jsou klíčovými ingrediencemi modelu KCK. Model by *určitě nefungoval* bez kladné kosmologické konstanty, neboť jen  $\Lambda > 0$  zaručuje *prostorový* charakter  $\mathcal{S}^+$  nezbytný k možnému napojení na prostorový

### 3. KONFORMNÍ CYKLICKÁ KOSMOLOGIE

charakter velkého třesku  $\mathcal{B}^-$ . Navíc, jak jsme viděli, celé schéma vyžaduje existenci počátečního rozložení hmoty, kterou lze přirozeně asociovat s temnou hmotou. Jistě bude zajímavé zjistit, zdali je tato interpretace temné hmoty možná z teoretického i experimentálního hlediska.

Pokud jde o  $\Lambda$ , pro kosmology a odborníky na kvantovou teorii pole je největší záhadou její *malá kladná hodnota*. Veličina  $\Lambda g$  je často kvantovými odborníky interpretována jako *energie vakua* (viz kapitolu 3.5). Kvůli platnosti relativity musí být tato „vakuová energie“ tenzorem řádu  $\begin{bmatrix} 0 \\ 2 \end{bmatrix}$  přímo úměrným metrice  $g$ , ale příslušný faktor spočtený z dnešních kvantových teorií má daleko větší hodnotu, než je ve skutečnosti pozorovaná. Teorie se v tomto případě liší od experimentu řádově  $10^{120}$ krát, takže něco musí být zjevně špatně!<sup>24</sup> Jinou zarážející skutečností je, že pozorovaná hodnota  $\Lambda$  je zrovna tak malá, že právě v současné fázi vývoje vesmíru začíná mít pozorovatelný vliv na jeho expanzi. Její působení je *právě teď* zhruba srovnatelné s úhrnem gravitační přitažlivosti veškeré hmoty v kosmu. Vzájemná přitažlivost hmoty přitom byla kdysi neporovnatelně větší a v budoucnosti bude naopak nesrovnatelně menší. Vypadá to jako podezřelá koincidence.

Zmíněná „koincidence“ mi osobně nepřijde zas až tak záhadná, určitě ne ve srovnání s jinými záhadami, jež známe už dlouho. Pozorovaná hodnota konstanty  $\Lambda$  si jistě zaslouží důkladné vysvětlení, ale třeba je možné ji dát do souvislosti s gravitační konstantou  $G$ , rychlostí světla  $c$  a Planckovou konstantou  $h$  pomocí jednoduché formulky, v níž ve jmenovateli vystupuje šestá mocnina jistého velkého čísla  $N$ , tedy

$$\Lambda \approx \frac{c^3}{N^6 G \hbar},$$

kde

$$\hbar = \frac{h}{2\pi}$$

je Diracova verze Planckovy konstanty  $h$  (někdy nazývaná *redukovaná* Planckova konstanta). Číslo  $N$  má velikost zhruba  $10^{20}$ . Již v roce 1937 významný kvantový fyzik Paul Dirac upozornil na to, že různé přirozené mocniny tohoto čísla řádově vystihují několik různých bezrozměrných poměrů fyzikálních konstant, zejména když zahrneme gravitaci. (Například podíl elektrické síly ku gravitační síle mezi elektronem a protonem ve vodíkovém atomu je přibližně  $10^{40} \approx N^2$ .) Dirac též zdůraznil skutečnost, že stáří vesmíru vyjádřené v absolutní jednotce takzvaného *Planckova času*  $t_p$  činí asi  $N^3$ . Planckův



čas a s ním související *Planckova délka*  $l_P = ct_P$  jsou v souladu s představami kvantové gravitace často pokládány za „minimální“ prostoročasovou míru (neboli „kvantum“ času respektive prostoru):

$$t_P = \sqrt{\frac{G\hbar}{c^5}} \approx 5,4 \times 10^{-44} \text{ s}, \quad l_P = \sqrt{\frac{G\hbar}{c^3}} \approx 1,6 \times 10^{-35} \text{ m}.$$

Mezi „Planckovými jednotkami“ najdeme i *Planckovu hmotnost*  $m_P$  a *Planckovu energii*  $E_P$  určené vztahy

$$m_P = \sqrt{\frac{\hbar c}{G}} \approx 2,1 \times 10^{-5} \text{ g}, \quad E_P = \sqrt{\frac{\hbar c^5}{G}} \approx 2,0 \times 10^9 \text{ J}.$$

Pomocí nich lze přirozeně vyjádřit mnoho ostatních fyzikálních konstant přírody jen jako pouhá (tedy bezrozměrná) čísla. Konkrétně například kosmologická konstanta v nich má hodnotu  $\Lambda \approx N^{-6}$ .

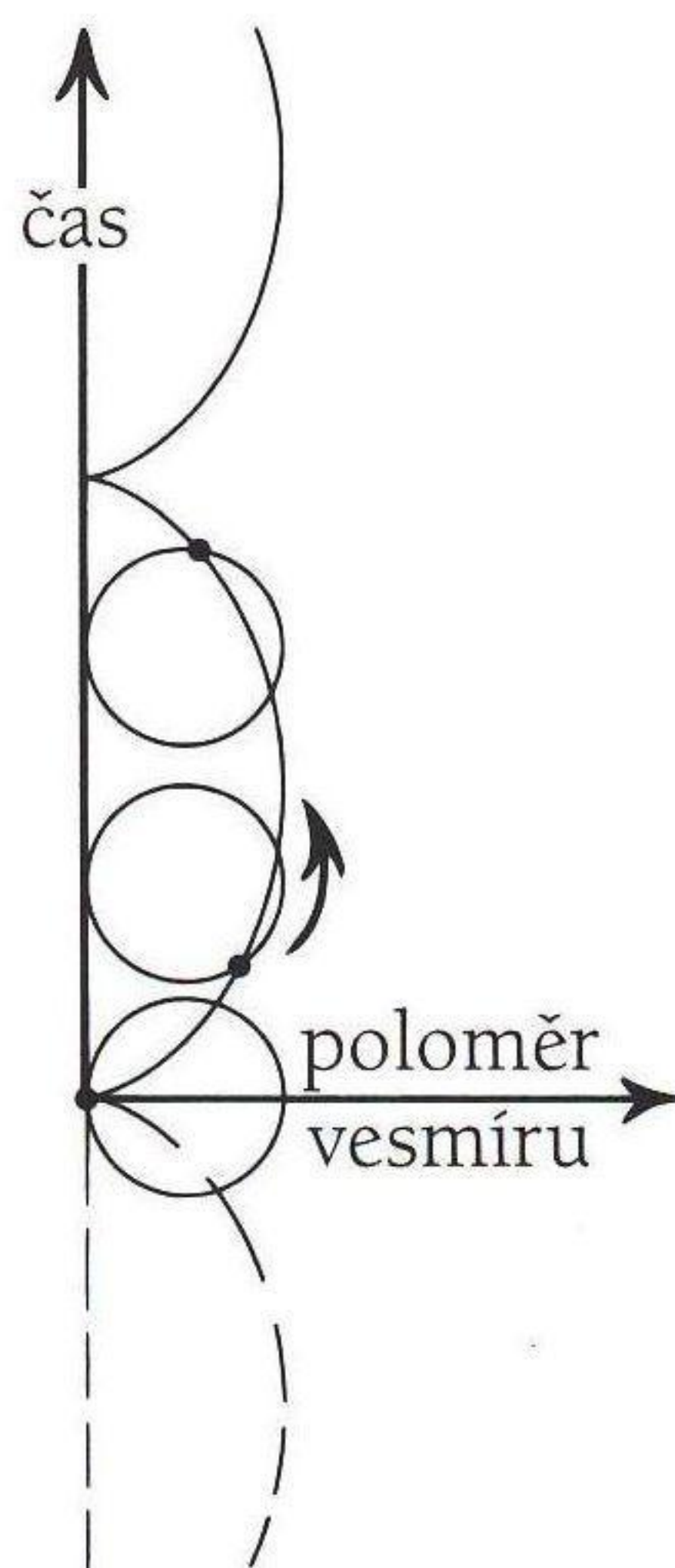
Planckovy jednotky můžeme navíc rozšířit i na *teplotu* tím, že položíme Boltzmannovu konstantu rovnu jedné,  $k = 1$ . Jednotka teploty pak bude mít absurdně velikou hodnotu  $2,5 \times 10^{32}$  K. Budu-li v dalším hovořit o obrovské entropii velkých černých děr anebo celého vesmíru (viz kapitolu 3.4), budu užívat Planckovy jednotky. U takto gigantických veličin je ale vlastně jedno, jaké jednotky používáme.

Původně si Dirac myslel, že s tím, jak vesmír stárne, by měla veličina  $N$  růst anebo naopak  $G$  klesat (úměrně druhé mocnině stáří vesmíru). Přesná měření gravitační konstanty však následně prokázala, že  $G$  (anebo ekvivalentně  $N$ ) je opravdová konstanta, anebo se mění jen velmi pomalu, mnohem méně, než tvrdil Dirac.<sup>25</sup> Nicméně v roce 1961 Robert Dicke (a podrobněji po něm Brandon Carter<sup>26</sup>) ukázali, že v souladu se standardní teorií hvězdného vývoje souvisí délka života obyčejných hvězd „hlavní sekvence“ s různými konstantami přírody právě takovým způsobem, že každá na nich závislá bytost zhruba v půlce existence těchto hvězd zjistí, že vyjádřeno v Planckových jednotkách je vesmír opravdu starý  $N^3$ , jak tvrdil Dirac. Pokud se někdy podaří teoreticky zdůvodnit, že kosmologická konstanta  $\Lambda$  má hodnotu  $N^{-6}$ , přinese to současně i objasnění záhady zdánlivé koincidence hodnoty kosmologické konstanty, kterou dnes ve vesmíru pozorujeme. Jde ale o ryze spekulativní záležitost a nepochybně potřebujeme lepší teorie, abychom těmto číslům porozuměli.

### 3. KONFORMNÍ CYKLICKÁ KOSMOLOGIE

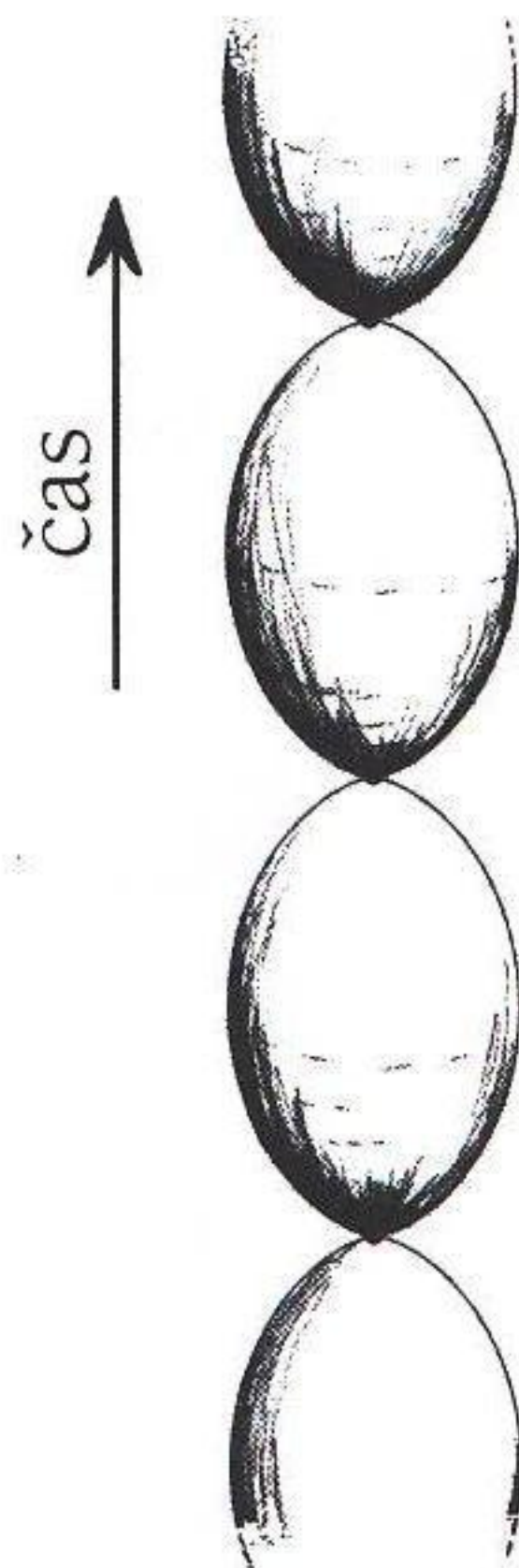
#### 3.3 PŘEDCHOZÍ NÁVRHY, CO BYLO PŘED VELKÝM TŘESKEM

Schéma KCK můžeme porovnat s řadou jiných předchozích nápadů, co se asi dělo před velkým třeskem. Dokonce i mezi nejstaršími kosmologickými modely v Einsteinově obecné teorii relativity, konkrétně ve Friedmannových modelech z roku 1922, lze najít jeden, který získal přívlastek „oscilující vesmír“. Tento termín zjevně plyne ze skutečnosti, že v uzavřeném Friedmannově modelu bez kosmologické konstanty ( $K > 0$ ,  $\Lambda = 0$ , viz obrázek 2.2(a)) se *poloměr* příslušné trojrozměrné sféry reprezentující celý prostor chová, jakožto funkce času, jako *cykloida*. Graf příslušné funkce lze získat tím, že sledujeme bod na obvodu kruhové obruče, která se „bez prokluzování“ valí podél svislé časové osy (při normalizaci  $c = 1$ ), viz obrázek 3.7. Cykloida zjevně nemusí mít pouze jeden oblouk, ale může se donekonečna opakovat. Takový vývoj by popisoval prostorově uzavřený vesmír, který by expandoval z velkého třesku do maximální velikosti a pak by zkolaboval do velkého křachu, a to by se mohlo stále opakovat. Kompletní model by tudíž představoval nekonečnou posloupnost „eónů“ (obrázek 3.8), což je schéma, jímž se Einstein v roce 1930 krátce zabýval.<sup>27</sup> Samozřejmě že k „odrazu“ nastávajícímu, jakmile je prostorový poloměr vesmíru nulový, dochází v *prostorochasové singularitě* (křivost prostoročasu roste nade všechny meze) a Einsteinovy rovnice se tam nedají běžným způsobem použít ke stanovení smysluplného



**Obr. 3.7** Poloměr Friedmannova modelu z obrázku 2.2(a) jako funkce času je graf ve tvaru cykloidy. Tuto křivku opisuje bod na obvodu valící se obruče.

### 3.3 PŘEDCHOZÍ NÁVRHY, CO BYLO PŘED VELKÝM TŘESKEM



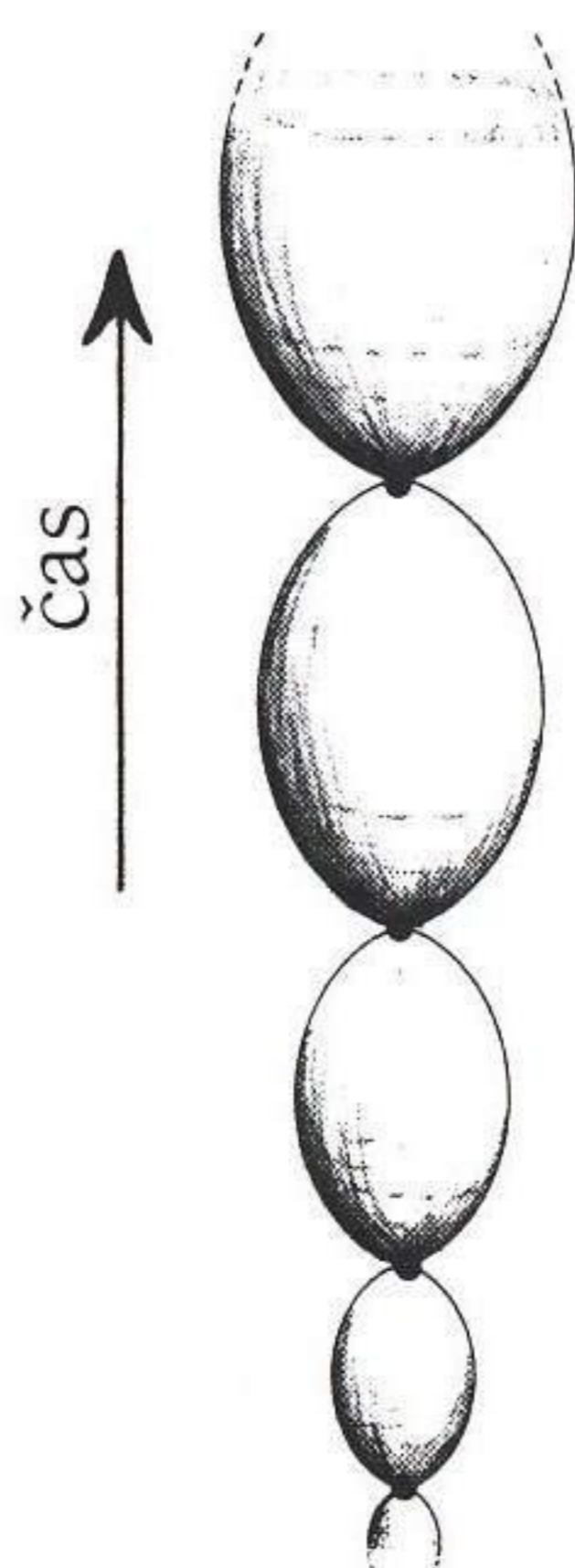
**Obr. 3.8** Vezmeme-li celou cykloidu z obrázku 3.7 vážně, dostaneme model uzavřeného oscilujícího vesmíru.

vývoje, přestože je možné spekulovat o jejich vhodných modifikacích jako třeba v kapitole 3.2.

Z hlediska této knihy je závažnější, jakým způsobem se model vypořádává s druhým zákonem termodynamiky. Tento model nemá žádnou volnost, jež by umožňovala neustálý růst entropie. Proto v roce 1934 význačný americký fyzik Richard Chace Tolman navrhl modifikaci oscilujícího modelu,<sup>28</sup> která oproti Friedmannovu vesmíru, jehož hmotný obsah tvoří „prach“, obsahuje gravitující materiál s dodatečným vnitřním stupněm volnosti. Jeho změna pak umožňuje, aby entropie rostla. Tolmanův model připomíná oscilující model Friedmannův, ale na rozdíl od něj mají následné eóny stále delší trvání a dosahují čím dál většího maximálního poloměru (viz obrázek 3.9). Tento model také patří do rodiny FLRW kosmologií (kapitola 2.1), takže za nárůst entropie nemůže zodpovídat gravitační shlukování. Růst entropie je proto vcelku malý. Přesto byl Tolmanův nápad významný, protože byl jedním z mála pokusů, jak skloubit druhý zákon s kosmologií.

V tuto chvíli je vhodné zmínit jiný Tolmanův příspěvek kosmologii důležitý pro náš model KCK. Hmotný obsah vesmíru se často reprezentuje dokonalou tekutinou bez vnitřního tlaku (neboli „prachem“, viz kapitola 3.1). Ta je (skrže Einsteinův tenzor  $E$ , viz kapitola 2.6) *zdrojem* v původních Friedmannových modelech. Není to špatná aproximace, dokud je materiál, který chceme modelovat, řídký a dostatečně *chladný*. Jakmile však chceme začít studovat procesy bezprostředně po velkém třesku, je nezbytné správně

### 3. KONFORMNÍ CYKLICKÁ KOSMOLOGIE

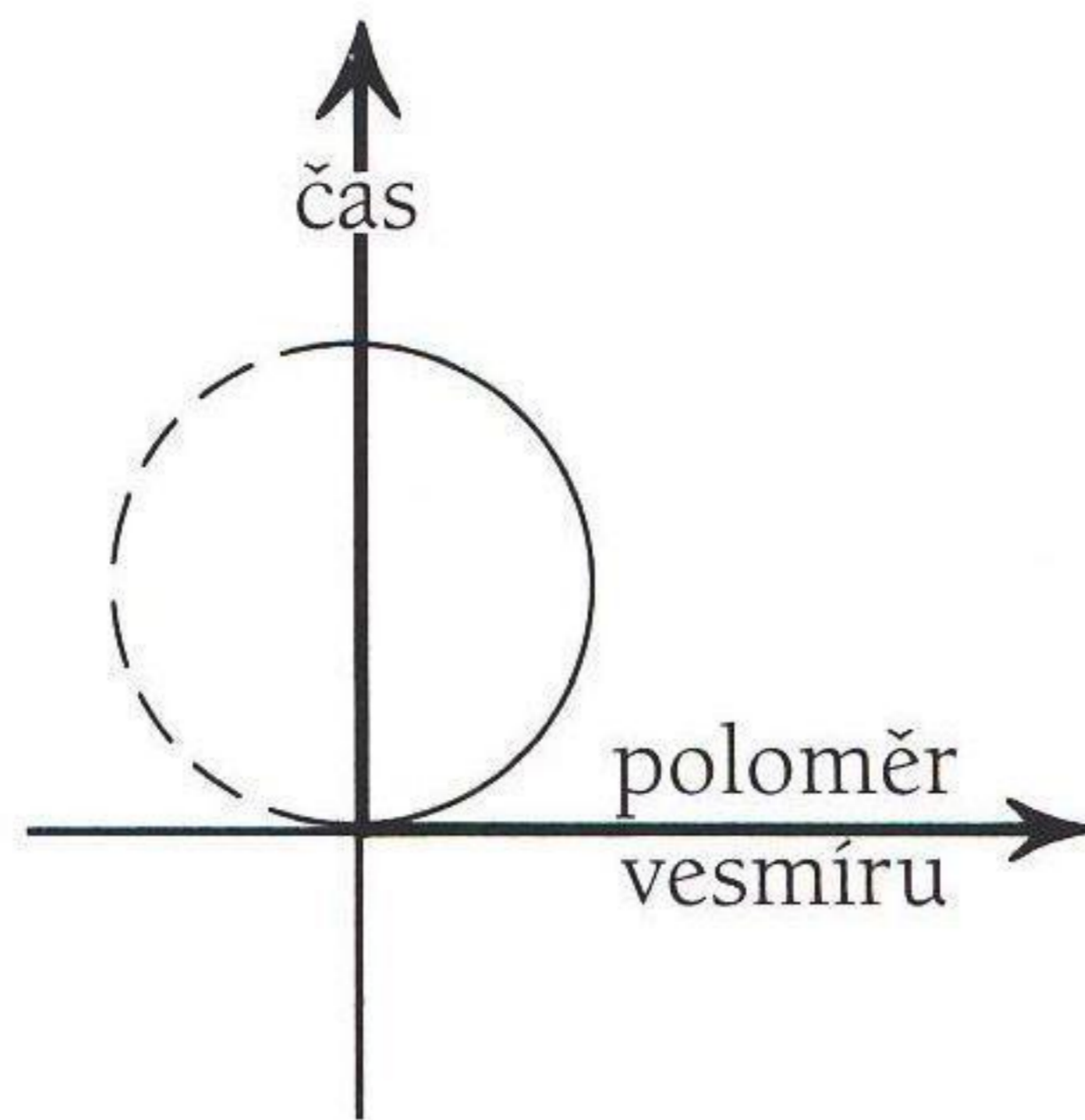


**Obr. 3.9** Tento model, pocházející od Tolmana, dokázal začlenit do kosmologie druhý zákon termodynamiky, neboť umožňoval růst entropie přítomné hmoty. Vesmír se tak s každým cyklem stával větší a větší.

popsat hmotu, která je velmi *žhavá* (viz začátek kapitoly 3.1). V takovém případě je daleko lepší aproximací pokládat ji za *nekoherentní záření*. Teprve když expanzí vesmíru hmota zchladne a dojde k oddělení částic hmoty od fotonů (kapitola 2.2), stane se Friedmannův *prach* dostačujícím popisem. Byl to právě Tolman, kdo systematicky popsal všech šest friedmannovských modelů popsaných v kapitole 2.1, ale obsahujících namísto prachu záření. Ty jsou vhodnějším popisem vesmíru hned po velkém třesku. Tolmanovy modely se zářením se obecně chovají podobně jako příslušné Friedmannovy kosmologické modely s prachem, tedy obrázky 2.2 a 2.5 zůstávají víceméně v platnosti. Ani přesné konformní diagramy z obrázků 2.34 a 2.35 se nezmění, jen na obrázku 2.34(a) je nutno nahradit obdélník *čtvercem*. (Při kreslení přesných konformních diagramů máme značnou volnost ve volbě měřítka a škálování, ale v tomto případě nelze oba případy striktně vzato ztotožnit.)

Oblouk cykloidy vykreslený na obrázku 3.7 pro Friedmannův případ  $K > 0$  je v Tolmanově modelu se zářením nutno nahradit *polokružnicí*, viz obrázek 3.10. Ta vystihuje časovou závislost poloměru uzavřeného vesmíru se zářením a  $K > 0$ . Je zajímavé, že přirozené (analytické) prodloužení Tolmanovy polokružnice se chová úplně jinak než prodloužení jednoho oblouku cykloidy. Z polokružnice se stane celá *kružnice*,<sup>29</sup> což pro časový vývoj vesmíru nedává žádný smysl. V Tolmanově modelu by se analyticky prodloužený poloměr vesmíru stal před velkým třeskem *imaginární*.<sup>30</sup> Přímé analytické

### 3.3 PŘEDCHOZÍ NÁVRHY, CO BYLO PŘED VELKÝM TŘESKEM



**Obr. 3.10** Poloměr Tolmanova uzavřeného vesmíru, jenž obsahuje záření, má jako funkce času graf ve tvaru polokružnice.

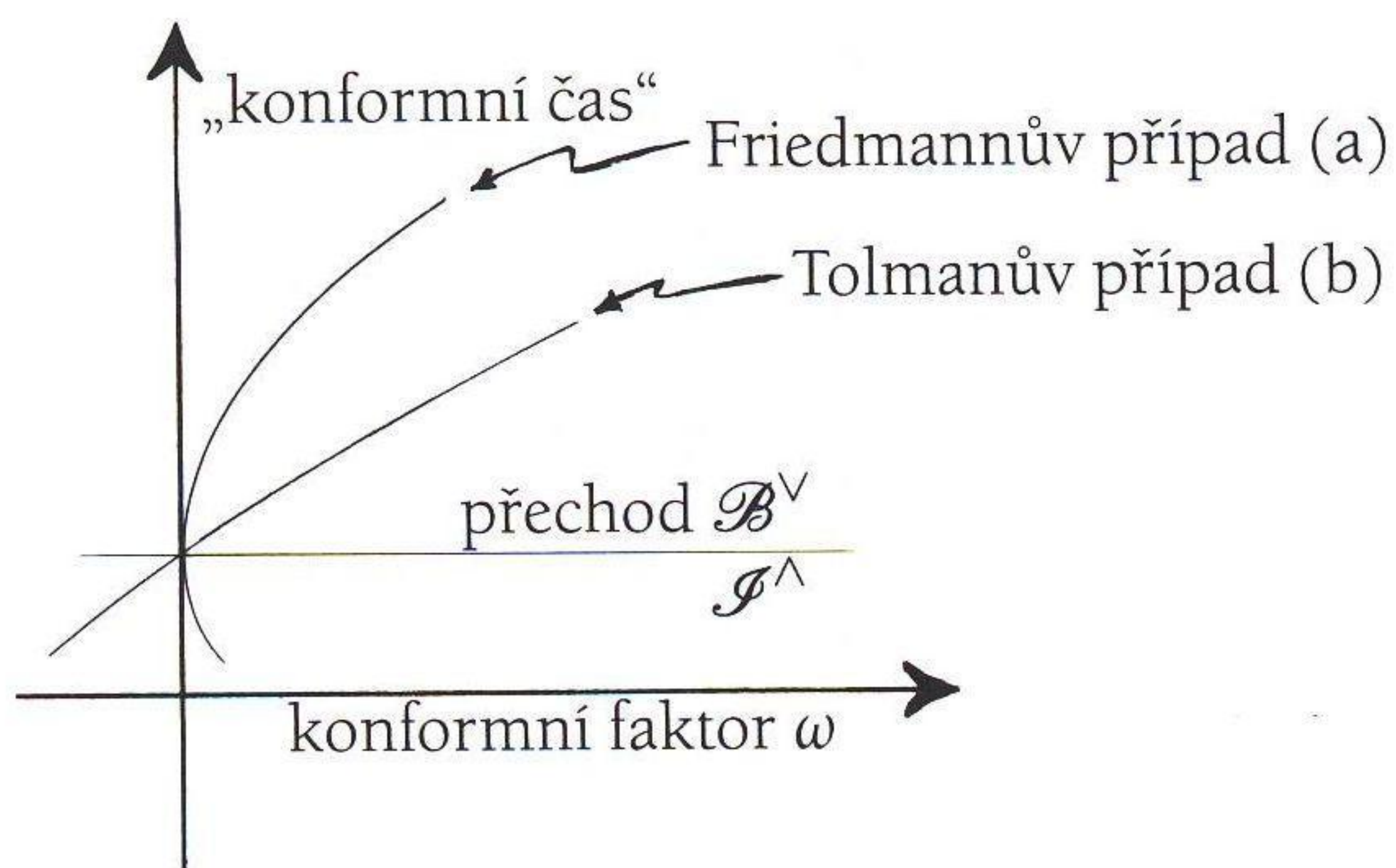
prodloužení případu  $K > 0$  s Tolmanovým zářením, jež by bylo analogií Friedmannova „oscilujícího“ řešení s prachem, je tedy nefyzikální. A přitom právě Tolmanovo řešení je realističtějším popisem žhavé fáze našeho vesmíru krátce po velkém třesku.

Tato odlišnost chování u singularity je důležitá v souvislosti s Todovou hypotézou (kapitola 2.6). Týká se konkrétního tvaru konformního faktoru  $\Omega$ , jenž „roztahuje“ velké třesky Friedmannových řešení a odpovídajících Tolmanových řešení do hladkých 3-ploch  $\mathcal{B}$ . Tento faktor se na  $\mathcal{B}$  stává nekonečný, takže pro vzájemné porovnání obou případů je lepší, zavedeme-li *převrácenou hodnotu*  $\Omega$ , kterou budeme označovat malým řeckým písmenem  $\omega$ :

$$\omega = \Omega^{-1}.$$

(Mohu ujistit čtenáře, že i přes zdánlivé zmatení notace pro  $\Omega$  zde a v dodatku B je veličina  $\omega$  na tomto místě *shodná* se stejným symbolem v dodatku B.) Ve Friedmannových modelech platí, že v blízkosti plochy  $\mathcal{B}$  se  $\omega$  chová jako *kvadrát* lokálního (konformního) času, který na  $\mathcal{B}$  vymizí. Prodloužení  $\omega$  přes  $\mathcal{B}$  je proto snadné, hladké a beze změny znaménka. Proto se ani převrácené hodnoty  $\omega$ , což je  $\Omega$ , nemůže na  $\mathcal{B}$  stát zápornou, viz obrázek 3.11(a). Naproti tomu v Tolmanových modelech se zářením je  $\omega$  úměrná konformnímu času a z požadavku hladkosti pak plyne, že znaménko  $\omega$  i  $\Omega$  se na druhé straně  $\mathcal{B}$  musí změnit na *záporné*. Takové chování je blízké tomu, jaké čekáme v KCK. V kapitole 3.2 jsme viděli, že hladké konformní prodloužení vzdálené budoucnosti probíhá takovým způsobem, že v následujícím eónu hned za hranicí  $\mathcal{B}$  je  $\Omega$  záporné (obrázek 3.11(b)). Kdybychom neprovedli záměnu  $\Omega \mapsto \Omega^{-1}$ , vedlo by to ke katastrofální změně znaménka

### 3. KONFORMNÍ CYKLICKÁ KOSMOLOGIE



**Obr. 3.11** Srovnání odlišného chování konformních faktorů  $\omega$  pro (a) Friedmannův prach a (b) Tolmanovo záření. Pouze druhý případ (b) je konzistentní s KCK. (Viz obrázek 3.5 a dodatek B ohledně terminologie a použité notace.)

gravitační konstanty (viz kapitolu 3.2). Jestliže ale tuto záměnu provedeme, chování veličiny  $(-)\Omega$  na druhé straně přechodu (tedy velkého třesku) přesně odpovídá tomu, které nacházíme v Tolmanových řešeních se zářením, nikoli v řešeních Friedmannových. To je velmi uspokojivé zjištění, poněvadž Tolmanův model je dobrou lokální aproximací prostoročasu bezprostředně po velkém třesku (z důvodů uvedených v kapitolách 2.6, 3.4 a 3.6 ignoruji možnost inflace).

Někteří kosmologové přišli s dalším nápadem, který bychom mohli včlenit do cyklických modelů, jako je Friedmannův oscilující vesmír z obrázku 3.8 nebo jeho modifikace, například Tolmanova znázorněná na obrázku 3.9. Zdá se, že u jeho zrodu stál John A. Wheeler, když rozvíjel svůj pozoruhodný nápad, podle něhož by se bezrozměrné přírodní konstanty mohly při průchodu singulárním stavem, kdy má oscilující vesmír nulový poloměr, měnit. Běžné dynamické zákony fyziky musíme v singulárním stavu tak jako tak opustit, tak proč nepřipustit také možnost změny fyzikálních konstant!

S tím souvisí jedna vážná věc. Mnozí hledali překvapivé koincidence mezi konstantami přírody a zdůrazňovali, že na nich závisí život na Zemi. Některé koincidence můžeme ignorovat, protože se týkají jen nám běžně známé formy života. Například parametr určující anomálii vody, díky níž má led menší hustotu než voda v tekutém stavu, takže život může ve vodním prostředí přežít i extrémně nízké teploty chráněn shora vrstvou ledu. Jiní přišli s kontroverznějšími tvrzeními. Například že celá chemie by se zhroutila, kdyby neutron nebyl o trochu hmotnější než proton. Díky tomuto faktu

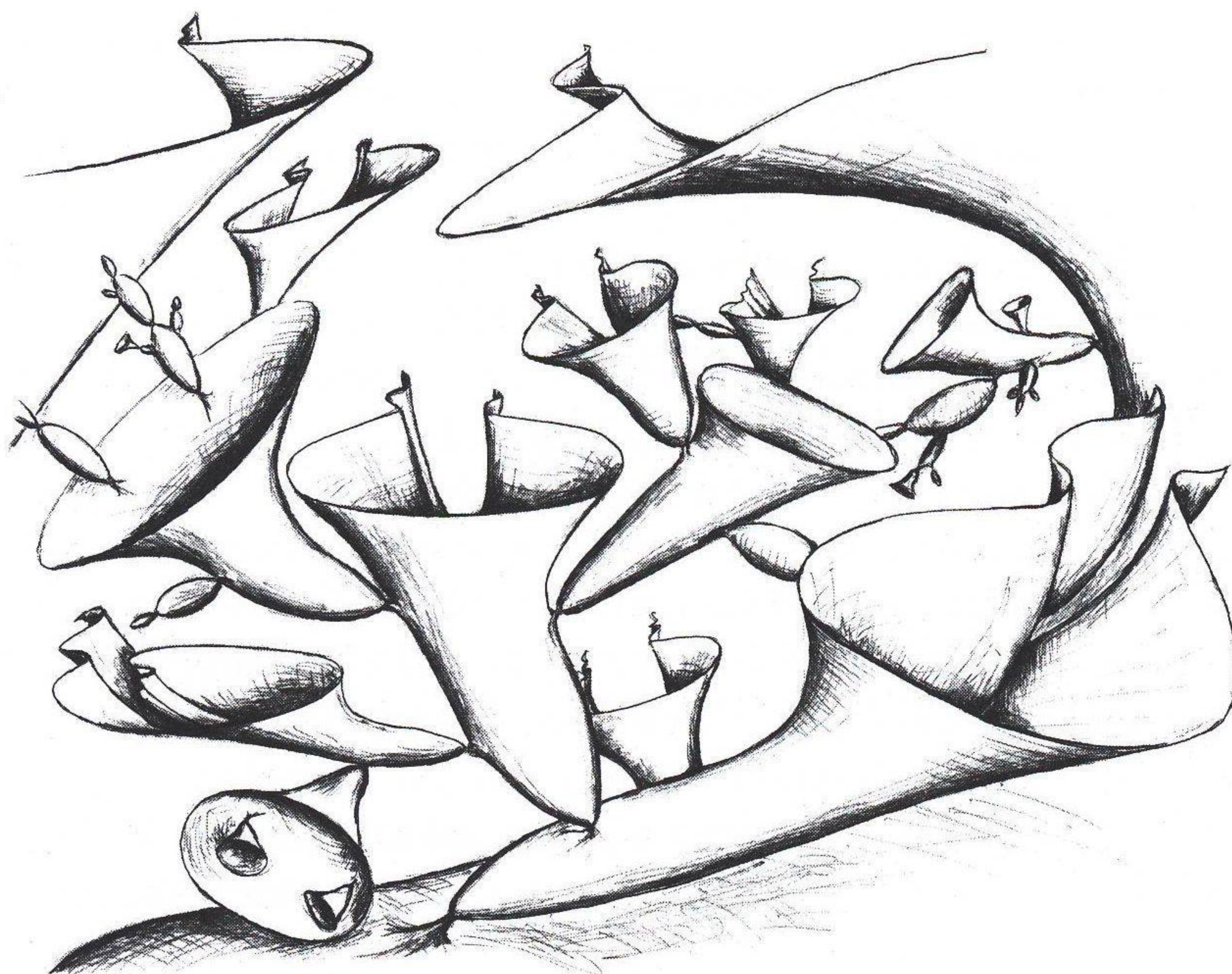
### 3.3 PŘEDCHOZÍ NÁVRHY, CO BYLO PŘED VELKÝM TŘESKEM

existuje spousta druhů stabilních atomových jader a tudíž i chemických prvků. Snad nejpozoruhodnější a nejpřekvapivější koincidenci objevil William Fowler a potvrdil jí předchozí geniální předpověď Freda Hoyle, podle níž v atomu uhlíku existuje speciální energetická hladina. Nebýt této hladiny, tvorba prvků těžších než uhlík by v nitru hvězd nebyla možná. Na planetách by v takovém případě nebyl dusík, kyslík, chlor, sodík, síra ani další prvky. (Fowler spolu s Chandrasekharem získali v roce 1982 Nobelovu cenu, ale Hoyle byl kupodivu přehlédnut.)

Brandon Carter přišel s termínem „antropický princip“. Vážně se zabýval myšlenkou,<sup>31</sup> že kdyby fyzikální konstanty nebyly v našem vesmíru (či na tomto místě v tomto čase) přesně nastaveny, pak bychom v něm jako inteligentní pozorovatelé neexistovali. Nemám v úmyslu zde podrobněji rozebírat tuto fascinující a vysoce diskutabilní ideu. Sám přesně nevím, jaké jasné stanovisko v této věci zaujmout. Jsem si však jist, že zmíněného principu se často dovolávají ti, kdo potřebují nějakým způsobem podpořit dle mého soudu nepřírozené teorie.<sup>32</sup> Chci jenom upozornit na to, že při přechodu z jednoho eónu do druhého dle modelu KCK existuje možnost, že se změní například hodnota parametru  $N$  z kapitoly 3.2, jehož mocniny možná určují podíly různých bezrozměrných fundamentálních fyzikálních konstant. K tématu se ještě vrátím v kapitole 3.6.

Wheelerova myšlenka byla včleněna také do exotické hypotézy, se kterou přišel Lee Smolin v knize *Život kosmu* z roku 1997.<sup>33</sup> Smolinovým lákavým ale provokativním nápadem je, že v okamžiku zrodu černých děr se jejich vnitřky v důsledku efektů (dosud neznámé) kvantové gravitace změní na expandující oblasti. Dojde k „odrazu“, takže nevznikne singularita, ale zárodek nového rozpínajícího se vesmíru. Každé z těchto „vesmírných miminek“ se následně zvětší a vyroste z něj plnohodnotný „dospělý“ vesmír se svými vlastními černými dírami a tak dále a tak dále. Schematicky je to znázorněno na obrázku 3.12. Procedura kolapsu  $\rightsquigarrow$  expanze by v tomto případě zjevně byla úplně jiná než konformně hladký přechod v modelu KCK (viz obrázek 3.2) a její vztah ke druhému zákonu termodynamiky zůstává nejasný. Předložený model má nicméně své pozitivní rysy v tom smyslu, že ho lze studovat z hlediska biologického principu *přírodního výběru* a dokáže poskytnout některé statistické předpovědi. Smolin podnikl úctyhodný pokus o formulaci těchto předpovědí a provedl srovnání se statistikou pozorovaných černých děr a neutronových hvězd. Wheelerova myšlenka se zde uplatňuje tak, že bezrozměrné konstanty se mohou v každém z procesů kolapsu  $\rightsquigarrow$  expanze

### 3. KONFORMNÍ CYKLICKÁ KOSMOLOGIE



**Obr. 3.12** Smolinův romantický pohled na vesmír, v němž se nové „eóny“ vynořují ze singularit uvnitř černých děr.

změnit jenom mírně. Existovala by tedy určitá forma „dědičnosti“ co do sklonu plodit nové černé díry, jež by podléhala tlaku přírodního výběru.

Neméně fantaskní jsou, dle mého skromného soudu, další kosmologické nápady, které se opírají o představu *teorie strun* a hypotetickou existenci dodatečných prostorových dimenzí, které struny potřebují. Pokud je mi známo, s první takovou představou o stavu vesmíru před velkým třeskem přišel Gabriele Veneziano.<sup>34</sup> Jeho model má pár styčných bodů s hypotézou KCK (kterou předešel o sedm let), zejména pokud jde o roli konformních přeškálování a myšlenku, že „inflační období“ by mělo být chápáno spíše jako obecná fáze exponenciální expanze, jež se ve vesmíru v minulosti vyskytla (viz kapitoly 3.4 a 3.6). Na druhou stranu Venezianova hypotéza vychází z idejí strunařské kultury, takže je nesnadné ji přímo porovnat se zde předkládaným modelem KCK. Zejména pokud jde o jasnou předpověď, k níž se dostanu v kapitole 3.6.

Podobné argumenty platí i pro novější návrh, se kterým přišli Paul Steinhardt a Neil Turok.<sup>35</sup> Podle nich se přechod z jednoho „eónu“ do dru-



### 3.3 PŘEDCHOZÍ NÁVRHY, CO BYLO PŘED VELKÝM TŘESKEM

hého uskutečňuje díky „kolizi D-brán“, přičemž D-brány jsou struktury ve vícedimenzionálním rozšíření našeho čtyřrozměrného prostoročasu. Přechody se uskutečňují jen v násobcích relativně krátkých period  $10^{12}$  let, kdy v kosmu stále existují černé díry astrofyzikálního původu. Kromě toho je i v tomto případě obtížné srovnat schéma s modelem KCK, neboť je formulován v kontextu strunových teorií. Situace by byla výrazně příznivější, kdyby se podařilo model přeformulovat do jazyka konvenčního čtyřrozměrného prostoročasu a role dodatečných dimenzí by se nějakým způsobem promítla do dynamiky ve čtyřech rozměrech, byť jenom aproximativně.

Kromě zmíněných hypotéz existuje i řada dalších pokusů využít představy *kvantové gravitace*, aby se fáze kolabujícího vesmíru zastavila, došlo k „odrazu“ a následné expanzi.<sup>36</sup> V tomto případě se předpokládá, že *klasický* singulární stav je v okamžiku nejmenšího rozměru vesmíru nahrazen nesingulárním stavem kvantovým. Často se používají zjednodušené modely s menším počtem dimenzí a není příliš jasné, zda příslušné závěry platí i pro čtyřrozměrný prostoročas. Ve většině pokusů o nalezení kvantového vývoje se navíc nedaří singularity *úplně* odstranit. Zatím nejúspěšnějším programem, jehož cílem je dosáhnout nesingulárního kvantového odrazu, je užití *smyčkových proměnných* kvantové gravitace. V tomto kontextu se Ash-tekarovi s Bojowaldem podařilo najít kvantový vývoj nahrazující klasickou kosmologickou singularitu.<sup>37</sup>

Pokud však mohu posoudit, žádný ze zde zmíněných návrhů na popis vesmíru před velkým třeskem se nepokouší o hlubší analýzu fundamentálního problému souvisejícího s druhým zákonem termodynamiky, který jsem popsal v první části knihy. Žádný se explicitně nezabývá otázkou, proč byly gravitační stupně volnosti ve velkém třesku potlačeny. Jak jsem zdůraznil v kapitolách 2.2, 2.4 a 2.6, právě to je přitom klíčem k podstatě druhého zákona. Většina zmíněných modelů zůstává v kontextu FLRW kosmologií, takže k této zásadní otázce nemohou říci nic zásadního.

Přitom již na počátku 20. let si byli kosmologové velmi dobře vědomi, že věci mohou vypadat úplně jinak, jakmile upustíme od vysoké symetrie FLRW modelů. Sám Einstein vyjádřil naději,<sup>38</sup> že zavedení *nepravidelnosti* by mohlo zabránit vzniku singularity (v duchu mnohem pozdější práce Lifšice a Chalatnikova, předtím než Belinskij upozornil na jejich chybu, viz kapitolu 2.4). Jak dnes už víme zásluhou teorémů o singularitách z konce 60. let,<sup>39</sup> v kontextu klasické obecné relativity se tyto naděje nemohly naplnit, neboť modely tohoto typu nutně vedou k prostoročasovým singularitám.

### 3. KONFORMNÍ CYKLICKÁ KOSMOLOGIE

Navíc víme, že jsou-li při kolapsu přítomny nerovnoměrnosti a neúprosným gravitačním působením jejich entropie enormně narůstá (viz kapitolu 2.6), pak není žádná šance, aby se dala geometrie (dokonce ani konformní geometrie světelných kuželů) velkého křachu na konci kolabující fáze hladce navázat na velký třesk (FLRW typu) následujícího eónu.

Máme-li tedy zajistit, aby se fáze vesmíru před velkým třeskem chovala v souladu s druhým zákonem termodynamiky včetně plné aktivace gravitačních stupňů volnosti, zdá se, že nemůže jít o prostý odraz, klasický či kvantový, ale o něco diametrálně odlišného. Můj osobní pokus vypořádat se s touto závažnou otázkou je jedním z hlavních důvodů, proč prosazuji zdánlivě podivný model KCK, v němž nekonečné přeškálování umožňuje požadované geometrické navázání eónů. Hlavní záhada však zůstává: Jak může být takovýto cyklický proces v souladu s druhým zákonem, v němž entropie eón za eónem za eónem... neustále roste? To je ústřední problém celého mého úsilí a v následující kapitole se mu pokusím postavit čelem.

#### 3.4 VYPOŘÁDÁNÍ SE S DRUHÝM ZÁKONEM

Vraťme se tedy k otázce, kterou jsem položil na samém počátku: Jaký je původ druhého zákona termodynamiky? Především musíme čelit velké hádance. Je velmi obecná a týká se *nejenom* modelu KCK. Jde o evidentní fakt, že entropie našeho vesmíru (respektive současného eónu, věříme-li v KCK) nesmírně narůstá, přestože velmi raný vesmír i jeho velmi vzdálená budoucnost si jsou až znepokojivě podobné. Nejde zde o podobnost v tom smyslu, že by byly skoro identické, ale o „podobnost“ ve smyslu, jaký se běžně používá v eukleidovské geometrii, kdy se dva objekty liší pouze velikostí, tedy přeškálováním o určitý rozměrový faktor. Navíc celková změna velikostní škály se na míře *entropie*, definované báječnou Boltzmannovou formulí (viz kapitolu 1.3), prakticky *neprojeví*, neboť, jak jsme poznamenali na konci kapitoly 3.1, objemy ve fázovém prostoru se při konformní transformaci nezmění.<sup>40</sup> Přesto v našem vesmíru entropie roste, a to *enormně* v důsledku gravitačního shlukování hmoty. Těžký úkol, před kterým stojíme, spočívá v tom, abychom pochopili, jak oba fakty navzájem skloubit. Někteří fyzikové tvrdí, že závěrečná maximální hodnota entropie v našem vesmíru nebude dosažena shlukováním černých děr, ale Bekensteinovou-Hawkingovou entropií *kosmologického* horizontu událostí. Tuto možnost proberu v kapitole 3.5 a ukážu, že není v rozporu s tím, co bude řečeno zde.

### 3.4 VYPOŘÁDÁNÍ SE S DRUHÝM ZÁKONEM

Pojďme pečlivěji prozkoumat pravděpodobný stav raného vesmíru, kdy jakýsi mechanismus způsobil vyrušení gravitačních stupňů volnosti ve velkém třesku. Gravitační entropie proto zůstala nízká. Je nutné vzít v úvahu také kosmickou inflaci? Čtenář si už jistě povšiml, že k myšlence inflace jsem poněkud skeptický (kapitola 2.6). Na tom však nezáleží: pro naši diskusi totiž nehraje přílišnou roli, zda k rané inflační fázi v našem vesmíru opravdu došlo či nikoli. Možnost inflace proto buď můžeme ignorovat, nebo zaujmout stanovisko (viz kapitolu 3.6), že KCK jen poskytuje odlišnou interpretaci exponenciálně expandující fáze předchozího eónu. Anebo se prostě můžeme zabývat pouze stavy, v nichž se vesmír nacházel *po* „okamžiku“ zhruba  $10^{-32}$  s, kdy byla inflace již ukončena.

Jak jsem uvedl na začátku kapitoly 3.1, zdá se být rozumné předpokládat, že stav raného vesmíru (řádově  $10^{-32}$  s po velkém třesku) lze popsat konformně invariantní fyzikou, neboť byl osídlen entitami s efektivně nulovou hmotností. Ať už je Todova hypotéza (kapitola 2.6) do všech podrobností platná či nikoli, zdá se, že se nedopouštíme velké chyby, když budeme předpokládat, že v raném vesmíru byly enormním způsobem potlačeny gravitační stupně volnosti a že konformním zvětšením můžeme získat stav, který je hladký, nesingulární a rovněž osídlený nehmotnými entitami, nejspíš převážně fotony. Měli bychom uvažovat též dodatečné stupně volnosti související s *temnou hmotou*, která se v raném vesmíru rovněž chovala, jako by její klidová hmotnost byla nulová.

Na opačném konci časové škály pak máme exponenciálně expandující finální fázi vesmíru popsanou de Sitterovým modelem (kapitola 2.5), v níž také najdeme prakticky jen nehmotné objekty (fotony). Možná bude přítomen i jiný rozptýlený materiál, třeba stabilní hmotné částice, ale entropie bude z velké části určena právě fotonovými stavy. Asi příliš nepochybíme, když budeme rovněž předpokládat (ve světle Friedrichových výsledků zmíněných v kapitole 3.1), že vzdálenou budoucnost lze konformně stlačit a získat tím hladký stav vesmíru, který se nebude lišit od konformně zvětšeného stavu bezprostředně po velkém třesku (řekněme v čase  $10^{-32}$  s). V roztaženém velkém třesku dokonce mohlo být aktivováno *více* stupňů volnosti, protože kromě stavů temné hmoty připouští Todova hypotéza i přítomnost gravitačních stupňů volnosti zakódovaných v nenulovém (ale konečném) Weylově tenzoru  $C$  (oproti striktnímu požadavku  $C = 0$  v KCK, viz kapitolu 3.2). Pokud však byly tyto stupně volnosti opravdu přítomny, stal by se problém entropie ještě svízelnější. Jak to, že entropie velmi raného vesmíru

### 3. KONFORMNÍ CYKLICKÁ KOSMOLOGIE

byla menší než entropie velmi vzdálené budoucnosti, a to i přes holý fakt, že během existence vesmíru zajisté došlo k jejímu enormnímu nárůstu?

Abychom k této velké záhadě přistoupili ze správné strany, je nezbytné pochopit podstatu a míru hlavních příspěvků, jež za ohromným růstem entropie vesmíru stojí. V současné fázi pochází zdaleka největší díl entropie vesmíru z obřích černých děr v jádrech většiny (a možná všech?) galaxií. Je obtížné přesně odhadnout velikost těchto supermasivních černých děr. Z jejich samotné podstaty plyne, že je neskutečně těžké spatřit! Naše vlastní Galaxie ale nejspíš je zcela typickou galaxií a obsahuje černou díru hmotnosti asi  $4 \times 10^6 M_{\odot}$  (viz kapitolu 2.4). Podle Bekensteinova-Hawkingova vzorce z toho plyne, že entropie přepočtená na jeden baryon naší Galaxie je asi  $10^{21}$  („baryonem“ zde pro jednoduchost myslím proton nebo neutron a předpokládám, že platí zákon zachování baryonového čísla). Berme tuto hodnotu za přijatelný odhad dnešní entropie na jeden baryon v celém vesmíru obecně. Uvážíme-li, že<sup>41</sup> druhý největší příspěvek k entropii pochází od fotonů reliktního mikrovlnného záření a není přitom větší než zhruba  $10^9$ , vidíme, jak enormnímu růstu entropie již došlo od okamžiku rekombinace, natož pak od času  $10^{-32}$  s. Za tento nárůst jsou v podstatě zodpovědné černé díry. Abychom věc ještě více zdramatizovali, napíšme příslušné hodnoty entropie v běžné notaci. Entropie reliktního záření připadající na jeden baryon je asi 1 000 000 000, zatímco současná hodnota entropie vesmíru v přepočtu na jeden baryon daná černými dírami činí řádově

1 000 000 000 000 000 000 000 000.

Navíc musíme očekávat, že v budoucnu černé díry a tím i jejich entropie dále značně vzrostou. Klíčová hádanka vesmíru tedy na sebe bere podobu otázky: Jak se s tím, co bylo právě řečeno, vypořádat? Co se nakonec s gigantickou entropií černých děr stane?

Musíme se pokusit zjistit, zda lze tuto enormní entropii nějakým procesem výrazně zmenšit. Kam se může entropie černých děr podít? Jak jsme již uvedli v kapitole 2.5, asi za  $10^{100}$  let všechny černé díry zmizí, protože se vypaří díky Hawkingovu záření.

Musíme přitom mít na paměti, že růst entropie způsobený neustálým pohlcováním materiálu dovnitř černých děr i zmenšování jejich rozměrů (a hmotností) v důsledku Hawkingova záření jsou plně v souladu s druhým zákonem termodynamiky. A nejen to: jsou dokonce přímým obecným důsledkem druhého zákona. Abychom k takovému závěru došli, není nutné do všech detailů

### 3.4 VYPOŘÁDÁNÍ SE S DRUHÝM ZÁKONEM

pochoptit Hawkingův sled úvah z roku 1974 ohledně teploty a entropie černých děr, jež se tvoří gravitačním kolapsem. Nezajímá-li nás *přesný* tvar koeficientu  $8kG\pi^2/ch$ , jenž vystupuje v Bekensteinově-Hawkingově formuli z kapitoly 2.6, a spokojíme se pouze s aproximací, pak lze obecný tvar entropie černých děr odvodit Bekensteinovým původním postupem z roku 1972,<sup>42</sup> který se opírá o ryze fyzikální argumentaci využívající druhý zákon plus principy kvantové mechaniky a obecné relativity aplikované na myšlenkový pokus se spouštěním objektu do černé díry. Hawkingova teplota povrchu černé díry  $T_{\text{BH}}$ , která pro nerotující díru hmotnosti  $M$  má hodnotu

$$T_{\text{BH}} = \frac{K}{M}$$

(konstanta  $K$  je ve skutečnosti  $K = 1/(4\pi)$ ), potom vyplývá ze standardních principů termodynamiky, jakmile přijmeme vzorec pro entropii.<sup>43</sup> Takovou teplotu naměříme, když budeme černou díru sledovat z velké vzdálenosti, a záření, jež černá díra vydává, pak získáme užitím jednoduchého předpokladu, že teplota je rovnoměrně rozprostřena po celé sféře, jejíž poloměr je roven Schwarzschildovu poloměru (viz kapitolu 2.4) černé díry.

To vše zde zdůrazňuji proto, abych odůvodnil, že entropie a teplota černých děr i proces Hawkingova vypařování těchto podivných objektů jsou sice zvláštní pojmy, ale rozhodně jsou součástí našeho vesmíru a souhlasí s fundamentálními principy, které dobře známe z běžné fyziky, především s *druhým zákonem termodynamiky*. Černé díry mají ohromnou entropii, ale to není nic nečekaného, uvážíme-li jejich nevratný charakter a pozoruhodnou skutečnost, že k popisu struktury a stavu stacionární černé díry vystačíme jen s několika fyzikálními parametry.<sup>44</sup> Protože každé volbě těchto parametrů musí příslušet ohromný objem fázového prostoru, plyne z Boltzmannovy formule (kapitola 1.3) velmi velká hodnota entropie. Aby byla zachována konzistence celé fyziky, máme všechny důvody očekávat, že náš dnešní názor na úlohu a chování černých děr je správný. Snad až na závěrečné „prsknutí“ na samém konci jejich existence, které je zatím pouhou hypotézou. Je ale obtížné představit si na samém konci něco jiného.

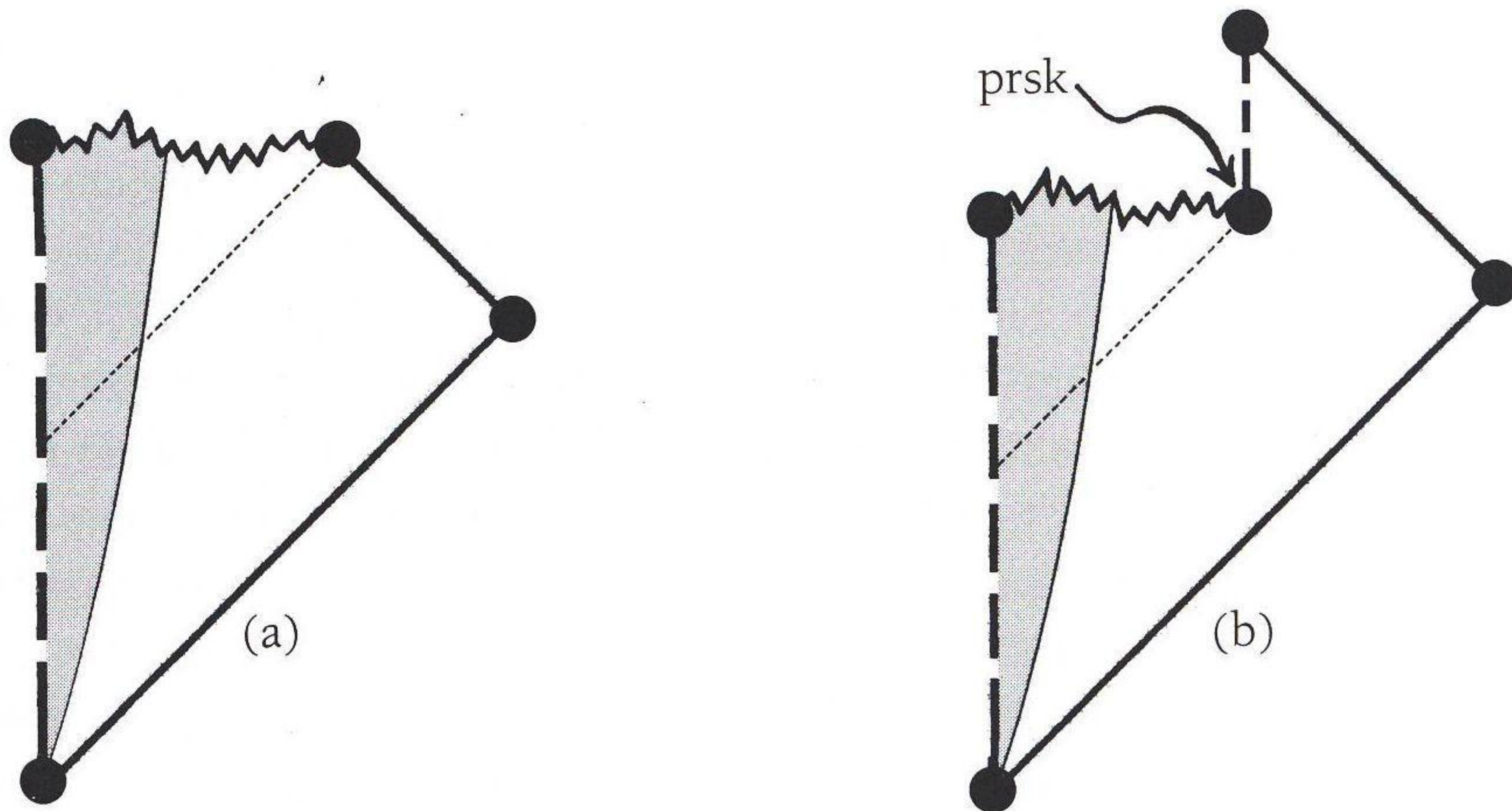
Máme *opravdu* uvěřit v existenci tohoto závěrečného rozprsknutí černé díry? Dokud zůstává prostoročas *klasickou* (tedy nekvantovou) geometrií, Hawkingovo záření bude z černé díry odnášet hmotu/energii takovým tempem, že za konečný čas zhruba  $2 \times 10^{67} (M/M_{\odot})^3$  let zmizí, kde  $M$  je hmotnost černé díry.<sup>45</sup> Ale jak dlouho bude klasická prostoročasová geomet-

### 3. KONFORMNÍ CYKLICKÁ KOSMOLOGIE

rie poskytovať spoľahlivý popis takového děje? Obecné očekávání (založené na čistě rozměrových úvahách) je, že efekty kvantové gravitace lze očekávat až tehdy, když rozměry černé díry klesnou na absurdně malou hodnotu Planckovy délky  $l_P \approx 10^{-35}$  m (což je  $10^{-20}$  klasického poloměru protonu). Ať už se v tomto finálním stadiu děje cokoli, ve vypařené černé díře nezbude nic než Planckova hmotnost  $m_P$ , a příslušná energie bude proto řádově Planckova energie  $E_P$ . Je těžké si představit, že takovýto systém přežije déle než Planckův čas  $t_P$  (viz konec kapitoly 3.2). Někteří fyzikové zvažovali také možnost, že na samém konci by mohl zůstat *stabilní* objekt hmotnosti  $\sim m_P$ , to ale vede k potížím v kvantové teorii pole.<sup>46</sup> Navíc konečný osud černé díry, ať už bude jakýkoli, nejspíš vůbec nezávisí na její původní velikosti a je dán pouze oním nepatrným zlomkem hmoty/energie černé díry. Nicméně v názorech na finální osud nepatrných zbytků vypařených černých děr se fyzikové zatím liší.<sup>47</sup> Model KCK ale vyžaduje, že nakonec nesmí zůstat vůbec *žádný* objekt s nenulovou hmotností. Z hlediska KCK je tudíž závěrečné „rozprsknutí“ černé díry (spolu s rozpadem klidových hmotností částic, jež se při tom vytvoří) vítané a současně je v souladu s druhým zákonem termodynamiky.

I přes obecnou konzistenci ale na černých dírách je znepokojivé to, že unikátní budoucí vývoj prostoročasu nevyhnutelně vede ke vzniku fyzikálních *singularit*. Přestože singularity jsou důsledkem *klasické* obecné relativity (kapitoly 2.4 a 2.6), je těžké si představit, že by klasický scénář jejich vzniku byl zásadním způsobem modifikován kvantovou gravitací. K tomu dojde až na samém konci, kdy křivost prostoročasu dosáhne obrovských hodnot a poloměr křivosti se přiblíží Planckově délce  $l_P$  (viz konec kapitoly 3.2). Zejména pro obří černé díry v centrech galaxií bude tato oblast obklopující singularitu velmi malá. Poloha „singularity“ v klasickém popisu prostoročasu by měla být chápána spíše jako oblast, kde „vládu přebírá kvantová gravitace“. Prakticky je v tom však nepatrný rozdíl, neboť zatím neznáme obecně přijatelnou matematickou strukturu, která by dokázala nahradit Einsteinův koncept spojitého prostoročasu. Proto se omezujeme jenom na připojení singulární hranice v místech, kde křivost začíná prudce narůstat, nejspíš v souladu s chaotickým chováním BKL typu (kapitoly 2.4 a 2.6).

Abychom lépe pochopili roli singularit v klasickém popisu prostoročasu, je dobré prozkoumat konformní diagram nakreslený na obrázku 3.13. Jeho obě části jsou vlastně pouhým překreslením obrázku 2.38(a) a obrázku 2.41. Pokud obrázky chápeme jako přesné konformní diagramy, popisují situaci se sférickou symetrií. Ta je ale v realistickém kolapsu s mnoha nepravidelnostmi



**Obr. 3.13** Nepravidelně nakreslené konformní diagramy (vyjadřující nesymetrii) pro (a) gravitační kolaps v černou díru; (b) kolaps následovaný Hawkingovým vypařováním. Podle silné kosmické cenzury zůstává charakter singularity prostorový.

vysoce nepravděpodobná. Pokud však připustíme platnost *silné kosmické cenzury* (viz konec kapitoly 2.5 a 2.6) až těsně před závěrečné prsknutí,<sup>48</sup> pak by singularita měla mít prostorový charakter a obrázek 3.13 zůstane kvalitativně správným schematickým konformním diagramem i v případech, kdy se v blízkosti klasické singularity projeví extrémní nerovnoměrnosti prostoročasové geometrie.

Oblasti, ve kterých můžeme očekávat, že efekty kvantové gravitace zneplatní klasický prostoročasový obraz, leží velmi blízko singularity, kde křivost dosahuje extrémních hodnot a klasickému prostoročasu už nelze důvěřovat. V této fázi už není naděje, že by se podobně jako v KCK dalo použít hladké napojení na trojrozměrné „nadploše přechodu“ a prodloužit prostoročas skrz singularitu „na druhou stranu“. Vskutku, hlavním cílem Todovy hypotézy je *rozlišit* vcelku krotkou singularitu velkého třesku od komplikovaného chování, možná chaotického BKL typu, se kterým se setkáváme u singularit černých děr. I přes značnou zajímavost Smolinova nápadu popsaného v kapitole 3.3 (obrázek 3.12) nevidím velkou naději, že by nám kvantová gravitace přišla na pomoc a nějakým časově symetrickým fyzikálním procesem vyrobila „odraz“, při kterém by vynořivší se prostoročas byl zrcadlovým obrazem kolabující situace. A pokud ano, vynořilo by se něco jako bílá díra

### 3. KONFORMNÍ CYKLICKÁ KOSMOLOGIE

z obrázku 2.46 anebo změř bifurkujících bílých děr diskutovaných v kapitole 2.6 (srovnej s obrázkem 3.2). Něco takového by jistě bylo na hony vzdáleno tomu, co pozorujeme v našem skutečném vesmíru, a v ničem by to nepřipomínalo druhý zákon termodynamiky známý z naší zkušenosti.

Ať už je tomu jakkoli, zdá se, že fyzika v takových oblastech *končí*, určitě v kontextu dnes myslitelných evolucí. A pokud ne, pokračuje v nějakém neznámém typu vesmíru, jehož struktura má úplně jiný charakter. Každopádně hmota, která spadne do singulární oblasti, je pro náš svět zcela ztracena a s ní i veškerá informace, kterou nese. Je však informace opravdu ztracena? Co když se jí nějakým způsobem podaří utéct? Třeba tak, jak je schematicky znázorněno na obrázku 3.13(b), kde efekty kvantové gravitace deformují naše klasické pojetí prostoročasové geometrie a umožňují jinak zakázané šíření v prostorovém směru narušující běžná pravidla kauzality (viz kapitolu 2.3). I v takovém případě je ale těžké zajistit, aby informace těsně před závěrečným prsknutím unikla. Obří černá díra hmotnosti milionu sluncí obsahuje ohromné množství informací v materiálu, jež během věků pohltila. A to všechno by se muselo nějakým způsobem dostat ven z nepatrné oblasti během jediného okamžiku těsně před konečným vypařením. Pro mě osobně je velmi obtížné něčemu takovému uvěřit. Mnohem pravděpodobnější se mi zdá, že informace obsažená ve všech procesech, jejichž budoucí vývoj míří to prostoročasové singularity, je navždy ztracena.

Existuje ale i alternativní názor,<sup>49</sup> který je často zmiňován a podle něhož informace mohou dlouhou dobu „prosakovat“ ven. Byly by zakódovány v tom, co se nazývá „kvantové propletení“, a projevovaly by se jemnými korelacemi v Hawkingově záření vycházejícím z černé díry. V takovémto případě by Hawkingovo záření nemělo ryze „termální“ (tedy „náhodný“) charakter, ale vně černé díry by obsahovalo úplnou informaci o zdánlivě ztracených vlastnostech hmoty spadlé do blízkosti singularity. I o této možnosti vážně pochybuji. Znamenala by, že každá informace z okolí singularity je nějakým způsobem „zopakována“ či „zkopírována“ ve vnějším světě, což je samo o sobě v rozporu se základními principy kvantové teorie.<sup>50</sup>

V původním článku z roku 1974,<sup>51</sup> v němž demonstroval termální charakter záření vycházejícího z černé díry, navíc Hawking explicitně využil předpokladu, že informace padající dovnitř v podobě testovací vlny musí být rozdělena na tu část, co unikne, a tu, co zůstane uvězněna. Právě předpoklad, že uvězněná informace je nenávratně ztracena, vede k závěru, že vycházející záření má náhodný termální charakter o termodynamické teplotě, kterou



### 3.4 VYPOŘÁDÁNÍ SE S DRUHÝM ZÁKONEM

dnes nazýváme Hawkingova teplota. Argumentace se opírá o konformní diagram na obrázku 2.38(a), který dle mého soudu zcela jasně ukazuje, že vcházející informace je opravdu rozdělena na tu část, která padá dovnitř černé díry, a tu, která unikne do nekonečna, přičemž část spadlá do díry je ztracena. Mnoho let byl i sám Hawking jedním z nejsilnějších stoupenců názoru, že v černých dírách se informace zcela ztrácí. Pak ale na 17. Mezinárodní konferenci o obecné relativitě a gravitaci, která se konala v roce 2004 v Dublinu, Hawking veřejně prohlásil, že změnil svůj názor a přišel tím o sázku, kterou (spolu s Kipem Thornem) uzavřel s Johnem Preskillem. Oznámil, že se předtím mýlil a nyní věří v to,<sup>52</sup> že veškerou informaci lze vytěžit z okolí černé díry. Můj osobní názor na celou záležitost je jasný: Hawking se měl držet svého původního stanoviska, protože je podle mého soudu mnohem blíže skutečnosti!

Hawkingův změněný názor nicméně zapadá do „konvenčního“ myšlenkového proudu zastávaného většinou fyziků zabývajících se kvantovou teorií pole. Definitivní zničení fyzikální informace nemá většina z nich vůbec v oblibě. Názor, že černé díry umí beze zbytku ničit informace, se často označuje za takzvaný „informační *paradox* černých děr“. Většina fyziků s ním má problém proto, že si uchovávají víru v možnost nalezení správného kvantově-gravitačního popisu konečného osudu černých děr, jenž by byl v souladu s fundamentálním principem kvantové teorie známým jako *unitární vývoj*. Ve své podstatě je unitární vývoj časově symetrickou a deterministickou evolucí kvantového systému, jež je ovládána slavnou *Schrödingerovou rovnicí*.<sup>53</sup> Při unitárním vývoji se žádná informace ztratit nemůže, protože je ze své podstaty reverzibilní. Ztráta informace, ke které by mělo docházet Hawkingovým zářením černých děr, je tedy s unitární evolucí neslučitelná.

Nemohu zde zabíhat do hlubin kvantové teorie,<sup>54</sup> ale pro naši následující diskusi bude užitečné zmínit některé její základní myšlenky. Kvantový systém je v určitém okamžiku charakterizován *kvantovým stavem*, který je matematicky popsán *vlnovou funkcí*  $\psi$ . Jak jsem již uvedl, ponecháme-li stav, aby se vyvíjel jen sám o sobě, bude časová závislost  $\psi$  dána Schrödingerovou rovnicí. Půjde o spojitý unitární vývoj, deterministický a v zásadě časově symetrický, který můžeme označit symbolem  $U$ . Když ale chceme stanovit, jakou konkrétní hodnotu nějaké veličiny  $q$  naměříme v okamžiku  $t$ , musíme na  $\psi$  aplikovat úplně jinou matematickou proceduru, kterou nazýváme *měření*. Tato operace je popsána specifickou operací  $\mathcal{O}$ , která po aplikaci na vlnovou

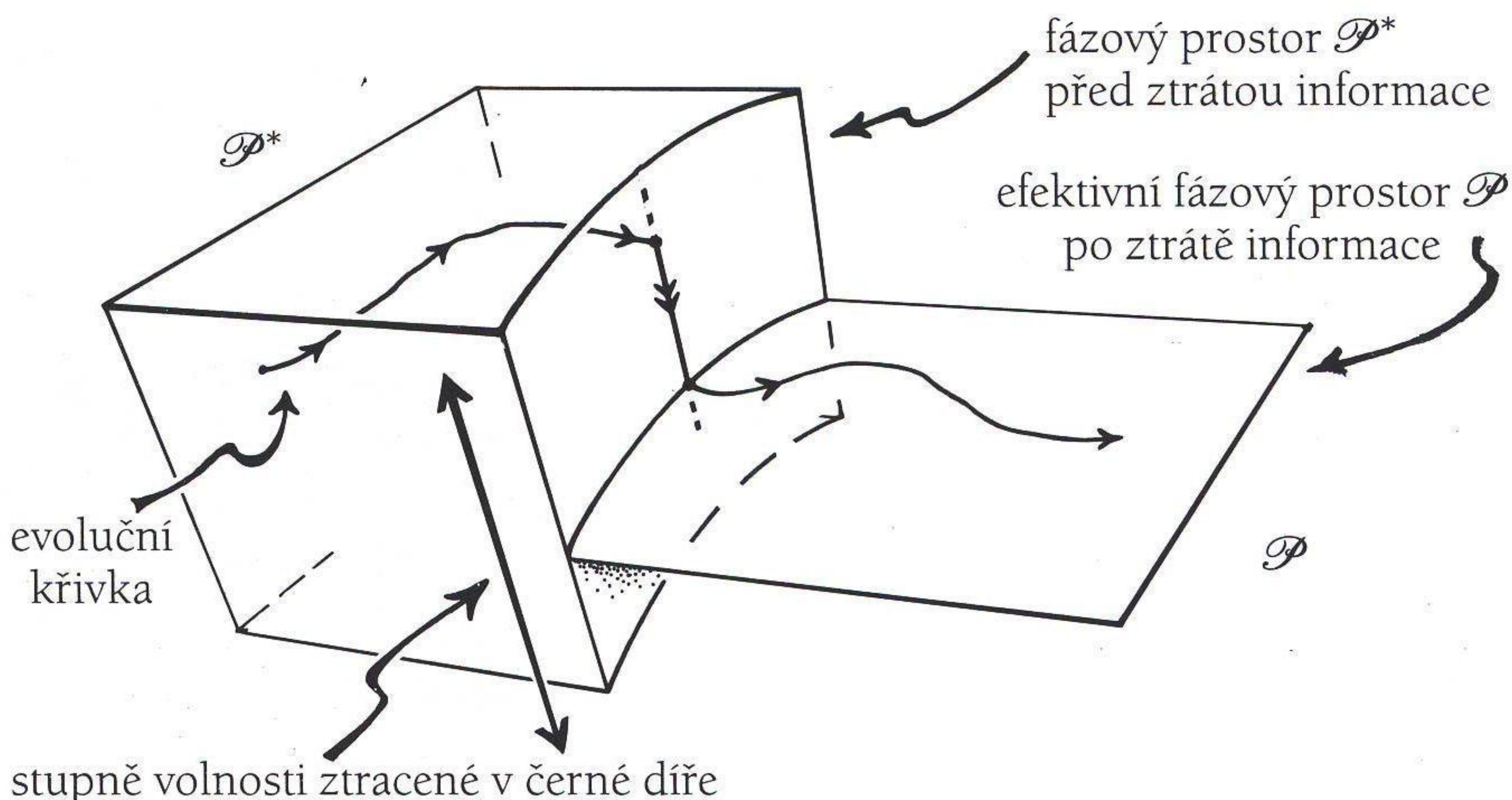
### 3. KONFORMNÍ CYKLICKÁ KOSMOLOGIE

funkci  $\psi$  dá množinu různých alternativ  $\psi_1, \psi_2, \psi_3, \psi_4, \dots$  pro každý z možných výsledků  $q_1, q_2, q_3, q_4, \dots$ , a to s odpovídajícími pravděpodobnostmi  $P_1, P_2, P_3, P_4, \dots$ . Tato kompletní sada alternativ spolu s jejich pravděpodobnostmi se matematicky získá aplikací operace  $\mathcal{O}$  na  $\psi$ . Ve skutečném světě se přitom stane to, že v okamžiku měření se  $\psi$  náhle změní na jednu z alternativ  $\psi_1, \psi_2, \psi_3, \psi_4, \dots$ , řekněme na  $\psi_j$ . Konkrétní volba je přitom zcela náhodná, ale její pravděpodobnost je jasně určena hodnotou  $P_j$ . Toto okamžité nahrazení  $\psi$  jednou konkrétní volbou  $\psi_j$  v okamžiku měření se nazývá *redukce kvantového stavu* anebo též *kolaps vlnové funkce* a budu pro něj používat symbol  $\mathbf{R}$ . Po provedeném měření, jež přinutilo  $\psi$  změnit se náhle na  $\psi_j$ , se nová vlnová funkce  $\psi_j$  bude nadále vyvíjet podle  $\mathbf{U}$ , dokud není provedeno další měření, a tak dále.

Na kvantové mechanice je opravdu podivný právě tento hybridní charakter vývoje systému, kdy se chování kvantového stavu řídí střídavě dvěma matematicky diametrálně odlišnými procedurami, totiž spojitým a deterministickým  $\mathbf{U}$  a nespojitým a nahodilým  $\mathbf{R}$ . Není divu, že fyzikové s touto situací nejsou spokojeni a přiklánějí se k tomu či onomu z mnoha různých filozofických stanovisek. Sám Schrödinger měl (podle Heisenberga) prohlásit: „Jestliže se těchtole zatracených kvantových skoků nezbavíme, tak lituji, že jsem se do kvantové teorie vůbec pouštěl.“<sup>55</sup> Jiní fyzikové, kteří si vysoce cení Schrödingerova zásadního objevu kvantové evoluční rovnice, chápou jeho odpor ke „kvantovým skokům“ a přejímají jeho postoj, že ohledně vývoje kvantových systémů ještě nebylo vyřčeno poslední slovo. Obecně zastávaný názor zní, že vše je jakýmsi způsobem obsaženo v  $\mathbf{U}$  a vhodné „interpretaci“ pojmu  $\psi$  a z nich že se snad někdy v budoucnu podaří odvodit  $\mathbf{R}$ . Možná z toho důvodu, že skutečný „stav“ obsahuje nejen zkoumaný kvantový systém, ale i jeho složité okolí včetně měřicí aparatury. A třeba i proto, že my sami, koneční pozorovatelé, jsme součástí unitárního vývoje stavů.

Nehodlám zde popisovat všechny možné alternativy ani příslušné spory, jež obestírají podivnou záležitost týkající se  $\mathbf{U}$  a  $\mathbf{R}$ . Uvedu jen své osobní stanovisko, které ve své podstatě souzní s názory Schrödingera, Einsteina a možná překvapivě i Diraca,<sup>56</sup> jemuž vděčíme za obecnou moderní formulaci kvantové mechaniky,<sup>57</sup> totiž že soudobá kvantová mechanika je jenom *prozatímní* teorie. A to i přes fenomenální úspěch, jehož teorie dosahuje při předpovídání a vysvětlování bezpočtu jevů odehrávajících se v mikrosvětě, a s vědomím skutečnosti, že zatím neexistuje jediný experiment, který by byl s kvantovou teorií v rozporu. Abych byl konkrétnější: mám za to, že  $\mathbf{R}$

### 3.4 VYPOŘÁDÁNÍ SE S DRUHÝM ZÁKONEM



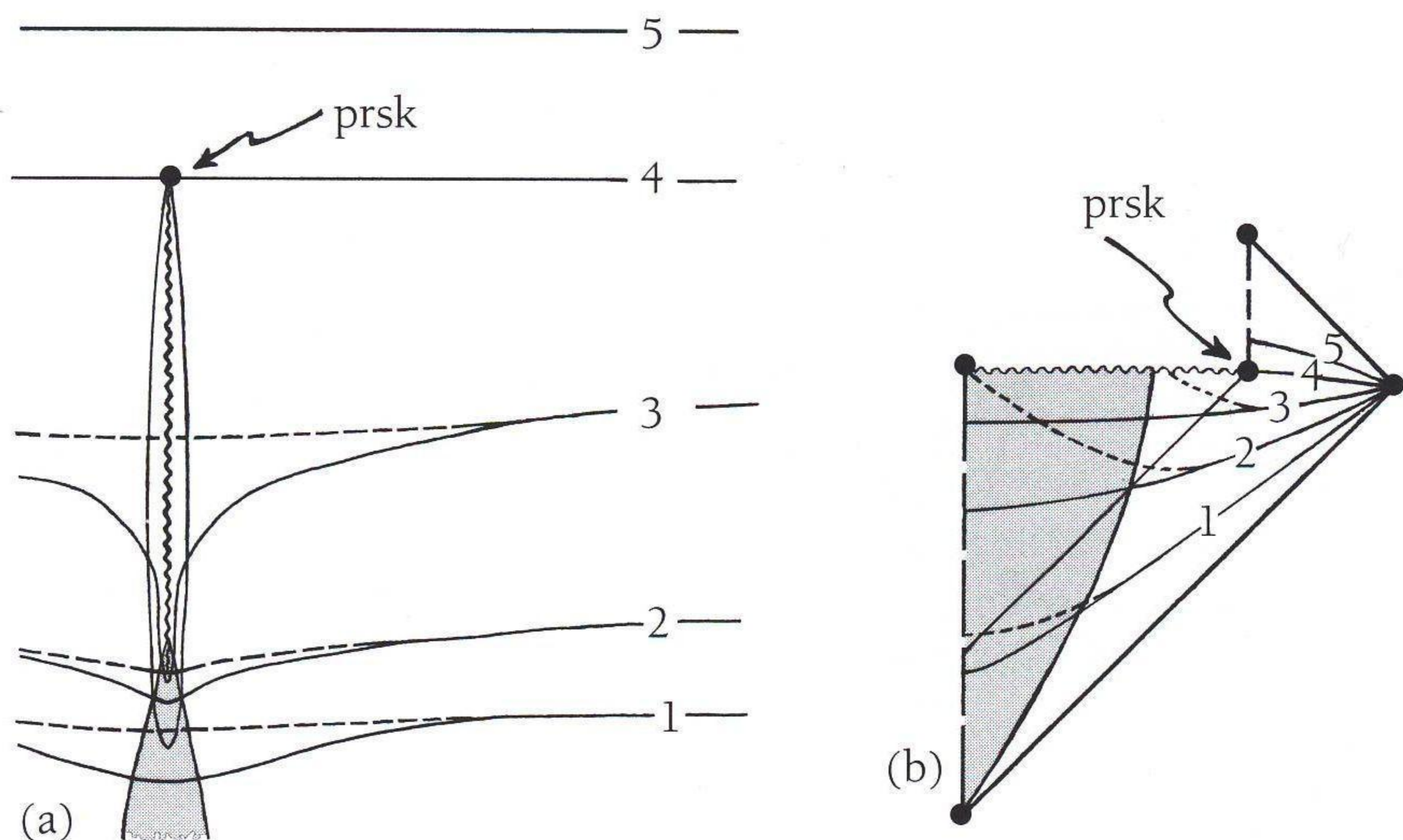
**Obr. 3.14** Vývoj ve fázovém prostoru při ztrátě informace v černé díře.

představuje odchylku od striktně unitárního chování přírody a že vzniká tehdy, když se do hry zapojí (byť jemným způsobem) gravitace.<sup>58</sup> Už dlouhou dobu zastávám názor, že ztráta informací v černých dírách a s tím související narušení  $U$  představuje jasnou indicii, že *není* možno zachovat unitární vývoj popsany  $U$  ve správné (nám však zatím neznámé) kvantové teorii gravitace.

Jsem přesvědčen, že právě v tom spočívá *klíč* k řešení hlavolamu, který jsem přestřel na začátku kapitoly. Prosim tedy čtenáře, aby přijal ztrátu informací v černých dírách a s tím související narušení unitarity nejen jako teoretickou *možnost*, ale dokonce jako *nezbytnost*. Musíme přezkoumat Boltzmannovu definici entropie v kontextu vypařování černých děr. Co vlastně „ztráta informace“ v singularitách opravdu znamená? Myslím, že je vhodné celou situaci popisovat jako *ztrátu stupňů volnosti*, při které zmizí některé z parametrů popisující fázový prostor, takže se prostor možných stavů systému *zmenší*. To je úplně jiný typ dynamického chování. Jak jsme popsali v kapitole 1.3, při běžném vývoji je fázový prostor  $\mathcal{P}$  pevně daný a neměnný a dynamika systému je popsána stavovým bodem, který se v tomto prostoru pohybuje. Když ale dynamický vývoj zahrnuje i ztrátu některých stupňů volnosti, jak tomu nejspíš je v případě černých děr, fázový prostor se ve skutečnosti *zmenšuje*! Na obrázku 3.14 jsem se tento proces pokusil ilustrovat na modelu s malým počtem dimenzí.

V případě vypařování černých děr jde však o velmi subtilní děj. Neměli bychom si ho představovat jako „náhlé“ zmenšení fázového prostoru v jistém

### 3. KONFORMNÍ CYKLICKÁ KOSMOLOGIE



**Obr. 3.15** Hawkingovo vypařování černé díry: (a) obvyklý prostoročasový obrázek; (b) přesný konformní diagram. Použijeme-li časové řezy vyznačené plnými čarami, ztrátu vnitřních stupňů volnosti můžeme přiřadit až závěrečnému „prsknutí“. Jinou alternativní možností je užít časové řezy vyznačené čárkovaně, z jejichž pohledu dochází ke ztrátě v průběhu celé historie černé díry.

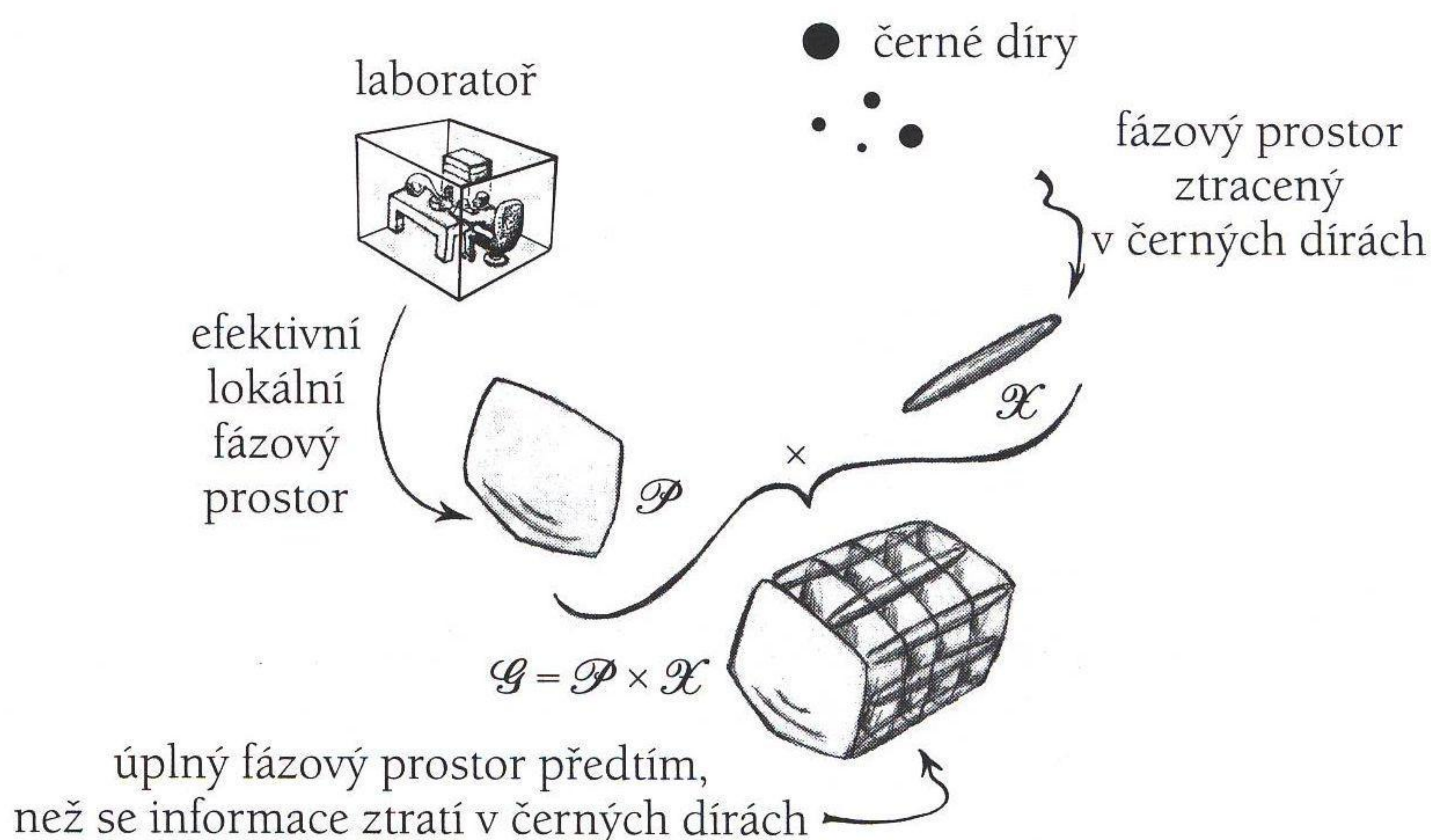
okamžiku (jen jako závěrečné „prsknutí“), ale jako dlouhodobý skrytý proces. Vše souvisí se skutečností, že v obecné relativitě neexistuje žádný „univerzální čas“. Obzvláště to platí v černých dírách, kde se geometrie prostoročasu výrazně odchyluje od homogenního prostoru. Pěkně to ilustruje následující obrázek Oppenheimerova-Snyderova kolapsu (kapitola 2.4, obrázek 2.24) s hawkingovským vypařením na konci (kapitola 2.5, viz obrázky 2.40 a 2.41). Na obrázku 3.15(a) a příslušném přesném konformním diagramu 3.15(b) jsem plnými čarami vyznačil jednu přirozenou rodinu prostorových 3-ploch (řezů v konstantních časech), podle nichž k veškeré ztrátě informací v díře dochází až v „okamžiku“ prsknutí, zatímco přerušovanými čarami jsem vyznačil jinou rodinu 3-ploch, z jejichž pohledu ke ztrátě informací dochází postupně během celé existence černé díry. Přestože obrázky předpokládají sférickou symetrii, za předpokladu platnosti silné kosmické cenzury (samozřejmě až na závěrečné prsknutí), dobře schematickým způsobem zachycují i obecnější situace.

Tato dvojznačnost ohledně časové lokalizace ztráty informace dobře demonstruje fakt, že ztráta nemá žádný vliv na vnější (termo)dynamiku,

### 3.4 VYPOŘÁDÁNÍ SE S DRUHÝM ZÁKONEM

a můžeme proto oprávněně tvrdit, že druhý zákon vně černé díry funguje dál bez jakékoli změny. Entropie nadále roste, ale musíme být opatrní, co se v tomto případě „entropií“ přesně myslí. Je to entropie vztahující se na všechny stupně volnosti, včetně těch, jež přísluší materiálu spadlému dovnitř díry. Stupně volnosti související s materiálem spadlým do černé díry ale dříve či později dosáhnou singularity a jsou pro systém nenávratně ztraceny. Než dojde k závěrečnému rozprsknutí zbytků vypařené díry, nastane proto radikální redukce rozměrů fázového prostoru. Je to jako ve státě, ve kterém probíhá pozvolná devalvace měny: za daný objem fázového prostoru se dá koupit čím dál méně než na začátku, i když lokální fyzika si celkové ohromné devalvace ani nevšimne. Kvůli logaritmu v Boltzmannově vzorci se toto zmenšování objemu fázového prostoru projeví jen jako odečítání velké konstanty od celkové entropie vesmíru vně zkoumané černé díry.

Celou záležitost můžeme nyní porovnat s diskusí na konci kapitoly 1.3, kde jsem poznamenal, že díky logaritmu v Boltzmannově formuli je entropie nezávislých systémů aditivní veličinou. V právě probíraném tématu to znamená, že stupně volnosti, které černá díra pohltila a zničila, tvoří *vnější* část systému. Jsou to parametry definující vnější fázový prostor  $\mathcal{X}$ , podobně jako Galaxie obklopující laboratoř v kapitole 1.3 (viz obrázek 3.16), jenom



**Obr. 3.16** Ztráta informací v černých dírách nijak neovlivní lokální fázový prostor (srovnej s obrázkem 1.9), přestože na začátku přispívaly k celkovému fázovému prostoru vesmíru.

### 3. KONFORMNÍ CYKLICKÁ KOSMOLOGIE

se zde nejedná o laboratoř, ale o černou díru. To, co považujeme za svět vně černých děr, kde můžeme provádět experimenty, odpovídá v diskusi kapitoly 1.3 vnitřní části systému reprezentované fázovým prostorem  $\mathcal{P}$ . Stejně jako odstranění stupňů volnosti Galaxie (způsobené například tím, že supermasivní černá díra v galaktickém centru pohltí nějaký materiál) nijak nezmění úvahy zahrnující entropii v lokálním laboratorním experimentu, tak ani zničení informace v kosmických černých dírách, jež je završeno, jakmile se po vypaření rozprsknou, není v žádném rozporu s druhým zákonem termodynamiky!

Platí však, že objem fázového prostoru vesmíru jako celku je při ztrátě informace drastickým způsobem redukován.<sup>59</sup> Právě to poskytuje vysvětlení velké hádanky uvedené na začátku této kapitoly. Jde o jemnou a delikátní záležitost a vyžaduje splnění celé řady detailních podmínek konzistence, chceme-li tímto způsobem provést redukci objemu fázového prostoru v kontextu hypotézy KCK. Obecně řečeno nejsou ale tyto podmínky konzistence nerozumné, neboť za celkový nárůst entropie, k němuž dojde během celého našeho eónu, budou venkoncem zodpovědné vzniklé (a vypařené) černé díry. Přestože mi není vůbec jasné, jak s dostatečnou mírou přesnosti spočítat efektivní redukci entropie způsobenou ztrátou informací, myslím, že k dobrému odhadu můžeme použít Bekensteinův-Hawkingův vzorec pro entropii aplikovaný na největší rozměr, kterého mohou černé díry dosáhnout, pokud by nedocházelo ke ztrátám způsobeným Hawkingovým zářením. Součet těchto entropií nám pak poskytuje potřebnou míru redukce fázového prostoru, která je nutná k nastartování nového eónu. Je jasné, že musíme podrobně prostudovat ještě spoustu konkrétních problémů, než budeme schopni rozhodnout, zda je model KCK opravdu životaschopný. Nevidím ale žádný principiální důvod, proč by neměl být.

#### 3.5 KCK A KVANTOVÁ GRAVITACE

Schéma KCK nám poskytuje novou perspektivu nejenom na druhý zákon termodynamiky, ale i na různé fascinující záležitosti, které před nás postavila kosmologie posledních let. Jde zejména o otázku singularit vznikajících v klasické teorii obecné relativity a roli kvantové mechaniky v celém procesu. I k tomuto problému má hypotéza KCK co říci, ať už se jedná o charakter počáteční singularity velkého třesku anebo o vzdálenou budoucnost vesmíru. Tam naše dnešní fyzika buď končí v singularitách černých děr, nebo

pokračuje navěky, aby se podle KCK znovuzrodila ve velkém třesku nového eónu.

Dovolte mi začít tuto kapitolu připomenutím stavu vesmíru ve velmi vzdálené budoucnosti. Tím se dostaneme k otázce, kterou jsem v předchozí kapitole 3.4 opominul. Zabýval jsem se otázkou růstu entropie a v souladu s KCK tvrdil, že zdaleka největší přírůstek pochází z procesu zrodu (a „zmrznutí“) obřích černých děr, které se následně pomalu vypařují, jakmile teplota reliktního záření klesne pod Hawkingovu teplotu děr. Jak jsme viděli, požadavek KCK, aby se počáteční granule fázového prostoru (kapitoly 1.3 a 3.4) dala i přes enormní nárůst entropie správně napojit na závěrečnou granuli předchozího eónu, lze splnit tím, že přijmeme realitu „ztráty informací“ v černých dírách. To původně tvrdil i Hawking (později však svůj názor změnil). Díky tomu se fázový prostor enormně „rozředí“, za což může ztráta ohromného množství dimenzí fázového prostoru vesmíru způsobená pohlcením a následnou destrukcí fyzikálních stupňů volnosti v černých dírách. Jakmile se všechny černé díry vypaří, musíme redefinovat základní míru entropie, protože došlo k obrovskému úbytku relevantních stupňů volnosti. To ve své podstatě znamená, že od hodnoty entropie je odečteno ohromné číslo a přípustné stavy následujícího velkého třesku dalšího eónu jsou silně omezeny. Tímto způsobem lze splnit „hypotézu Weylovy křivosti“, která poskytuje výchozí potenciál pro gravitační shlukování hmoty v následném eónu.

Dle soudu řady kosmologů však v celé této diskusi chybí jeden prvek. Dosud jsem ho ignoroval (i když na konci prvního odstavce kapitoly 3.4 jsem se o něm zmínil). Jde o otázku „kosmologické entropie“, která je svázána s existencí *kosmologických horizontů událostí*, jež jsou ve vesmíru přítomny, jakmile  $\Lambda > 0$ . Ideu kosmologických horizontů událostí jsem představil na obrázcích 2.42(a), (b). Objevují se v situacích, kdy má budoucí konformní hranice  $\mathcal{I}^+$  prostorový charakter, což nastává v přítomnosti kladné kosmologické konstanty. Připomeňme, že kosmologický horizont událostí je minulý světelný kužel koncového bodu  $o^+$  (na  $\mathcal{I}^+$ ) „nesmrtelného“ pozorovatele  $\mathcal{O}$  z kapitoly 2.5, viz obrázek 3.17. Přijmeme-li stanovisko, že tyto horizonty událostí by měly být brány v potaz stejně jako horizonty černých děr, pak bychom na kosmologické horizonty událostí měli aplikovat stejnou Bekensteinovu-Hawkingovu formuli jako pro entropii černých děr, tedy  $S_{\text{BH}} = \frac{1}{4}A$  (viz kapitolu 2.6). Vyjádřeno v Planckových jednotkách to dává hodnotu „entropie“

$$S_{\Lambda} = \frac{1}{4}A_{\Lambda},$$

### 3. KONFORMNÍ CYKLICKÁ KOSMOLOGIE

kde  $A_\Lambda$  je plocha prostorového řezu kosmologického horizontu ve vzdálené budoucnosti. Lze spočítat (viz dodatek B.5), že tato plocha je přesně rovna

$$A_\Lambda = \frac{12\pi}{\Lambda},$$

takže entropie kosmologického horizontu událostí by měla být

$$S_\Lambda = \frac{3\pi}{\Lambda}.$$

Závisí pouze na hodnotě kosmologické konstanty  $\Lambda$ , nikoli na detailech, co přesně se ve vesmíru odehrává. Budeme-li předpokládat platnost i další analogie pro termodynamickou teplotu,<sup>60</sup> pak

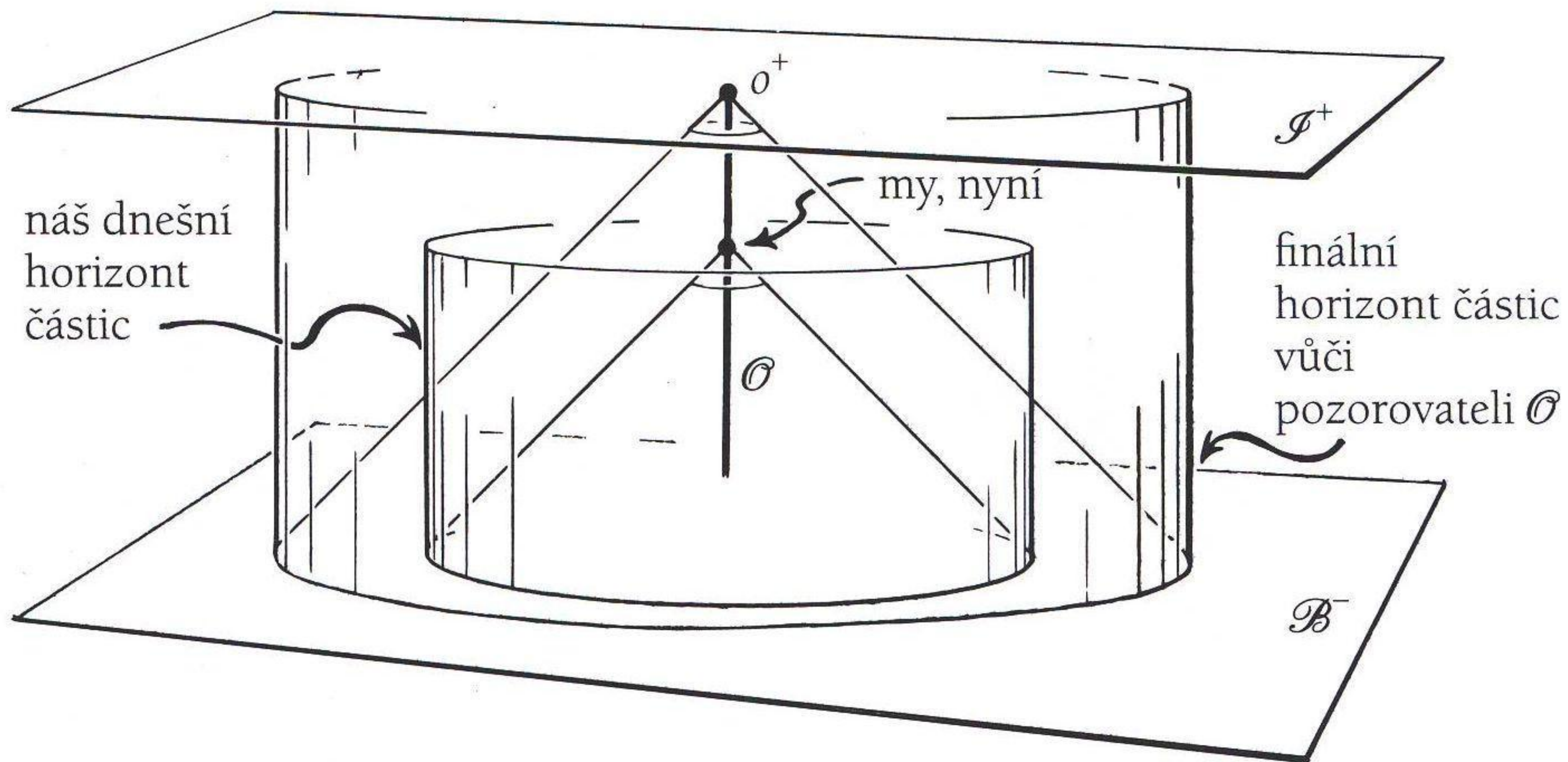
$$T_\Lambda = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{\Lambda}{3}}.$$

Pro dnes pozorovanou hodnotu kosmologické konstanty  $\Lambda$  je tato teplota absurdně malá, pouhých  $\sim 10^{-30}$  K. Entropie  $S_\Lambda$  by naopak měla být obrovská, totiž  $\sim 3 \times 10^{122}$ .

Měl bych zdůraznit, že tato hodnota entropie je mnohem větší, než jakou bychom mohli očekávat z kolapsu a vypaření černých děr v pozorovaném vesmíru (uvnitř našeho současného horizontu částic, viz kapitolu 2.5). Jen stěží lze očekávat, že bude větší než  $10^{115}$ . Jaké oblasti vesmíru však tato entropie  $S_\Lambda$  ve skutečnosti přísluší? Na první pohled bychom si mohli myslet, že je to veškerá entropie celého vesmíru. Jde přece o jediné číslo jednoznačně určené pouze kosmologickou konstantou  $\Lambda$  a zcela nezávislé na konkrétních procesech odehrávajících se v pozorovaném kosmu či volbě externího pozorovatele  $\mathcal{O}$ , jenž určuje koncový bod  $o^+$  na  $\mathcal{I}^+$ . Tento přístup ale není oprávněný, zejména proto, že vesmír může být prostorově nekonečný, a tudíž obsahovat nekonečný počet černých děr. V takovém případě by v rozporu s druhým zákonem dnešní entropie vesmíru snadno přesahovala hodnotu  $S_\Lambda$ . Správnější interpretací veličiny  $S_\Lambda$  proto asi je, že jde o finální entropii té oblasti našeho vesmíru, jež je vymezena horizontem událostí, tedy minulým světelným kuželem libovolně zvoleného  $o^+$  na  $\mathcal{I}^+$ . Na této entropii by se podílel jen materiál ležící uvnitř horizontu částic vzhledem k  $o^+$  (viz obrázek 3.17).

Jak uvidíme v závěrečné kapitole 3.6, až „my“ jako pozorovatelé dosáhneme bodu  $o^+$  na  $\mathcal{I}^+$ , měl by (dle dnešního standardního kosmologického modelu) vesmír uvnitř horizontu částic obsahovat zhruba  $(\frac{3}{2})^3 \approx 3,4$ krát více



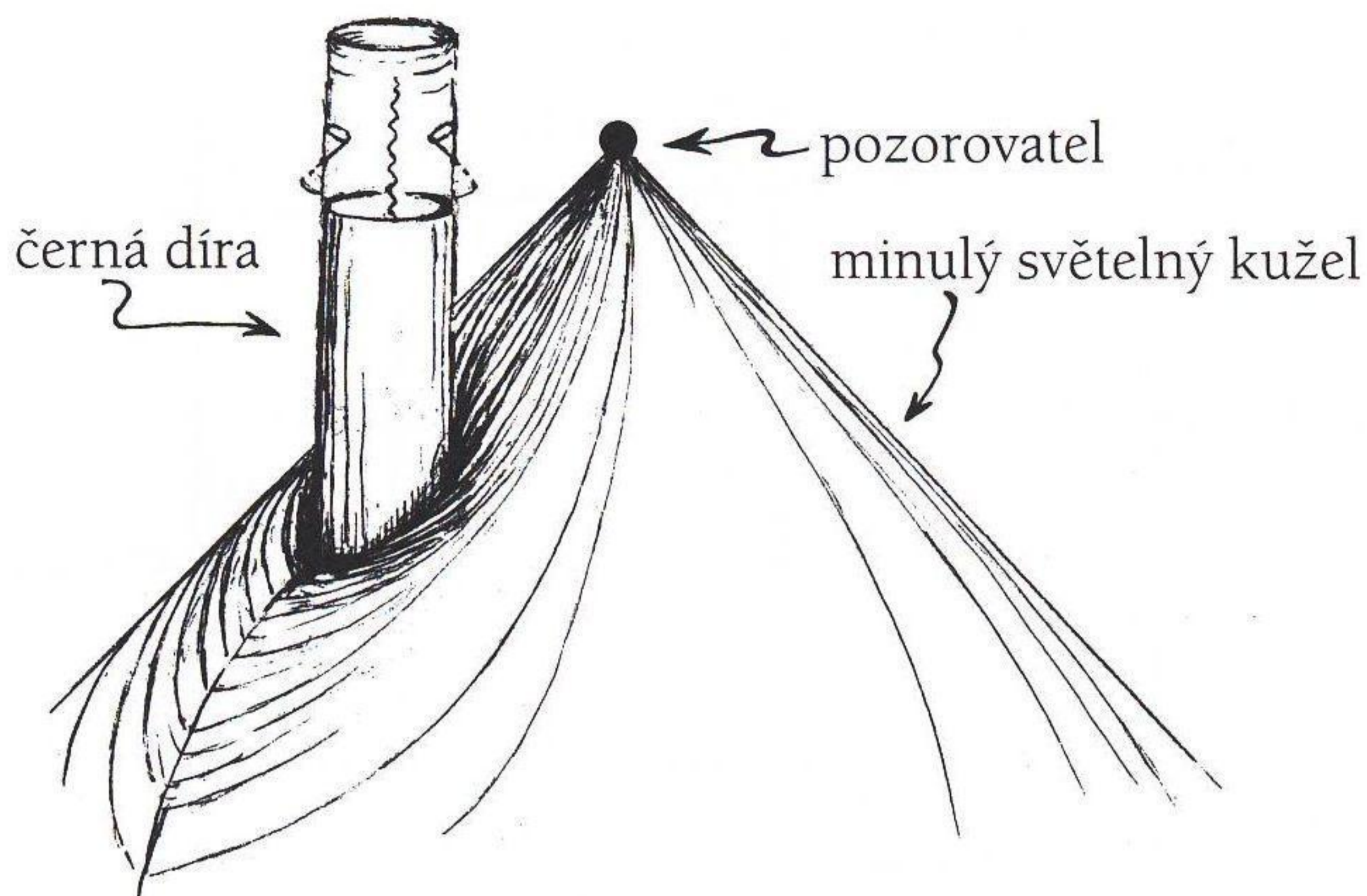


**Obr. 3.17** Podle soudobého modelu vesmíru/eónu činí dnes poloměr našeho horizontu částic zhruba dvě třetiny jeho finální hodnoty, které dosáhne v nekonečném čase.

materiálu než v našem *dnešním* horizontu.<sup>61</sup> Kdyby se všechn *tento* materiál ocitl uvnitř jediné černé díry, dostali bychom entropii asi  $(\frac{3}{2})^6 \approx 11,4$  krát  $10^{124}$ , kde číslo  $10^{124}$  jsme v kapitole 2.6 uvedli jako hrubou *horní mez* pro entropii hmoty v dnes pozorovaném vesmíru. Celkem tedy můžeme dostat černou díru s entropií řádově až  $10^{125}$ . Kdyby tato hodnota byla v našem vesmíru s kosmologickou konstantou  $\Lambda$  v principu dosažitelná, šlo by o hrubé porušení druhého zákona termodynamiky (protože  $10^{125} \gg 3 \times 10^{122}$ ). Jestliže však přijmeme výše zmíněnou hodnotu  $T_\Lambda$  jako všudypřítomnou teplotu okolního vesmíru určenou nyní pozorovanou kosmologickou konstantou  $\Lambda$ , pak by ona gigantická hypotetická černá díra navždy zůstala chladnější a nikdy by se Hawkingovým zářením nevypařila. I to však představuje problém, neboť kdybychom zvolili bod  $o^+$  na  $\mathcal{S}^+$  vně zmíněné monstrózní díry, přičemž minulý světelný kužel z  $o^+$  by černou díru protínal, pak bychom její entropii měli do celkové bilance zahrnout (viz obrázek 3.18), což opět zjevně protiřečí druhému zákonu.

A je tu ještě další zásobárna entropie. Uvažme materiál tvořený řádově  $10^{81}$  baryony, což je 3,4krát počet baryonů v dnes pozorovaném vesmíru přenásobeno ještě třemi, neboť v temné hmotě je zhruba třikrát více hmoty než ve hmotě baryonové. Můžeme ho rozdělit například do 100 oddělených oblastí, takže každá bude mít hmotnost  $10^{79}$  hmotnosti protonu. Kdyby

### 3. KONFORMNÍ CYKLICKÁ KOSMOLOGIE



**Obr. 3.18** Minulý světelný kužel „pozorovatele“ *pohlí* horizont černé díry, přestože ho nikdy neprotne.

každá taková oblast vytvořila černou díru, její teplota by zůstala větší než  $T_\Lambda$ . Proto by se vypařila a dosáhla entropie  $\sim 10^{119}$ . Protože je oblastí sto, dostáváme celkovou entropii  $\sim 10^{121}$ . Poněvadž je větší než  $3 \times 10^{120}$ , rovněž narušuje druhý zákon, i když ne moc. Zde uvedená čísla jsou samozřejmě jen hrubé odhady, takže z nich nelze vyvodit definitivní závěry. Domnívám se ale, že poskytují dobré argumenty, abychom k fyzikální interpretaci veličiny  $S_\Lambda$  coby skutečné entropie a  $T_\Lambda$  coby skutečné teploty vesmíru přistupovali *velmi opatrně*.

Každopádně jsem osobně značně skeptický k tomu, že  $S_\Lambda$  představuje *opravdovou* entropii, a to hned ze dvou důvodů. Zaprvé, pokud  $\Lambda$  je konstanta, pak  $S_\Lambda$  je fixně dané číslo a  $\Lambda$  nedává prostor pro fyzikální stupně volnosti. Přítomnost kosmologické konstanty  $\Lambda$  nijak nezvětšuje relevantní fázový prostor stavů vesmíru. Z hlediska KCK je to zcela evidentní. Pokoušíme-li se napojit stupně volnosti, jež jsou k dispozici na hranici  $\mathcal{S}^+$  předchozího eónu s  $\mathcal{B}^-$  následujícího eónu, nezbyvá absolutně žádný prostor pro množství hypotetických stupňů volnosti, jež by poskytly tak enormní hodnotu kosmologické entropie  $S_\Lambda$ . Navíc jsem si téměř jist, že stejný argument lze uplatnit i v případech, kdy *nepředpokládáme* platnost KCK, neboť míra objemu fázového prostoru je vůči konformnímu škálování invariantní, jak jsme již poznamenali v kapitole 3.4.<sup>62</sup>

Musíme ale připustit i možnost, že „ $\Lambda$ “ není ve skutečnosti konstanta, ale nějaký podivný druh hmoty. Někteří kosmologové ho nazývají „skalární

pole temné energie“. V takovém případě bychom měli obrovskou entropii  $S_\Lambda$  přisoudit stupňům volnosti tohoto  $\Lambda$ -pole. Osobně se mi tato myšlenka značně nelíbí, protože vytváří daleko více závažných otázek, než zodpovídá. Kdybychom měli pokládat  $\Lambda$  za proměnné fyzikální pole tak jako třeba v elektromagnetismu, pak by  $\Lambda g$  nebyl jen dodatečný „ $\Lambda$ -člen“ v Einsteinových rovnicích gravitačního pole

$$E = 8\pi T + \Lambda g$$

(vyjádřeno v Planckových jednotkách), viz závěr kapitoly 2.6. Místo toho bychom museli „ $\Lambda$ -poli“ přisoudit *tenzor energie*  $T(\Lambda)$ , který (po přenásobení faktorem  $8\pi$ ) by byl efektivně roven  $\Lambda g$ , tedy

$$8\pi T(\Lambda) \cong \Lambda g.$$

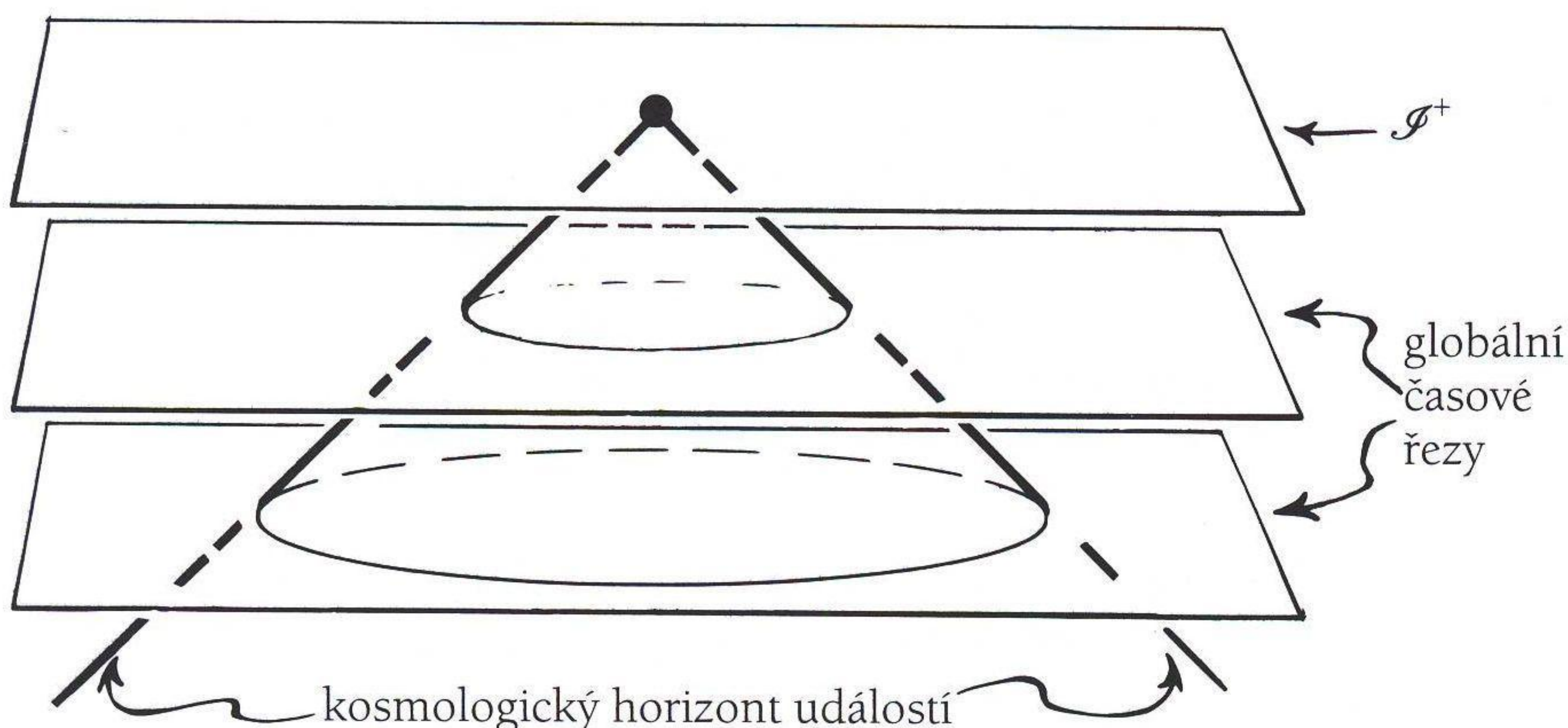
Ten by musel být chápán jako další příspěvek k *celkovému* tenzoru energie, tedy  $T + T(\Lambda)$ , a Einsteinovy rovnice *bez* kosmologického  $\Lambda$ -členu by byly

$$E = 8\pi[T + T(\Lambda)].$$

Ale  $\Lambda g$  je velmi podivná forma tenzoru energie hmoty nesmírně se lišící od toho, co platí pro běžné typy hmoty a polí. Energie je prakticky totéž co *hmotnost* (Einsteinův vzorec  $E = mc^2$ ), a tak by hmota měla na ostatní hmotu působit *přitažlivým* způsobem. Naproti tomu hypotetické „ $\Lambda$ -pole“ by mělo *repulzivní* charakter, ostatní hmotu by odpuzovalo, a to i přesto, že jeho energie je kladná. Ještě závažnější je dle mého soudu skutečnost, že při proměnném  $\Lambda$ -poli by byla extrémním způsobem narušena *slabá energetická podmínka* zmíněná v kapitole 2.4.

Osobně pokládám za nejzávažnější argument proti interpretaci  $S_\Lambda = 3\pi/\Lambda$  coby skutečné objektivní entropie to, že oproti případu s černou dírou zde neexistuje fyzikální důvod k absolutní *ztrátě informace*, neboť není přítomna singularita. Mnozí tvrdí, že informace je pro pozorovatele „ztracena“, jakmile se dostane za horizont událostí. Ale to je pojem silně závislý na konkrétním pozorovateli. Vezmeme-li posloupnost prostorových nadploch jako na obrázku 3.19, ihned vidíme, že z hlediska celého vesmíru se vůbec nic „neztratilo“. Není přítomna žádná prostoročasová singularita (vyjma těch uvnitř jednotlivých černých děr), s níž by se kosmologická entropie dala asociovat.<sup>63</sup> Navíc oproti případu entropie černých děr, který se opírá o Bekensteinovu argumentaci,<sup>64</sup> neznáme žádný přesvědčivý *fyzikální* důvod pro interpretaci  $S_\Lambda$  coby entropie.

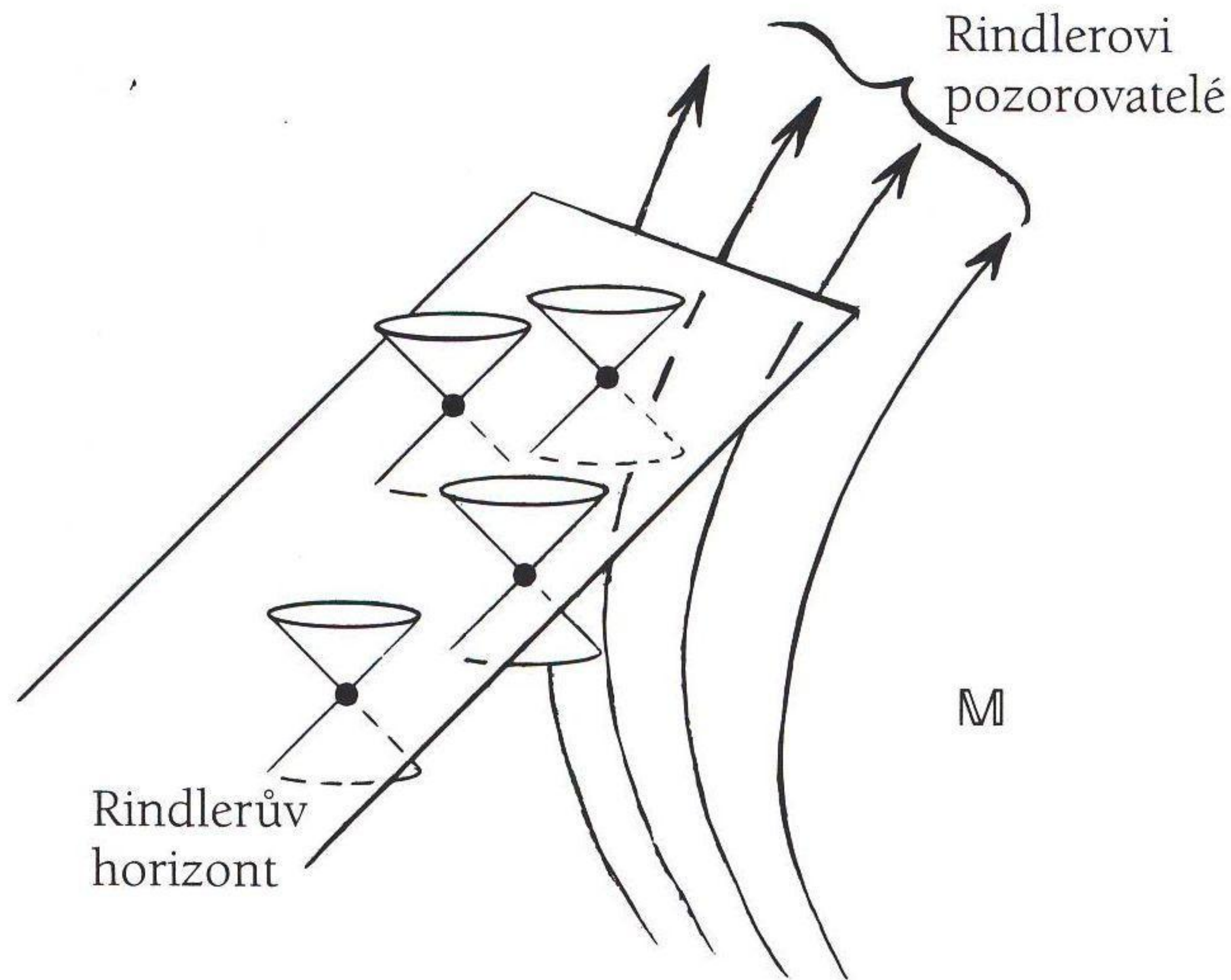
### 3. KONFORMNÍ CYKLICKÁ KOSMOLOGIE



**Obr. 3.19** V případě kosmologického horizontu událostí (na rozdíl od černých děr) nedochází ke ztrátě informace, což je zřejmé z globálního charakteru časových řezů prostoročasem.

Možná budou moje názory na tuto problematiku jasnější v případě kosmologické „teploty“  $T_\Lambda$ , která také velice silně závisí na konkrétním pozorovateli. V případě černých děr je Hawkingova teplota určena geometrickou veličinou zvanou „povrchová gravitace“. Ta souvisí s velikostí zrychlení, kterou pociťují pozorovatelé stojící v bezprostředním okolí černé díry (statičtí vůči vztažné soustavě spojené se vzdáleným prostorem). Padá-li naopak pozorovatel zcela volně do černé díry, žádnou lokální Hawkingovu teplotu *nenaměří*.<sup>65</sup> Hawkingova teplota je tedy subjektivní veličina a lze ji dát do souvislosti s takzvaným *Unruhovým jevem*, jež pozoruje silně zrychlující pozorovatel dokonce i v prázdném a plochém Minkowského prostoru  $\mathbb{M}$ . Snažíme-li se zjistit kosmologickou teplotu de Sitterova prostoru  $\mathbb{D}$ , očekáváme tedy, že teplotu naměří jenom *zrychlující* pozorovatelé, a nikoli ti, co se pohybují volně (tedy po geodetice, viz závěr kapitoly 2.3). V tomto smyslu nebude mít každý volný pozorovatel v de Sitterově vesmíru *zrychlení*, a tudíž *nebude* pociťovat teplotu vesmíru  $T_\Lambda$ .

Hlavní argument pro kosmologickou entropii je tedy sice velmi elegantní, ale zato ryze formální matematickou procedurou založenou na analytickém prodloužení (kapitola 3.3). Použitá matematika je určitě lákavá, ale můžeme vznést námitky i vůči obecnosti jejích závěrů. Technicky vzato se totiž vztahují jen sféricky symetrické prostoročasy (jako je de Sitterův vesmír  $\mathbb{D}$ ).<sup>66</sup> A zнова vstupuje do hry subjektivní faktor daný zrychleným stavem pozorovatele,

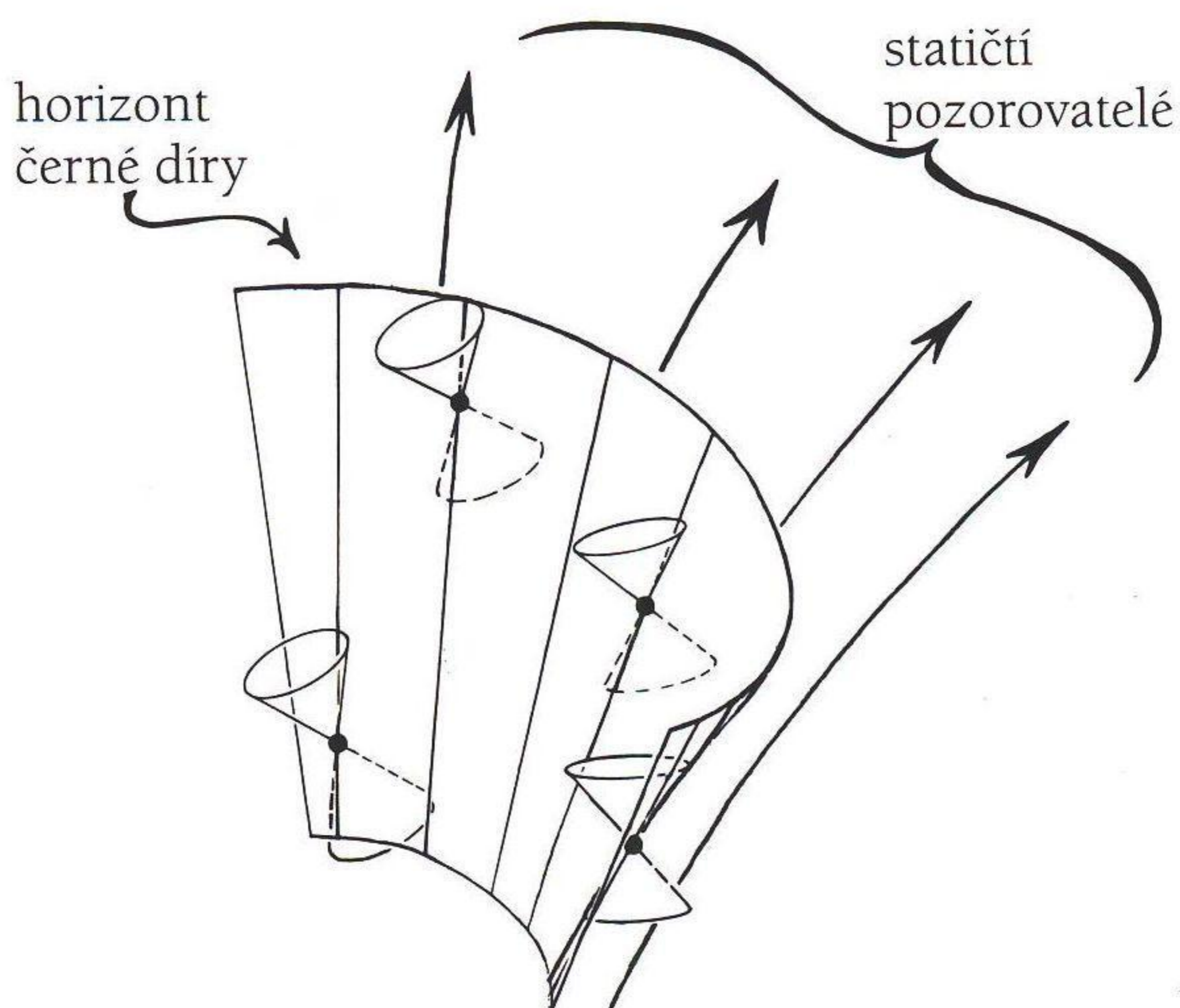


**Obr. 3.20** Rindlerovi (rovnoměrně zrychlující) pozorovatelé pociťují Hawkingovu teplotu.

protože prostoročas  $\mathbb{D}$  je obdařen velkým množstvím symetrií, jež odpovídají různým přirozeným zrychlením pozorovatele.

Tuto otázku lze více objasnit, když podrobněji rozebereme Unruhův jev v plochem Minkowského prostoru  $\mathbb{M}$ . Na obrázku 3.20 jsem se pokusil nakreslit rodinu rovnoměrně zrychlujících pozorovatelů, takzvaných *Rindlerových pozorovatelů*.<sup>67</sup> Podle Unruhova jevu budou v důsledku svého zrychlení pociťovat nenulovou teplotu (byť nesmírně malou), přestože se pohybují ve zcela prázdném prostoru. Plyne to z kvantové teorie pole. Znázornil jsem i budoucí „horizont“  $\mathcal{H}_0$  pozorovatelů, který je s příslušnou teplotou spojen. Aby byla zachována konzistence podobně jako v Bekensteinově-Hawkingově formuli termodynamiky černých děr, můžeme přirozeně dospět k názoru, že s  $\mathcal{H}_0$  by měla být asociována také entropie. Opravdu: představíme-li si, co se odehrává v malém okolí horizontu obří černé díry, bude situace velice blízká tomu, co je znázorněno na obrázku 3.21. Horizont  $\mathcal{H}_0$  lokálně splývá s horizontem černé díry a Rindlerovi pozorovatelé přecházejí na „statické pozorovatele stojící vůči vztažné soustavě spojené se vzdáleným prostorem“. Tito pozorovatelé „pociťují“ lokální Hawkingovu teplotu, zatímco pozorovatelé padající volně přímo do černé díry, což odpovídá inerciálním (neurychleným) pozorovatelům v  $\mathbb{M}$ , žádnou lokální teplotu neměří. Celková entropie asociovaná s  $\mathcal{H}_0$  je ale nekonečná, neboť

### 3. KONFORMNÍ CYKLICKÁ KOSMOLOGIE



**Obr. 3.21** Statičtí pozorovatelé v blízkém okolí horizontu černé díry pociťují silné zrychlení a Hawkingovu teplotu. Situace je lokálně shodná s tou na obrázku 3.20.

obrázek bychom měli protáhnout do nekonečna. To ilustruje skutečnost, že kompletní diskuse entropie a teploty černých děr ve své podstatě obsahuje i nelokální aspekty.

Kosmologický horizont událostí  $\mathcal{H}_\Lambda$ , který se vyskytuje v prostoročasech s  $\Lambda > 0$ , se velmi podobá Rindlerovu horizontu  $\mathcal{H}_0$ .<sup>68</sup> Provedeme-li limitu  $\Lambda \rightarrow 0$ , pak se  $\mathcal{H}_\Lambda$  opravdu *stane* Rindlerovým horizontem, a to *globálně*. Toto chování je sice v obecném souladu se vzorcem  $S_\Lambda = 3\pi/\Lambda$ , protože v limitě dostaneme  $S_0 = \infty$ , ale evidentně tu vyvstává problém, nakolik je tato entropie objektivně reálná. *Nekonečná* entropie totiž v Minkowského prostoru nedává vůbec žádný smysl.<sup>69</sup>

Věřím, že bylo užitečné zde tyto otázky podrobněji zmínit, neboť přiřazení termodynamické teploty a entropie vakua je ústředním bodem *kvantové gravitace* a úzce souvisí s pojmem „energie vakua“. Podle našeho dnešního chápání kvantové teorie pole není vakuum pouhé prázdno bez jakékoli aktivity, ale na nepatrných rozměrech prostoru a času je naopak plné neustálého hemžení. Takzvané *virtuální* částice a antičástice se neustále vynořují z ničeho a vzápětí v něm opět mizí v důsledku „kvantových fluktuací“. Očekáváme, že tyto kvantové fluktuace budou na Planckově rozměrové škále  $l_P$  ovládány především *gravitačními* procesy. Provést přesné výpočty nezbytné k nalezení

této energie vakua je však za hranicí našich dnešních matematických možností a schopností. Obecné úvahy vycházející ze symetrií a relativity nám ale napovídají, že dobrým celkovým popisem vakuové energie by měl být tenzor energie  $\mathbf{T}_v$  tvaru

$$\mathbf{T}_v = \lambda \mathbf{g},$$

kde  $\lambda$  je vhodný koeficient. To vypadá úplně stejně jako tenzor  $\mathbf{T}(\Lambda)$  daný přítomností kosmologické konstanty  $\Lambda$  (viz výše). Proto se všeobecně tvrdí, že přirozené vysvětlení kosmologické konstanty je, že to je energie vakua, přičemž

$$\lambda = (8\pi)^{-1} \Lambda.$$

Z tohoto pohledu by „stupně volnosti“ zodpovědné za ohromnou kosmologickou entropii  $S_\Lambda$  pocházely z „kvantových fluktuací vakua“. Nešlo by však o „rozeznatelné“ stupně volnosti zmíněné výše, protože k objemu fázového prostoru by přispívaly rovnoměrně v celém prostoročase, a tvořily by tudíž jen *pozadí*, k němuž běžná fyzikální aktivita odehrávající se v prostoročase nejspíš nijak nepřispívá.

Závažnější problém takovéto interpretace ale plyne z výpočtů. Když se teoretičtí fyzici pokoušeli odhadnout skutečnou hodnotu  $\lambda$ , dospěli k následujícím třem diametrálně odlišným výsledkům:

$$\lambda = \infty, \quad \text{nebo} \quad \lambda = 0, \quad \text{nebo} \quad \lambda \approx t_p^{-2},$$

kde  $t_p$  je Planckův čas (viz kapitolu 3.2). První výsledek je nejpocitivější (a také velmi běžný, jakmile *přímočarým* způsobem aplikujeme pravidla kvantové teorie pole!), ale současně nejchybnější ze všech. Druhý a třetí jsou v podstatě jen odhady, co *bychom měli* dostat, kdybychom aplikovali jednu či druhou standardní renormalizační proceduru „zbavování se nekonečen“ (když tyto postupy provedeme dostatečně zručně, často dávají excelentně přesné výsledky v kvantových teoriích, jež *nezahrnují* gravitaci). Výsledek  $\lambda = 0$  byl dlouhou dobu favoritem, protože se obecně věřilo, že  $\Lambda = 0$  odpovídá skutečně pozorovaným vlastnostem našeho vesmíru. Od objevu zrychleného vzdalování dávných supernov (zmíněného v kapitole 2.1) se ale zdá, že pravděpodobnější je kladná kosmologická konstanta  $\Lambda > 0$ , což nově potvrdila i jiná měření. Proto je dnes preferován výsledek  $\lambda \neq 0$ . Pokud kosmologická konstanta  $\Lambda$  opravdu je energií vakua ve smyslu *gravitačních* „kvantových fluktuací“, pak jedinou přirozenou škálou je škála Planckova, a tak se zdá, že  $t_p$  (či ekvivalentně  $l_p$ ) anebo její malý násobek by *měly* určovat

### 3. KONFORMNÍ CYKLICKÁ KOSMOLOGIE

řádovou velikost  $\lambda$ . Z důvodů fyzikálních rozměrů veličin musí být  $\lambda$  nepřímo úměrná kvadrátu vzdálenosti, takže hrubý odhad zní  $\lambda \approx t_p^{-2}$ . Jak jsme však viděli v kapitole 2.1, pozorovaná hodnota  $\Lambda$  je něco jako

$$\Lambda \approx 10^{-120} t_p^{-2}.$$

Evidentně je tu něco zásadně špatně, ať už je to sama interpretace  $\lambda = (8\pi)^{-1}\Lambda$  anebo konkrétní výpočty!

Celé záležitosti zatím nerozumíme, a tak existuje spousta názorů a rozporů. Bude proto vcelku užitečné podívat se, jak se k celé záležitosti staví hypotéza konformní cyklické kosmologie KCK. Skutečný fyzikální statut  $S_\Lambda$  a  $T_\Lambda$  KCK *zásadním* způsobem neovlivňuje, protože i kdyby  $S_\Lambda$  a  $T_\Lambda$  opravdu určovaly fyzikálně „správné hodnoty“ entropie a teploty, schéma KCK by zůstalo stejné. Žádná černá díra vzniklá v našem známém vesmíru by nemohla dosáhnout velikosti, kdy by  $T_\Lambda$  výrazně ovlivnilo její vývoj. Pokud jde o  $S_\Lambda$ , ve své podstatě nijak neřeší problém zmíněný v úvodu kapitoly 3.4. Hádanka se totiž týká *rozeznatelných* stupňů volnosti (tedy těch, které se týkají skutečných dynamických procesů) a pouhé přidání „entropie“ s konstantní hodnotou  $3\pi/\Lambda$  na tom nic nezmění. Můžeme ji prostě ignorovat, protože v dynamice nejspíš nehraje žádnou roli. I kdyby byla „skutečná“, pravděpodobně neodpovídá žádným fyzikálně rozeznatelným stupňům volnosti. Tak nebo tak se osobně domnívám, že můžeme ignorovat  $S_\Lambda$  i  $T_\Lambda$  a pokračovat dobře i bez nich.

Schéma KCK na druhou stranu *podává* jasný a nekonvenční pohled týkající se vlivu kvantové gravitace na singularitu klasického prostoročasu. Nevyhnutelný vznik prostoročasných singularit v klasické obecné relativitě (kapitoly 2.4, 2.6, 3.3) vedl fyziky k tomu, že se uchýlili k *některé* verzi kvantové gravitace a pokusili se s její pomocí pochopit fyzikální důsledky extrémně velkých křivostí prostoročasu, jež očekáváme v okolí singularit. Zatím ale nebylo dosaženo prakticky žádné shody v tom, jak kvantová gravitace tyto klasicky singulární oblasti ovlivňuje. A dokonce nepanuje ani shoda v tom, co by „kvantová gravitace“ přesně měla být.

Teoretikové se nicméně poučili, že dokud je poloměr křivosti prostoročasu mnohem větší než Planckova délka  $l_p$  (viz kapitolu 3.2), je možno používat „klasický“ obraz prostoročasu, snad jenom mírně modifikovaný „kvantovými korekcemi“ standardních rovnic obecné relativity. Jakmile však křivost prostoročasu někde dosáhne extrémně velkých hodnot, poloměr křivosti klesne na absurdně malou hodnotu  $l_p$  (což je o 20 řádů méně než klasický poloměr



protonu), pak je nutno vzdát se dokonce i standardního popisu prostoročasu coby hladkého kontinua a nahradit ho něčím radikálně jiným.

John Wheeler a další už dávno snesli vážné argumenty, že dokonce i běžný plochý prostoročas naší zkušenosti má nejspíš turbulentní chaotický charakter, jestliže ho začneme zkoumat na miniaturní Planckově rozměrové škále. Pravděpodobně tam hluboko uvnitř má diskrétní granulární strukturu. Wheeler přišel i s představou, že efekty kvantové gravitace na Planckově úrovni způsobují, že se prostoročas kroutí a svinuje do topologicky netriviálních podob, které můžeme chápat jako „kvantovou pěnu“ anebo moře „červích děr“. <sup>70</sup> Jiní teoretikové se zase domnívají, že diskrétní struktura prostoročasu se projevuje v podobě propletených a zauzlených „smyček“, <sup>71</sup> spinových sítí, <sup>72</sup> mřížkových struktur, <sup>73</sup> kauzálních množin, <sup>74</sup> mnohostěnových struktur <sup>75</sup> a tak dále. <sup>76</sup> Také může jít o matematickou strukturu vycházející z kvantové mechaniky, jež se nazývá „nekomutativní geometrie“, <sup>77</sup> nebo že roli hraje vícerozměrná geometrie, v níž se vyvíjejí strunové a membránovité entity. <sup>78</sup> Je též možné, že prostoročas se úplně vytrácí a že náš běžný makroskopický popis prostoru a času se vynořuje jenom jako užitečná pomůcka odvozená z nějaké fundamentálnější a primitivnější geometrické struktury, což je případ „machovských“ teorií <sup>79</sup> anebo „twistorové“ teorie. <sup>80</sup> Z uvedené přehršle diametrálně odlišných nápadů je zjevné, že nepanuje vůbec žádná shoda, co se na Planckově rozměrové škále s „prostoročasem“ opravdu odehrává.

Naproti tomu KCK tvrdí, že ve velkém třesku se nic takhle divokého a revolučního neděje. Model poskytuje *konzervativní* obraz perfektně hladkého prostoročasu. Od Einsteinovy teorie se liší jenom tím, že v něm není žádná konkrétní konformní škála. Časový vývoj můžeme získat konvenčními matematickými postupy. Podle KCK by ale singularity objevující se hluboko uvnitř černých děr měly úplně jinou strukturu než singularita velkého třesku a nám by nezbylo než použít tam exotickou fyziku, která dokáže ničit informace. Možná by zahrnovala některé z myšlenek kvantové gravitace lišící se od dnešního klasického pojetí prostoročasu, snad některou z výše zmíněných divokých představ.

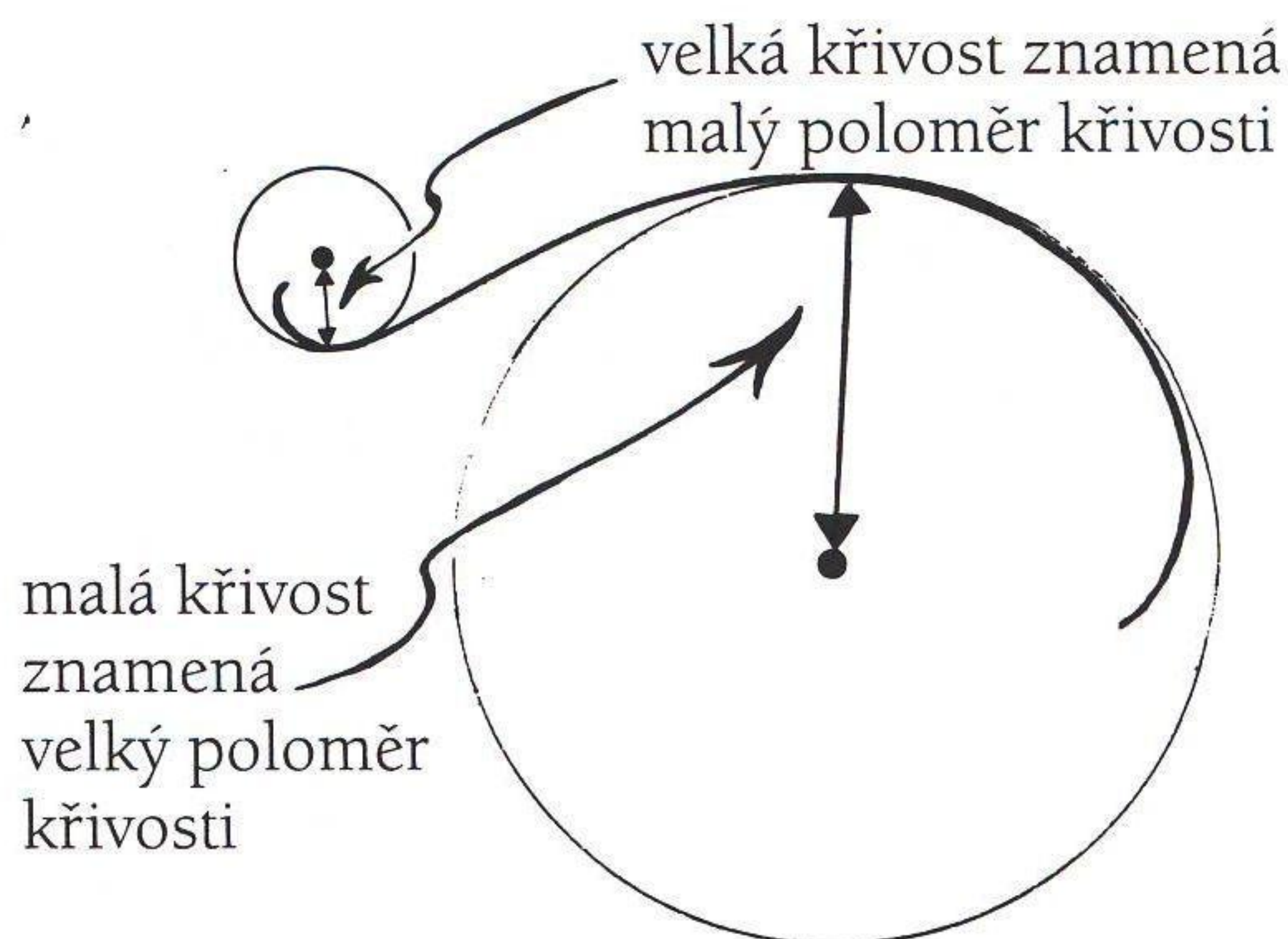
Už mnoho let se domnívám, že oba dva odlišné singulární konce času mají opravdu různý charakter. To je v souladu s druhým zákonem termodynamiky, protože z nějakého důvodu byly gravitační stupně volnosti silně potlačeny na počátku času, nikoli však na jeho konci. Vždy mi ale přišlo divné, proč by kvantová gravitace měla s oběma typy singularit zacházet od-

### 3. KONFORMNÍ CYKLICKÁ KOSMOLOGIE

lišným způsobem. V souladu s převládajícím názorem jsem si představoval, že geometrie v bezprostředním okolí *obou* druhů prostoročasových singularit by měla mít strukturu určenou *kvantovou gravitací*. Oproti všeobecnému mínění jsem však postupně dospěl k názoru, že skutečná „kvantová gravitace“ musí mít časově asymetrickou povahu zahrnující v sobě i nezbytnou modifikaci standardních pravidel kvantové teorie, jak jsem uvedl ke konci kapitoly 3.4.

Před formulací hypotézy KCK jsem ale netušil, že velký třesk by mohl být popisován v zásadě *klasickou* evolucí ovládanou deterministickými diferenciálními rovnicemi, jako jsou rovnice standardní obecné relativity. Je tu však problém: Jak by se KCK mohla vyhnout tomu, že ohromná křivost prostoročasu s poloměrem řádu Planckovy délky  $l_P$  v blízkosti velkého třesku znamená nezbytnost zapojit do hry *kvantovou gravitaci* se všemi komplikacemi a chaotickým chováním? KCK na to poskytuje přirozenou odpověď, totiž že není křivost jako křivost. Anebo přesněji: Weylova křivost  $C$  není totéž co Einsteinova křivost  $E$  (ta druhá se dá ekvivalentně vyjádřit pomocí Ricciho křivosti, viz kapitolu 2.6 a dodatek A). Hypotéza KCK souhlasí s tím, že jakmile se poloměr křivosti prostoročasu přiblíží Planckově délce, šílenství kvantové gravitace (ať už je to cokoli) určitě převládne. Musí ale jít o *Weylovu* křivost popsanou konformním tenzorem křivosti  $C$ . Poloměry křivosti obsažené v Einsteinově tenzoru  $E$  tedy mohou být libovolně malé a geometrie prostoročasu přesto dál zůstane v podstatě klasická a hladká. Ale jenom dokud jsou poloměry Weylovy křivosti mnohem *větší* než Planckova délka (obrázek 3.22).

V KCK platí, že při velkém třesku bylo  $C = 0$  (poloměry Weylovy křivosti tedy byly *nekonečné*), takže se můžeme oprávněně domnívat, že k jeho popisu stačí v zásadě klasické úvahy. Detailní charakter velkého třesku každého eónu je zcela určen tím, co se stalo ve vzdálené budoucnosti předchozího eónu. To by mělo vést k pozorovatelným důsledkům, jež popíšeme v závěrečné kapitole 3.6. Klasické rovnice i nadále popisují vývoj nehmotných polí, jež byla přítomna v daleké budoucnosti bezprostředně předcházejícího eónu, a předávají je do velkého třesku eónů následujících. Dnes převládající názor mezi kosmology naopak zní, že velmi raný vesmír a velký třesk je ovládan *kvantovou gravitací*. Tímto způsobem v podstatě (vyjádřeno pomocí pojmu „inflatonové pole“) vysvětluje inflační kosmologie nepatrné odchylky v teplotě reliktního mikrovlnného záření, které dnes pozorujeme na obloze (dosahují relativní velikosti  $10^{-5}$ ): coby počáteční „kvantové fluktuace“. Jak



**Obr. 3.22** „Poloměr křivosti“ je inverzní mírou zakřivení: je malý pro velkou křivost a naopak velký pro malou křivost. Obecně se má za to, že kvantová gravitace převládne, jakmile se poloměry křivosti přiblíží Planckově délce. Hypotéza KCK ale tvrdí, že se to vztahuje pouze na Weylovu křivost.

ale uvidíme v následující kapitole, model KCK přichází s úplně jiným pohledem na původ pozorovaných anizotropií reliktního záření.

### 3.6 POZOROVATELNÉ DŮSLEDKY

Nyní bych rád přistoupil k otázce, zdali je možné najít nějaký specifický důkaz pro to, že je model KCK správný nebo naopak chybný. Na první pohled by se mohlo zdát, že najít jakékoli svědectví o údajném „eónu“ před velkým třeskem je zcela mimo naše možnosti pozorování vesmíru. Velký třesk byl přece tak žhavý, že musel smazat veškerou informaci a definitivně nás oddělit od hypotetické aktivity odehrávající se před ním. Měli bychom si však uvědomit, že náš velký třesk byl extrémně spořádaný, jak ihned plyne z druhého zákona termodynamiky. Z argumentů rozvedených v této knize je také vidět, že ona „uspořádanost“ umožňuje konformní prodloužení našeho velkého třesku do předchozího eónu. Tvrdím, že toto prodloužení se řídí specifickou a deterministickou vývojovou rovnicí. Můžeme tedy doufat, že v principu je možné skrz velký třesk předcházející eón opravdu „spatřit“!

Musíme se zamyslet nad tím, jaké konkrétní rysy daleké budoucnosti předchozího eónu by mohly být tímto způsobem pozorovatelné. Pokud je KCK správná hypotéza, můžeme si být jisti, že celková prostorová geometrie

### 3. KONFORMNÍ CYKLICKÁ KOSMOLOGIE

rie našeho eónu přesně odpovídá geometrii předchozího eónu. Pokud byl předchozí eón například prostorově konečný, musí být prostorově konečný i náš dnešní vesmír. Jestliže měl na velkých škálách předchozí eón naopak plochou eukleidovskou geometrii třírozměrného prostoru ( $K = 0$ ), pak to též musí platit i dnes. A kdyby měl hyperbolickou geometrii ( $K < 0$ ), našli bychom ji i v našem kosmu. To vše plyne z podmínky hladkého napojení třírozměrných prostorových řezů na přechodu velkého třesku, jenž je společný našemu i předcházejícímu eónu. Tento fakt sám o sobě ale nemá žádnou unikátní vypovídací hodnotu, protože z praktického hlediska nedokážeme žádným nezávislým způsobem změřit celkovou prostorovou geometrii předchozího eónu.

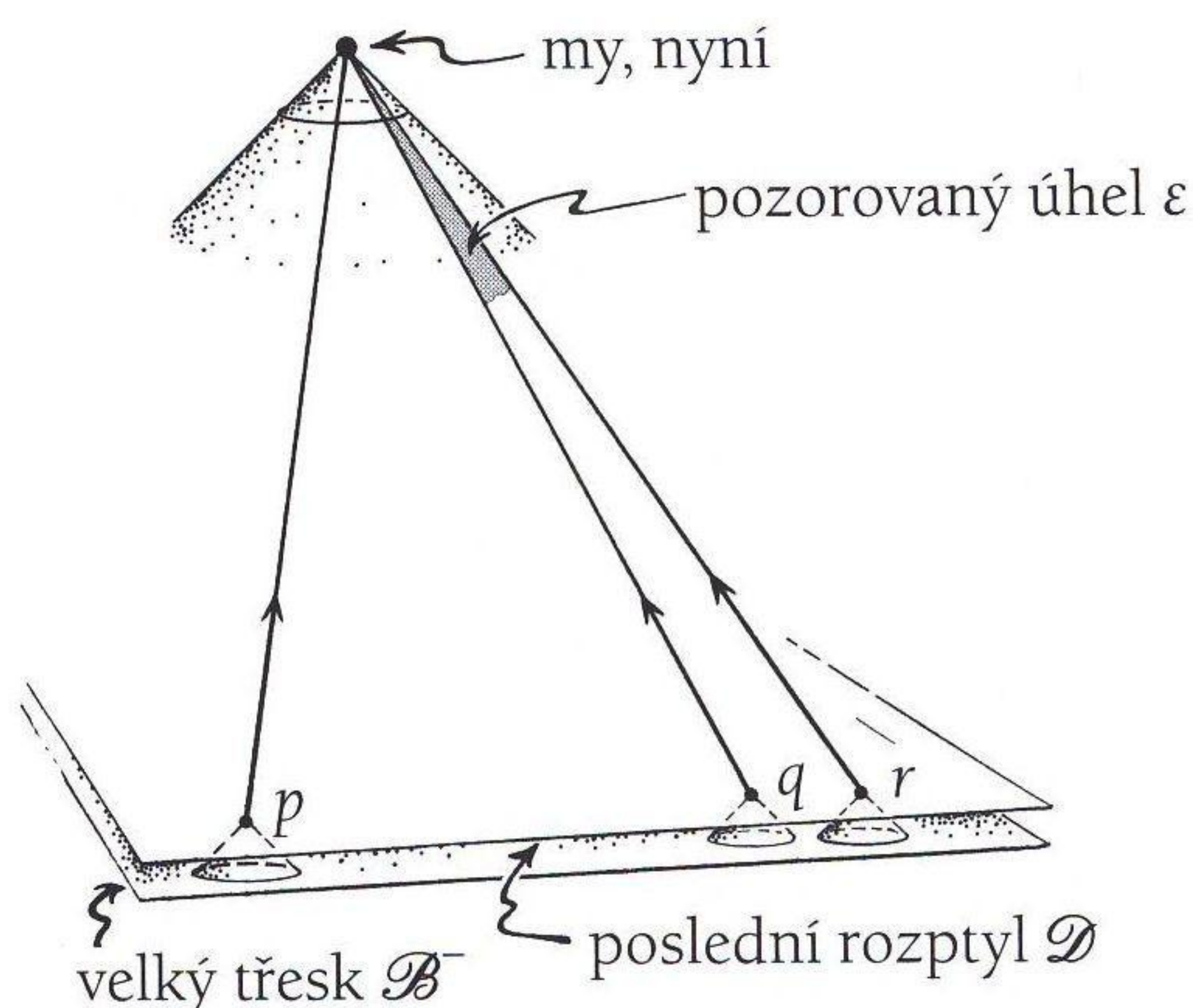
Na menší rozměrové škále však vstupuje do hry konkrétní rozložení hmoty, které se v průběhu eónu určitým způsobem vyvíjí a přeskupuje. *Finální* charakter této hmoty má podobu nehmotného záření (v souladu s požadavkem KCK popsaným v kapitole 3.2), jež může zanechat svůj specifický otisk na třírozměrné ploše přechodu mezi eóny. Existuje tudíž šance, že bychom ho mohli zachytit coby nepatrné nepravidelnosti v reliktním mikrovlnném záření. Naším úkolem je nyní zjistit, jaký je nejdůležitější proces odehrávající se na konci předchozího eónu, a pokusit se rozluštit příslušný signál skrytý v malých nepravidelnostech reliktního záření.

Abychom dokázali signály tohoto typu správně interpretovat, potřebujeme dobře pochopit děje, které je vyvolaly. Proto musíme pečlivě prozkoumat dynamické procesy v předchozím eónu a také způsob, jakým se informace mohou přenášet z jednoho eónu do druhého. Abychom dospěli k jasným závěrům, nezbyvá nám než předpokládat, že předcházející eón se v obecných rysech podobal tomu našemu a že se tudíž choval velmi podobně jako náš pozorovaný vesmír, včetně budoucího osudu.

Především tedy očekáváme, že ve své závěrečné fázi se předchozí eón nacházel ve stavu exponenciální expanze způsobené dominující kladnou kosmologickou konstantou (předpokládáme, že  $\Lambda$  byla opravdu konstanta). Rychlé exponenciální rozpínání v závěru minulého eónu se přitom nápadně podobá inflační fázi dnes tolik populárního modelu našeho velmi raného vesmíru, až na to, že standardní inflace se měla odehrát nikoli v minulém eónu, ale v čase mezi  $10^{-36}$  s a  $10^{-32}$  s po velkém třesku *našeho* eónu (viz kapitoly 2.1 a 2.6). Podle KCK se naopak tato „inflační fáze“ exponenciálního rozpínání odehrála již na konci předchozího eónu, tedy *před* naším velkým třeskem. V kapitole 3.3 jsem se již zmínil o tom, že s podobnou myšlenkou

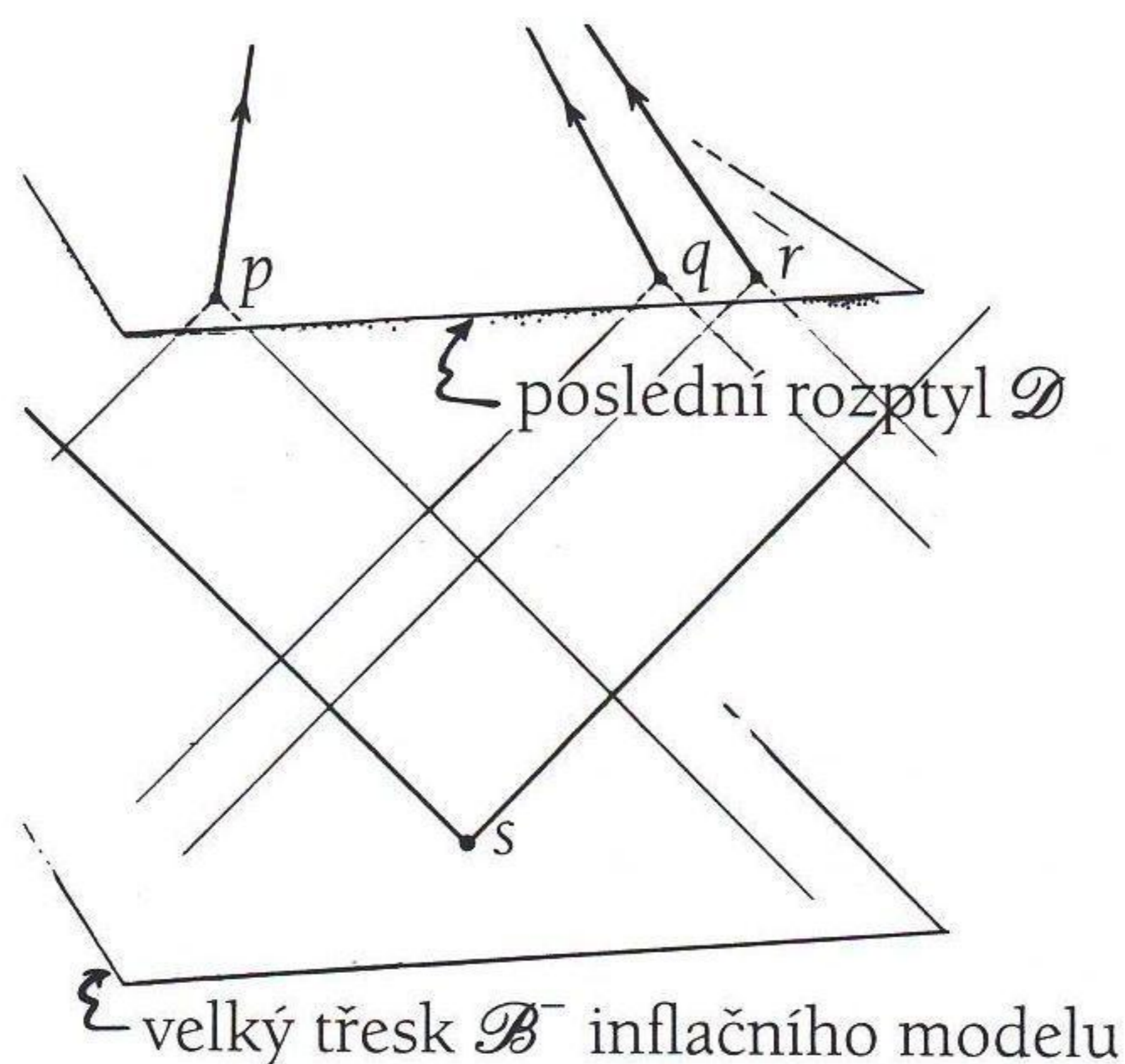
přišel Gabriele Veneziano,<sup>81</sup> byt' tehdy v roce 1998 vycházel z představ strunové teorie.

Důležité je, že oba klíčové jevy, jež poskytují experimentální oporu obecné myšlenky inflační kosmologie, lze stejně dobře použít i na obdobné teorie vesmíru „před velkým třeskem“. Konkrétně se jedná o pozorované korelace v rozložení teploty reliktního mikrovlnného záření v závislosti na úhlu mezi porovnávanými směry na obloze (až do  $60^\circ$ ). Tyto korelace není možné vysvětlit původními kosmologickými modely Friedmannova nebo Tolmanova typu (kapitoly 2.1 a 3.3), ledaže by sám velký třesk už tyto korelace obsahoval. Zmíněná nekonzistence je znázorněna na schematickém konformním diagramu na obrázku 3.23. Vidíme, že plocha posledního rozptylu  $\mathcal{D}$  reliktního záření (místo oddělení záření od hmoty, viz kapitolu 2.2) se nachází příliš blízko plochy velkého třesku  $\mathcal{B}^-$ , takže jevy sledované na obloze z naší dnešní pozice, jež jsou vzdáleny více než zhruba  $2^\circ$  od sebe, nemohly nikdy být ve vzájemném kauzálním kontaktu. Předpokládá se přitom, že všechny korelace vznikly až díky procesům odehrávajícím se po velkém třesku a že různé body na  $\mathcal{B}^-$  byly zcela nezávislé. V modelech inflace jsou korelace, jež pozorujeme v reliktním záření, vysvětleny tím, že „inflační fáze“ od sebe vzdálí plochy  $\mathcal{B}^-$  a  $\mathcal{D}$  v konformním diagramu,<sup>82</sup> takže z našeho dnešního



**Obr. 3.23** Podle standardních (tedy neinflačních) kosmologií by reliktní záření z bodů na obloze vzdálených od sebe o úhel větší než zhruba  $\varepsilon = 2^\circ$  nemělo být korelováno. Minulé světelné kužele z příslušných bodů  $q$  a  $r$  na ploše posledního rozptylu  $\mathcal{D}$  se totiž neprotínají. Ve skutečnosti ale pozorujeme korelace teplot z bodů vzdálených až  $\sim 60^\circ$ , jako třeba mezi body  $p$  a  $r$  na obloze.

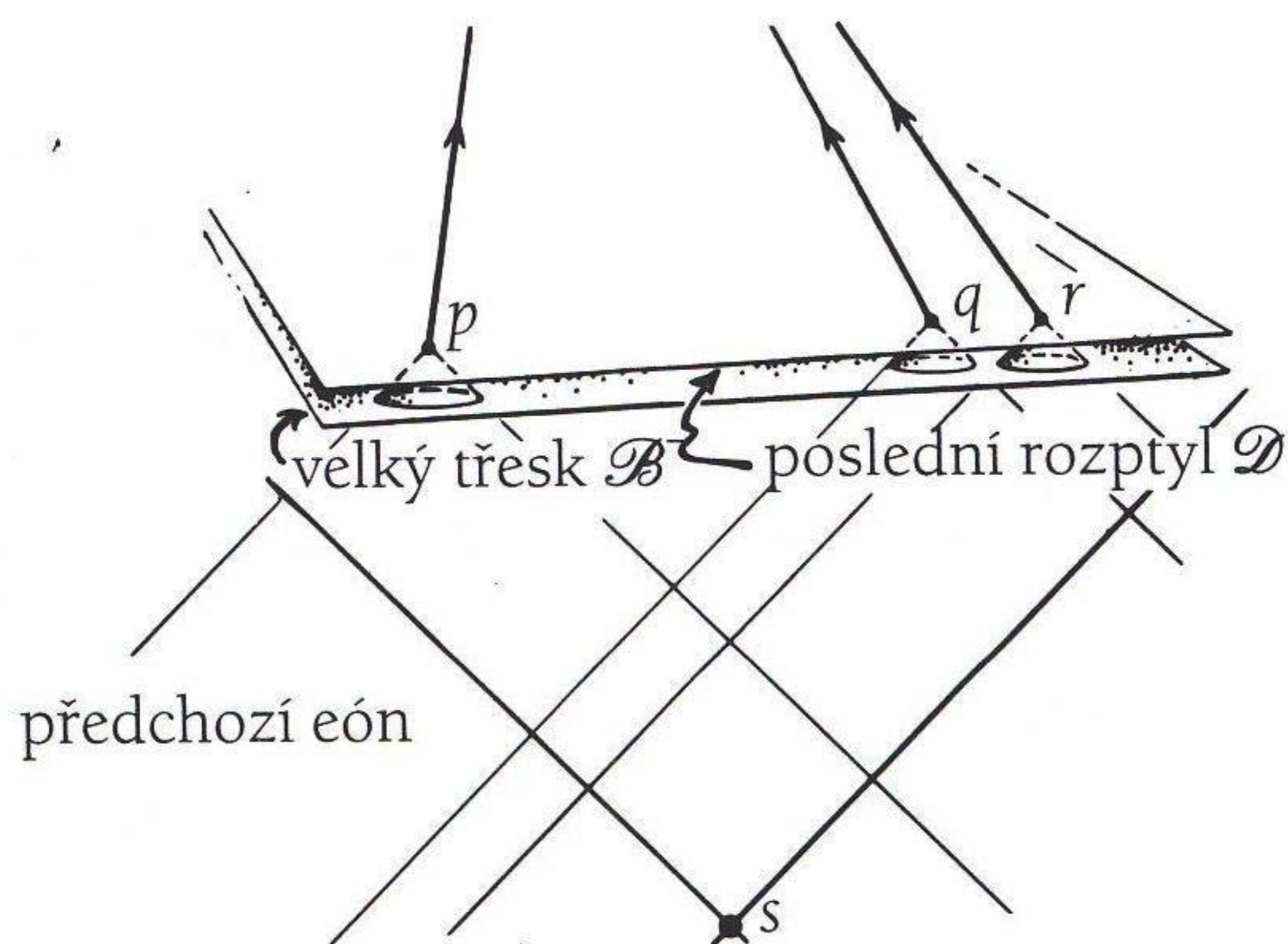
### 3. KONFORMNÍ CYKLICKÁ KOSMOLOGIE



**Obr. 3.24** Inlace zvětší vzdálenost  $\mathcal{D}$  od  $\mathcal{B}^-$ , takže vzniknou korelace mezi body vyznačenými na obrázku 3.23.

pohledu vidíme kauzálně propojené body na mnohem větších úhlových vzdálenostech, viz obrázek 3.24.

Druhým pozorovaným jevem často pokládáným za důkaz inflace je fakt, že počáteční fluktuace v hustotě hmoty, jež se otiskly do teplotních fluktuací reliktního záření, mají spektrum, které ve velkém rozsahu *nezávisí na rozměrové škále*. Inflační kosmologie to vysvětluje tím, že na samém počátku krátce po velkém třesku existovaly zcela náhodné perturbace vzniklé jako *kvantové fluktuace* „inflatonového pole“ (kapitola 2.6). Když pak nastoupila inflační fáze exponenciální expanze, zvětšily se ony počáteční perturbace do obrovských velikostí. Z nich se následně staly<sup>83</sup> skutečné nerovnoměrnosti, jež pozorujeme v rozložení (především temné) hmoty. A poněvadž exponenciální expanze zachovává proporce, je přirozené, že nahodilost počátečních fluktuací v prostoročasu se přenesse i do rozložení hmoty po inflaci, jež *nebude záviset na rozměrové škále*. Dokonce už dávno před formulací inflační kosmologie navrhli v roce 1970 E. R. Harrison a J. B. Zeldovič, že pozorované odchylky od rovnoměrného rozložení hmoty v raném vesmíru by mohly být vysvětleny z předpokladu *škálově invariantních* počátečních fluktuací. Inlace tento předpoklad fyzikálně zdůvodnila. Analýza následných měření reliktního záření navíc potvrdila jeho škálovou invarianci v daleko větším rozsahu, než se původně předpokládalo, což inflační ideji poskytlo silnou oporu. Zejména proto, že jen stěží si dokážeme představit jiný robustní mechanismus, který by pozorovanou invarianci vysvětloval.



**Obr. 3.25** Podle modelu KCK mohou korelace mezi body vyznačenými na obrázku 3.23 vzniknout v důsledku dějů, které se odehrály v předchozím eónu.

Kdybychom se rozhodli inflační scénář zavrhnout, museli bychom najít nějaké alternativní vysvětlení škálové invariance i korelací hustotních nerovnoměrností přesahujících velikost horizontu. V modelu KCK (stejně jako v předchozím Venezianově schématu) se oba problémy řeší obdobně jako ve standardním modelu inflace. Inflační fáze exponenciální expanze vesmíru bezprostředně po velkém třesku je pouze nahrazena závěrečnou exponenciální expanzí předchozího eónu *před* naším velkým třeskem. Protože i v tomto případě je expanze vesmíru proporcionální, můžeme jako ve standardní inflaci očekávat, že hustotní fluktuace budou mít škálově invariantní charakter. Navíc dostaneme i korelace přesahující horizont Friedmannových a Tolmanových modelů, až na to, že příčina korelací tkví v událostech, které se odehrály v předchozím eónu, viz obrázek 3.25.

Abychom zjistili, o jaké konkrétní události šlo, potřebujeme najít nejdůležitější procesy odehrávající se na konci minulého eónu. A musíme začít od zásadní otázky. V kapitole 3.3 jsem se zmínil, že existuje možnost vycházející z myšlenky Johna A. Wheelera (a je nutno brát ji vážně), totiž že fundamentální konstanty přírody *nemusely* mít v předchozím eónu stejné hodnoty jako v našem vesmíru. Nejjednodušší možností je, že obrovské číslo  $N$  zavedené na konci kapitoly 3.2, které má v našem vesmíru hodnotu  $N \approx 10^{20}$ , mohlo být v předchozím eónu odlišné. Problém má dvě strany. Jistě by bylo pohodlnější *předpokládat*, že základní fyzikální konstanta  $N$  byla kdysi úplně stejná jako dnes, anebo že vývoj vesmíru příliš nezávisí na (rozumně malé) změně tohoto čísla. Na druhou stranu, jsou-li změny ve fyzikálních procesech

### 3. KONFORMNÍ CYKLICKÁ KOSMOLOGIE

vyvolané změnou  $N$  v principu pozorovatelné, dostáváme do ruky vzrušující možnost exaktně *zjistit*, zdali je zmíněný parametr opravdu fundamentální konstantou (možná dokonce i vyčíslitelnou matematickým postupem) či nikoli, tedy zda se eón od eónu *mění* způsobem, který by mohl být podroben observačním testům.

Pak je tu i řada dalších otazníků ohledně budoucího vývoje našeho vesmíru v tomto eónu. Zde jsou požadavky vynucené KCK jasnější. Kupříkladu  $\Lambda$  musí být opravdu kosmologická *konstanta*, má-li se náš eón nade všechny meze exponenciálně rozpínat. Také Hawkingovo vypařování černých děr musí být *skutečný* fyzikální jev a musí trvat tak dlouho, dokud se úplně všechny nevypaří a veškerá jejich klidová energie se nepřemění na nízkoenergetické fotony a gravitační záření. To musí platit i pro největší černé díry. Je opravdu možné Hawkingovo záření z předchozího eónu *naměřit*? Musíme mít na paměti, že celá hmota-energie černé díry, bez ohledu na to, jak byla na začátku veliká, se nakonec musí přeměnit na elektromagnetické záření s nízkou frekvencí. Tato energie potom projde skrz přechodovou plochu mezi eóny a zanechá svůj otisk v reliktním záření našeho vesmíru. Pokud je hypotéza KCK správná, není nemožné tuto informaci v principu vydolovat z nepatrných nepravidelností reliktního mikrovlnného záření. Byl by to opravdu pozoruhodný kosmologický výsledek, protože Hawkingovo záření v našem vlastním eónu je až absurdně malé a prakticky neměřitelné!

Dalším neortodoxním důsledkem hypotézy KCK je, že klidové hmotnosti všech částic by se měly dříve či později rozpadnout a za velmi dlouhý čas přiblížit nule (kapitola 3.2). V asymptotickém čase by všechny přeživší částice (včetně nabitých) měly mít jen nulovou hmotnost. Rozpad hmot částic by podle tohoto schématu měl být univerzální a pozorovatelný jev. V současné době ale nedokážeme ani řádově odhadnout rychlost rozpadu klidových hmotností částic. Je možné, že rozpad probíhá nesmírně pomalu, takže fakt, že jsme zatím tento jev experimentálně nezaznamenali, nelze použít jako vážný argument proti KCK. V této souvislosti je dobré učinit poznámku, že kdyby se hmotnosti všech druhů částic rozpadaly podobně, projevovalo by se to efektivně jako pomalé slábnutí gravitační konstanty. V roce 1998 činila experimentálně zjištěná horní mez na pokles gravitační konstanty  $1,6 \times 10^{-12}$  za rok.<sup>84</sup> Musíme si ale uvědomit, že časová škála  $10^{12}$  let je zcela nepatrná ve srovnání s obdobím  $10^{100}$  let, jež je nezbytné k vypaření všech černých děr. V době psaní této knihy neznám žádný nápad, jak expe-

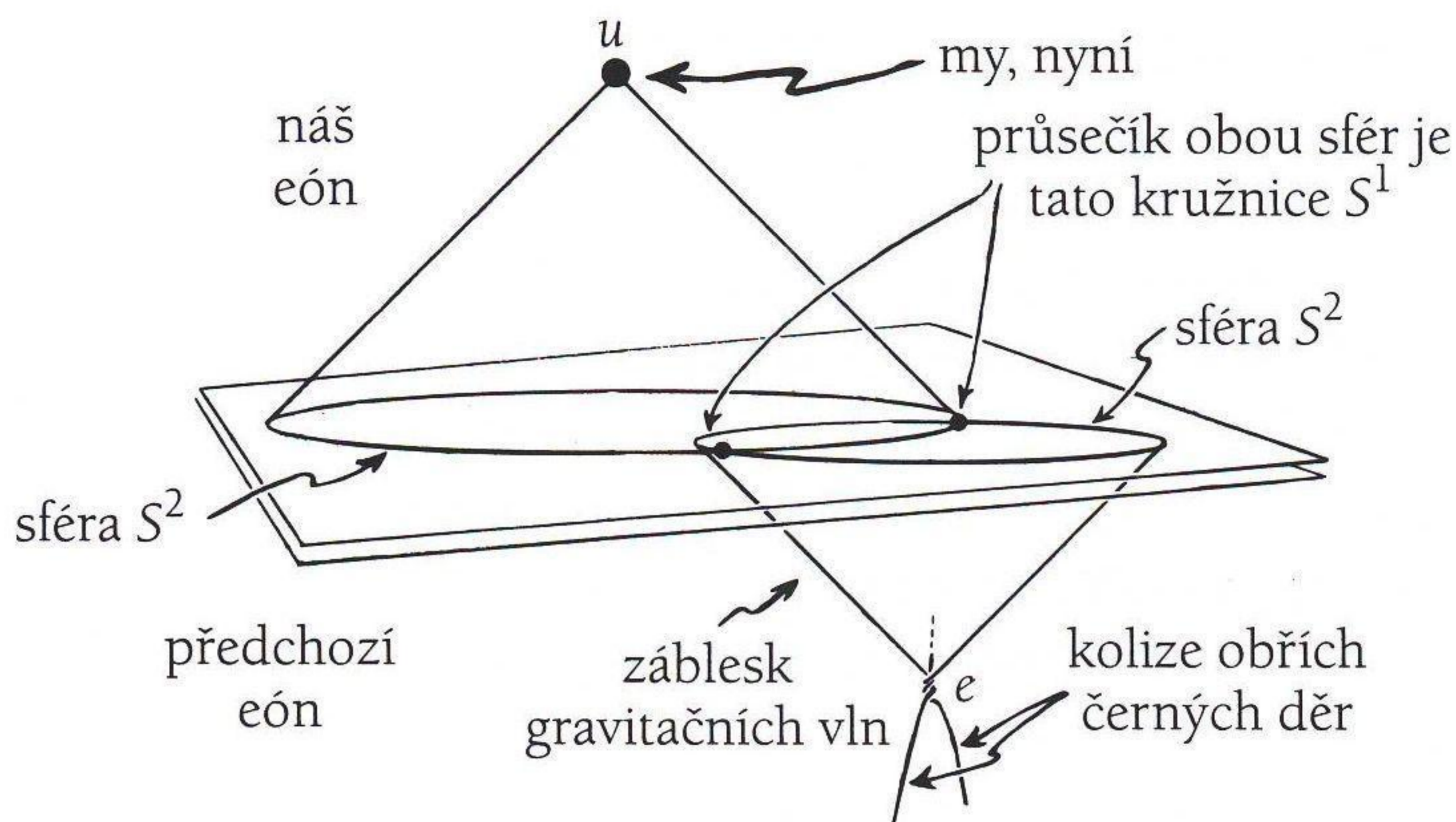


rimentálně otestovat zmíněný aspekt KCK nevyhnutelně vyžadující rozpad klidových hmotností částic.

Existuje však jeden jasný důsledek KCK, který by bylo možné ověřit vhodnou analýzou struktury reliktního mikrovlnného záření. Jedná se o projev gravitačních vln generovaných při velmi blízkých setkáních a srážkách extrémně hmotných černých děr (zejména těch v jádrech galaxií). Jaký by byl výsledek těchto kolizí? Jestliže se obě díry těsně minou, můžeme očekávat, že výrazně změní směr svého pohybu. To vyvolá impulzní záblesk gravitačního záření, který odnese podstatnou část energie systému, a relativní pohyby obou děr se výrazně zmenší. Jestliže je setkání extrémně blízké, může dokonce dojít k zachycení obou děr na vázané orbitě kolem společného těžiště. Díry pak budou obíhat kolem sebe po stále těsnější spirále, protože gravitační vlny budou neustále odnášet vazbovou energii. Až se celá vyzáří, pohltí se černé díry navzájem a splynou v jednu. V extrémních případech může vzniknout jedna díra i přímou srážkou. Bezprostředně po kolizi bude tato černá díra silně zdeformovaná, ale postupně se bude zklidňovat tím, že se její nesymetrie vyzáří v podobě gravitačního záření. Ve všech případech je výsledkem velmi silná emise gravitačních vln odnášející podstatnou část ohromné celkové hmotnosti obou srážejících se černých děr.

S ohledem na nesmírně dlouhá časová období, o nichž zde uvažujeme, by se zmíněné záblesky gravitačních vln měly odehrát prakticky okamžitě. Protože ke konci eónu ve vesmíru již nejsou přítomny výrazné deformující jevy, bude mít toto záření v podstatě charakter sférické impulzní slupky neustále se zvětšující rychlostí světla z místa  $e$ , kde došlo ke srážce černých děr. Ve (schematickém) konformním diagramu na obrázku 3.26 je tento záblesk energie a hybnosti reprezentován do budoucna orientovaným světelným kuželem  $\mathcal{C}^+(e)$  vycházejícím z  $e$  až na  $\mathcal{I}^\wedge$  (kde  $\mathcal{I}^\wedge$  označuje  $\mathcal{I}^+$  předchozího eónu). Mohlo by se zdát, že záření se před dosažením  $\mathcal{I}^\wedge$  zeslabí na nulu, a tudíž ho na  $\mathcal{I}^\wedge$  můžeme úplně zanedbat. Ve skutečnosti tomu tak ale není. Vzpomeňte si (viz kapitolu 3.2), že gravitační pole je popsáno tenzorem  $\mathbf{K}$  řádu  $\begin{bmatrix} 0 \\ 4 \end{bmatrix}$ , jenž splňuje konformně invariantní vlnovou rovnici  $\nabla\mathbf{K} = 0$ . Díky konformní invarianci této vlnové rovnice můžeme pokládat  $\mathbf{K}$  za vlnu šířící se prostoročasem obrázku 3.26. Budoucí světelné nekonečno  $\mathcal{I}^\wedge$  je v něm jen běžný třírozměrný povrch. Vlna proto dosáhne  $\mathcal{I}^\wedge$  v konečném afinním čase a  $\mathbf{K}$  na něm bude mít konečnou hodnotu, kterou lze odhadnout z geometrie obrázku 3.26.

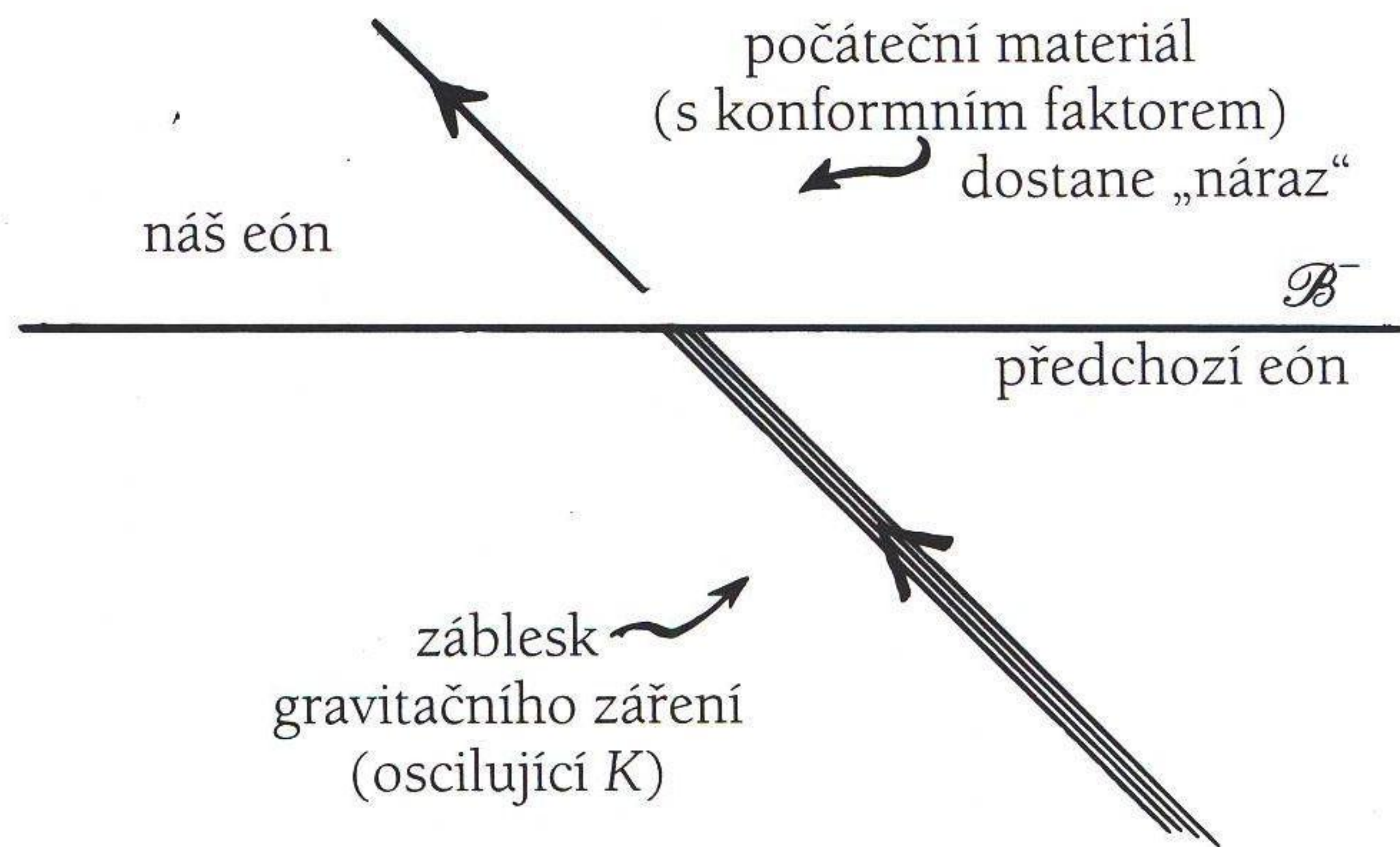
### 3. KONFORMNÍ CYKLICKÁ KOSMOLOGIE



**Obr. 3.26** Setkání a srážky obřích černých děr v předchozím eónu by vyvolaly silné záblesky gravitačních vln. Ty by se měly projevit jako kružnice mírně zvýšené anebo snížené teploty (dle příslušné geometrie prostoročasu) reliktního mikrovlnného záření pozorovaného na obloze.

Protože existuje jednoznačný vztah mezi  $\mathbf{K}$  a konformním tenzorem  $\mathbf{C}$  daný konformním přeškálováním metriky použitým ke konstrukci obrázku 3.26 (konkrétně jde o vzorec  $\hat{\mathbf{C}} = \Omega \hat{\mathbf{K}}$ , viz kapitolu 3.2), Weylův konformní tenzor  $\mathbf{C}$  bude na  $\mathcal{I}^\wedge$  nulový, ale jeho normálové derivace přes  $\mathcal{I}^\wedge$  budou nenulové (viz obrázek 3.27; srovnej s obrázkem 3.6). Pomocí argumentů uvedených v dodatku B.12 pak zjistíme, že nenulovost normálové derivace má dva okamžité důsledky. Prvním je ovlivnění *konformní geometrie* přechodové plochy ( $\mathcal{I}^\wedge$  resp.  $\mathcal{B}^-$ ) popsané takzvaným Cottonovým-Yorkovým tenzorem. Nemůžeme tedy čekat, že by prostorová geometrie následujícího eónu (našeho vesmíru) byla v okamžiku velkého třesku přesně FLRW typu, jež má vysokou mírou symetrie, ale budou se v ní nacházet nepatrné nerovnosti. Druhým a přímo měřitelným důsledkem je, že materiálové pole  $\omega$  (o němž jsme v kapitole 3.2 uvedli, že bylo počátečním stadiem nové *temné hmoty*) obdrží nezanedbatelný „náraz“ ve směru gravitačního záření, viz obrázek 3.27.

Představuje-li bod  $u$  naši dnešní polohu v prostoročase, pak minulý světelný kužel  $\mathcal{C}^-(u)$  končící v  $u$  reprezentuje onu část vesmíru, kterou dnes můžeme „spatřit“. Průsečík  $\mathcal{C}^-(u)$  s plochou posledního rozptylu  $\mathcal{D}$  pak představuje právě to, co nyní vidíme v reliktním mikrovlnném záření. Protože však v přesném konformním diagramu je  $\mathcal{D}$  velmi blízko přechodové



**Obr. 3.27** Když záblesk gravitačního záření dosáhne třírozměrné hranice přechodu, udělí počátečnímu materiálu následujícího eónu „náraz“ ve směru šíření vlny.

hranici  $\mathcal{B}^-$  (jsou vzdáleny jen asi 1 % celkové výšky celého eónu zobrazeného na konformního diagramu), nedopustíme se příliš velké chyby,<sup>85</sup> když nahradíme průsečík kužele  $\mathcal{C}^-(u)$  s  $\mathcal{D}$  průsečíkem kužele  $\mathcal{C}^-(u)$  s  $\mathcal{B}^-$ . Zanedbáme-li všechny nerovnosti v rozložení hmoty v našem eónu, bude to geometricky přesná *sféra*. Budoucí světelný kužel  $\mathcal{C}^+(e)$  vycházející z  $e$  rovněž protne  $\mathcal{I}^\wedge (= \mathcal{B}^-)$  v geometrické sféře, protože můžeme zanedbat hustotní perturbace v závěru *předchozího* eónu. Z toho důvodu bude ona část záření pocházejícího ze srážky černých děr v  $e$ , kterou můžeme dnes přímo spatřit v reliktním záření, ležet v průsečíku obou zmíněných sfér na  $\mathcal{B}^-$ . Tímto průsečíkem je geometricky přesná *kružnice*  $C$  (zanedbáme-li drobný rozdíl mezi trojrozměrnými plochami  $\mathcal{B}^-$  a  $\mathcal{D}$ ).

„Náraz“, při kterém se předá energie a hybnost z impulzní gravitační vlny do (předpokládané) primordiální temné hmoty, bude mít složku mířící do našeho směru. Ta bude orientována buď od nás, nebo k nám v závislosti na geometrické poloze  $u$  vůči  $e$  a vůči ploše přechodu, přičemž konkrétní volba jedné z obou možností bude vždy stejná pro celou kružnici  $C$ . Můžeme proto očekávat, že každému setkání či srážce supermasivních černých děr v závěru předchozího eónu, u něhož se obě zmíněné sféry protnuly, bude odpovídat jedna kružnice na mapě reliktního záření oblohy, která bude mít teplotu buď o něco vyšší, nebo o něco nižší než průměr.

Jako užitečnou analogii si můžeme představit jezírko, na které dopadá jemný déšť za poklidného dne. Každá kapka vyvolá na hladině vlnku ve

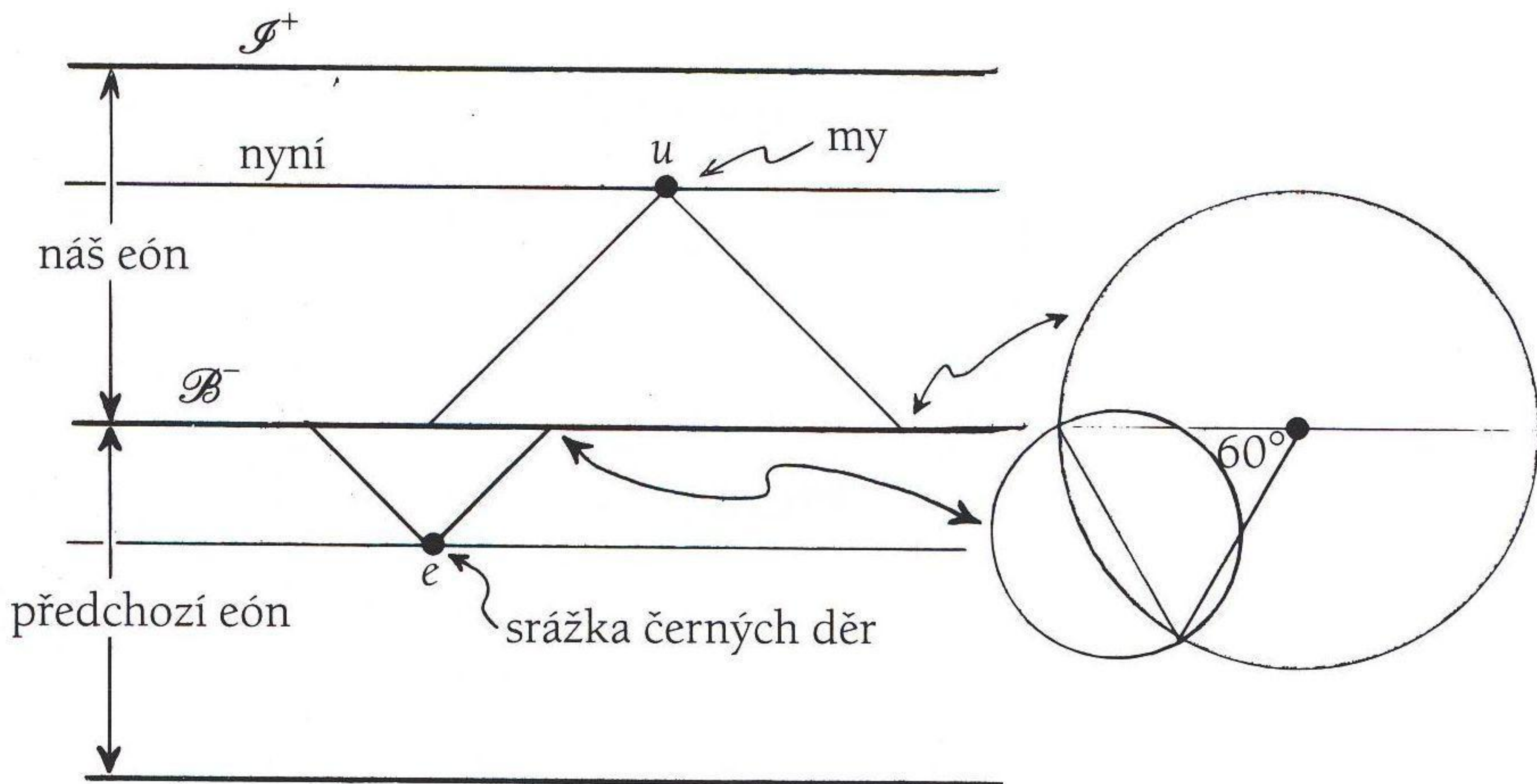
### 3. KONFORMNÍ CYKLICKÁ KOSMOLOGIE

tvaru kruhu zvětšujícího se od místa dopadu. Jestliže ale je takových dopadů mnoho, jednotlivé vlnky se brzy pomíchají a bude obtížné je rozlišit, protože se všechny stále zvětšují a navzájem složitě překrývají. Každý individuální dopad kapky si můžeme představit jako analogii setkání či srážky černých děr. Po určité době déšť ustane (v naší analogii to odpovídá skutečnosti, že se černé díry postupně vypaří Hawkingovým zářením) a zanechá po sobě náhodně vypadající složitý obraz rozvlněné hladiny. Z fotografie je obtížné na první pohled zjistit, že vznikla výše zmíněným procesem. Kdybychom ale provedli pečlivou statistickou analýzu obrazu, mohlo by se nám podařit (netrval-li déšť příliš dlouho) zrekonstruovat původní časové i prostorové uspořádání jednotlivých dopadů kapek a ověřit, že celý scénář je správný.

Zdalo se mi, že vhodná statistická analýza mapy reliktního mikrovlnného záření by mohla posloužit jako dobrý test modelu KCK. Když jsem na začátku května 2008 navštívil Princetonskou univerzitu, využil jsem příležitosti a celou záležitost probíral s Davidem Spergelem, uznávaným světovým odborníkem na analýzu reliktního záření. Zeptal jsem se ho, zdali někdo tento efekt v naměřených datech už nenašel. Odpověděl mi „ne“ a pokračoval, že „nikdo ale něco takového ani nehledal!“. Záhy nato předložil problém svému asistentovi Amiru Hajianovi. Ten provedl předběžnou analýzu dat napozorovaných družicí WMAP. Snažil se najít efekt, který jsem právě popsal.

Hajian udělal toto: Zvolil posloupnost různě velkých poloměrů od úhlového rozměru  $1^\circ$  až po úhlový rozměr  $60^\circ$  s krokem zhruba po  $0,4^\circ$  (celkem tedy vyzkoušel 171 různých poloměrů kružnic na nebeské sféře). Pro každý z těchto poloměrů zkonstruoval příslušné kružnice se středy v celkem 196 608 různých bodech na obloze a spočítal průměrnou teplotu reliktního záření na jejich obvodu. Z toho pak vyrobil histogram, z něhož bylo možné určit, jestli naměřená data vykazují nějakou prokazatelnou odchylku od náhodného „gaussovského chování“. Okamžitě v histogramu spatřil „špičky“, jež zřetelně naznačovaly přítomnost několika specifických kružnic, tak jak předpověděl model KCK. Brzy se ale ukázalo, že jde jenom o falešný poplach. Příslušné kružnice totiž procházely speciálními oblastmi na obloze. Například rovinou naší Galaxie, o které se ví, že obsahuje chladnější a žhavější místa než reliktní záření přicházející z hlubokého vesmíru. Aby se tento lokální vliv potlačil, byly oblasti ležící blízko galaktického disku z analýzy vyjmuty. Fiktivní „špičky“ z histogramu okamžitě zmizely.

Na tomto místě je dobré poznamenat, že většina kružnic generujících zmíněné špičky měla na obloze úhlový poloměr větší než  $30^\circ$ . Takové kružnice



**Obr. 3.28** Vypadá to, že se nacházíme v necelých  $2/3$  konformního diagramu reprezentujícího náš eón. Pokud byl předchozí eón podobný a k setkáním či srážkám obřích černých děr v něm došlo v obdobné fázi, měli bychom očekávat vymizení korelací na úhlech větších než  $60^\circ$ .

ale nemohly dle modelu KCK vůbec vzniknout, jestliže měl předchozí eón obdobnou historii jako náš současný. Srážky galaktických černých děr by se totiž nemohly uskutečnit před tím, co by se dalo označit za „dnešní stáří vesmíru“ v předchozím eónu. Ten se nachází zhruba ve  $2/3$  výšky konformního diagramu (obrázek 3.28). Jednoduchá geometrická úvaha pak vede k závěru, že srážky černých děr v místech  $e$ , jež leží výše než  $2/3$  konformního diagramu předchozího eónu, by nutně vytvořily kružnice o poloměrech *menších* než  $30^\circ$ , nahlíženo z naší dnešní polohy  $u$ . To je v rozporu s pozorovanými (fiktivními) špičkami v histogramu. Teplotní korelace, které by tyto efekty měly vyvolat, by proto na nebeské sféře neměly zaujímat více než  $60^\circ$ . Je vskutku kuriózní, že reálně pozorované korelace v naměřeném reliktním mikrovlnném záření se na úhlové škále  $60^\circ$  *opravdu vytrácejí*. Pokud je mi známo, tento fakt nedokáže standardní inflační model nijak vysvětlit. Snad bychom to mohli pokládat za nepřímý argument ve prospěch hypotézy konformně cyklické kosmologie.

I po odstranění zmíněných fiktivních špiček v histogramu zůstalo v Hajianově analýze několik dalších systematických odchylek od náhodného gaussovského rozložení. Indikovaly přebytek chladnějších korelačních kružnic s poloměry mezi  $7^\circ$  a  $15^\circ$  a dle mého názoru si zasluhovaly podrobné

### 3. KONFORMNÍ CYKLICKÁ KOSMOLOGIE



**Obr. 3.29** Rotace oblohy reliktního záření (pomocí vzorce  $\theta' = \theta$ ,  $\varphi' = \varphi + 3a\pi\theta^2 - 2a\theta^3$ ) ve sférických souřadnicích. Z kružnic se tím stanou eliptické objekty.

vysvětlení. Je samozřejmě možné, že nemají vůbec nic společného s KCK. Klíčové bylo, zda tyto odchylky mají přesně tvar *kružnic*, anebo by se daly najít, i kdybychom studovali korelace jiných geometrických tvarů. Právě kruhový tvar korelací je charakteristickou předpovědí hypotézy KCK. Proto jsem navrhl, aby se celá analýza zopakovala, ale se zahrnutím dodatečné „rotace“ nebeské sféry (zachovávající velikost ploch), viz obrázek 3.29. Skutečné kružnice na nebeské sféře by se tím zdeformovaly do eliptických tvarů. Můj návrh zněl provést tři různé analýzy: jednu bez rotace, jednu s malou rotací a jednu s velkou rotací. Očekával jsem, že KCK v takovém případě předpovídá, že největší negaussovské efekty by měly nastat v prvním případě bez rotace. Při malé rotaci by měly být menší a možná by úplně vymizely při velké rotaci.

Výsledek analýzy (kterou Hajian provedl na podzim roku 2008) mě ale totálně překvapil! Zcela systematickým způsobem v celém rozsahu poloměrů od  $8,4^\circ$  do  $12,4^\circ$  (tedy pro 12 následných kružnic v tomto intervalu histogramu) malá rotace nebeské sféry ve skutečnosti zmíněný negaussovský efekt zřetelně *zvýraznila*. Velká rotace ho pak dle očekávání prakticky vymazala. V jiných oblastech histogramu se daly vypozerovat náznaky ve prospěch kruhového charakteru korelací. Nejprve jsem byl těmito výsledky šokován. Nedokázal jsem pochopit, jak by malá rotace mohla zvýraznit pozorovaný jev. Pak mě ale napadlo možné vysvětlení. Třeba je v našem eónu hmota rozložena dosti nehomogenně, což systematickým způsobem deformuje kruhové obrazy do mírně eliptických tvarů.<sup>86</sup> Vzpomeňme si na kapitolu 2.6, kde jsem uvedl, že obrazy dokáže značným způsobem deformovat Weylova křivost (viz obrázek 2.48). Zvýraznění jevu v důsledku malé rotace by pak

### 3.6 POZOROVATELNÉ DŮSLEDKY

mohlo být dle mého názoru způsobeno příznivým souladem mezi umělou rotací nebeské sféry provedenou v počítači se skutečnou deformací vzniklou díky Weylově křivosti v některých částech oblohy. Na jiných místech oblohy by rotace deformaci *neodpovídala*, ale celkový efekt by stále byl za příznivých okolností pozorovatelný, neboť neodpovídající si výsledky transformace by se ztratily v „šumu“.

Bohužel, pravděpodobná přítomnost nezanedbatelných deformací způsobených Weylovou křivostí celou analýzu značně komplikuje. Možná by bylo dobré rozdělit nebeskou sféru do několika menších oblastí a pokusit se v nich nezávisle identifikovat míru Weylova zakřivení podél pozorovaného směru mezi  $u$  a trojrozměrným povrchem  $\mathcal{D}$  posledního rozptylu. Snad se nám pak i podaří dát ji do fyzikální souvislosti se známými nehomogenitami v rozložení hmoty ve vesmíru (tedy kupami galaxií a velkými prázdnými „dutinami“<sup>87</sup>). Každopádně je velmi vzrušující, kam až nás zavedla analýza reliktního záření. Můžeme jenom doufat, že otevřené otázky se podaří zodpovědět v blízké budoucnosti. V takovém případě by se jednoznačně vyjasnil i skutečný fyzikální význam konformní cyklické kosmologie.

# EPILOG

Tomáš nedůvěřivě pohlédl na tetu Priscillu a pak prohlásil: „Tak *tohle* je ta nejbláznivější věc, jakou jsem kdy slyšel!“

Přidal do kroku, aby našel auto, kterým pojedou zpátky domů. Teta šla kousek za ním. Teď se však na chvíli zastavil a zadíval na dešťové kapky padající na hladinu mlýnského rybníka. Déšť skoro ustal a přešel v jemné mžení. Bylo jasně vidět, jak na hladinu dopadají jednotlivé kapky. Tomáš na ně chvíli koukal. Ten pohled ho nutil přemýšlet, jestli...



# KONFORMNÍ ŠKÁLOVÁNÍ, SPINORY, MAXWELLOVA A EINSTEINOVA TEORIE

Většina rovnic, které uvádím v následujících dodatcích, s výhodou využívá formalismu spinorů. Nebylo nutné ho použít, protože vše je možné zapsat i pomocí obvyklejších čtyřrozměrných tenzorů. Spinorový formalismus je ale jednodušší, chceme-li matematicky vyjádřit konformní invarianci veličin a vztahů (viz dodatek A.6). Poskytuje také možnost systematictěji popsat šíření nehmotných polí různých typů a příslušné „Schrödingerovy“ rovnice.

Používám zde stejnou konvenci jako v monografii Penrose a Rindler (1984, 1986), včetně symboliky abstraktních indexů.<sup>1</sup> Jen kosmologickou konstantu zde označuji  $\Lambda$ , namísto  $\lambda$  jako v uvedené monografii. Skalární křivost je oproti  $\Lambda$  zde rovna  $\frac{1}{24}R$ . Odkazy na rovnice začínající „P&R“ přímo odkazují na monografii. Ve skutečnosti lze všechny zde uvedené rovnice najít ve druhém svazku vyšlém v roce 1986. Einsteinův tenzor  $E_{ab}$  užitý zde je záporně vzatý tenzor z monografie  $R_{ab} - \frac{1}{2}R g_{ab}$  (znaménka Ricciho tenzoru  $R_{ab}$  jsou stejná). Proto mají Einsteinovy rovnice tvar (viz kapitoly 2.6 a 3.5)

$$E_{ab} = \frac{1}{2}R g_{ab} - R_{ab} = 8\pi G T_{ab} + \Lambda g_{ab}.$$

## A.1: NOTACE SPINORŮ: MAXWELLOVY ROVNICE

Formalismus (dvoukomponentových) spinorů pracuje s veličinami, které mají abstraktní spinorové indexy (odpovídající komplexnímu dvourozměrnému prostoru spinů), jež budu označovat velkými latinskými písmenky psanými kurzivou. Tyto indexy jsou buď bez čárky ( $A, B, C, \dots$ ), nebo s čárkou ( $A', B', C', \dots$ ), jež na sebe přecházejí komplexním sdružením. Komplexifikovaný tečný prostor v každém bodě prostoročasu je tenzorovým součinem nečárkovaného a čárkovaného prostoru spinů. To nám dovoluje s výhodou použít notaci abstraktních indexů s identifikací

$$a = AA', \quad b = BB', \quad c = CC', \quad \dots,$$

## DODATEK A

přičemž malá latinská písmenka psaná kurzivou ( $a, b, c, \dots$ ) přísluší tečným prostorům prostoročasu. Vyjádřeno přesněji, tečným prostorům přísluší horní indexy, zatímco kotečné prostory jsou reprezentovány dolními indexy.

Antisymetrický tenzor Maxwellova pole  $F_{ab}$  ( $= -F_{ba}$ ) lze ve spinorovém počtu reprezentovat pomocí symetrického spinoru se dvěma indexy  $\phi_{AB}$  ( $= \phi_{BA}$ ) předpisem

$$F_{ab} = \phi_{AB}\varepsilon_{A'B'} + \bar{\phi}_{A'B'}\varepsilon_{AB},$$

kde  $\varepsilon_{AB}$  ( $= -\varepsilon_{BA} = \overline{\varepsilon_{A'B'}}$ ) je veličina definující komplexní symplektickou strukturu prostoru spinů. S metrikou je propojena abstraktním vztahem

$$g_{ab} = \varepsilon_{AB}\varepsilon_{A'B'}.$$

Spinorové indexy se zvyšují a snižují pomocí následujícího předpisu (pozor na přesné uspořádání indexů u epsilonů!)

$$\xi^A = \varepsilon^{AB}\xi_B, \quad \xi_B = \xi^A\varepsilon_{AB}, \quad \eta^{A'} = \varepsilon^{A'B'}\eta_{B'}, \quad \eta_{B'} = \eta^{A'}\varepsilon_{A'B'}.$$

Maxwellovy rovnice elektromagnetického pole (které lze souhrnně zapsat  $\nabla\mathbf{F} = 4\pi\mathbf{J}$ , viz kapitolu 3.2), jejichž zdrojem je čtyřvektor  $\mathbf{J}$  náboje a proudu, mají tvar

$$\nabla_{[a}F_{bc]} = 0, \quad \nabla_a F^{ab} = 4\pi J^b.$$

(Hranaté závorky zde označují antisymetrizaci indexů v nich obsažených, zatímco kulaté závorky označují symetrizaci těchto indexů.) Zákon zachování náboje a proudu pak má tvar

$$\nabla_a J^a = 0.$$

Ve spinorové podobě mají Maxwellovy rovnice a zákon zachování podobu (P&R 5.1.52, 5.1.54)

$$\nabla^{A'B}\phi^A_B = 2\pi J^{AA'}, \quad \nabla_{AA'}J^{AA'} = 0.$$

V nepřítomnosti zdrojů (tedy pro  $\mathbf{J} = 0$ ) dostáváme pak volné Maxwellovy rovnice (v kapitole 3.2 zapsané  $\nabla\mathbf{F} = 0$ )

$$\nabla^{AA'}\phi_{AB} = 0.$$

### A.3: VELIČINY POPIŠUJÍCÍ KŘIVOST PROSTOROČASU

#### A.2: („SCHRÖDINGEROVA“) ROVNICE PRO NEHMOTNÁ POLE

Poslední z uvedených rovnic je speciálním případem  $n = 2$  obecnější rovnice pro nehmotné volné pole se spinem  $\frac{1}{2}n > 0$ . Jedná se o „Schrödingerovu rovnici“,<sup>2</sup> viz P&R 4.12.42:

$$\nabla^{AA'} \varphi_{ABC\dots E} = 0,$$

kde  $\varphi_{ABC\dots E}$  má  $n$  indexů a je úplně symetrický

$$\varphi_{ABC\dots E} = \varphi_{(ABC\dots E)}.$$

Pro případ  $n = 0$  pole bez spinu se tato rovnice obvykle zapisuje  $\square\varphi = 0$ , přičemž symbol  $\square$  představuje d'Alembertův operátor definovaný

$$\square = \nabla_a \nabla^a.$$

V zakřiveném prostoru je nutno použít operátor  $\nabla_a$  kovariantní derivace. Zde dáváme přednost tvaru rovnice (P&R 6.8.30)

$$\left(\square + \frac{R}{6}\right)\varphi = 0,$$

kde  $R = R_a^a$  je skalární křivost, protože tato rovnice je konformně invariantní (záhy vysvětlíme v jakém smyslu, viz A.6).

#### A.3: VELIČINY POPIŠUJÍCÍ KŘIVOST PROSTOROČASU

Riemannův-Christoffelův tenzor křivosti  $R_{abcd}$  má symetrie  $R_{abcd} = R_{[ab][cd]} = R_{cdab}$ ,  $R_{[abc]d} = 0$  a odpovídá komutátoru derivací (P&R 4.2.31)

$$(\nabla_a \nabla_b - \nabla_b \nabla_a)V^d = R_{abc}{}^d V^c.$$

To jednoznačně určuje i znaménkovou konvenci  $R_{abcd}$ . Ricciho tenzor  $R_{ac}$ , Einsteinův tenzor  $E_{ab}$  a Ricciho skalár  $R$  definujeme jako

$$R_{ac} = R_{abc}{}^b, \quad E_{ab} = \frac{1}{2}R g_{ab} - R_{ab}, \quad \text{kde } R = R_a^a.$$

Weylův konformní tenzor  $C_{abcd}$  definovaný (P&R 4.8.2)

$$C_{ab}{}^{cd} = R_{ab}{}^{cd} - 2R_{[a}{}^{[c} g_{b]}{}^{d]} + \frac{1}{3}R g_{[a}{}^{[c} g_{b]}{}^{d]},$$

má stejné symetrie jako  $R_{abcd}$  a navíc je jeho stopa nulová

$$C_{abc}{}^b = 0.$$

## DODATEK A

Ve spinorovém formalismu ho můžeme vyjádřit jako (P&R 4.6.41)

$$C_{abcd} = \Psi_{ABCD} \varepsilon_{A'B'} \varepsilon_{C'D'} + \bar{\Psi}_{A'B'C'D'} \varepsilon_{AB} \varepsilon_{CD},$$

kde *konformní spinor*  $\Psi_{ABCD}$  je úplně symetrický,

$$\Psi_{ABCD} = \Psi_{(ABCD)}.$$

Zbývající informace o  $R_{abcd}$  je obsažena ve skalární křivosti  $R$  a v bezestopé části Ricciho (respektive Einsteinova) tenzoru, jež je zakódována ve spinorové veličině se symetriemi a následující hermitovostí

$$\Phi_{ABC'D'} = \Phi_{(AB)(C'D')} = \overline{\Phi_{(CD)(A'B')}},$$

kde (P&R 4.6.21)

$$\Phi_{ABA'B'} = -\frac{1}{2}R_{ab} + \frac{1}{8}R g_{ab} = \frac{1}{2}E_{ab} - \frac{1}{8}R g_{ab}.$$

### A.4: NEHMOTNÉ ZDROJE GRAVITAČNÍHO POLE

V dodatku B nás budou zajímat především Einsteinovy rovnice gravitačního pole, jejichž zdroj je popsán (symetrickým) tenzorem  $T_{ab}$ , který je *bezestopý*,

$$T_a{}^a = 0,$$

protože ten popisuje *nehmotné* zdroje (tedy zdroje s nulovou klidovou hmotností). Pro ně má příslušná spinorová veličina  $T_{ABA'B'} = \bar{T}_{A'B'AB} = T_{ab}$  symetrie

$$T_{ABA'B'} = T_{(AB)(A'B')}.$$

Divergenční rovnici  $\nabla^a T_{ab} = 0$ , tedy  $\nabla^{AA'} T_{ABA'B'} = 0$ , lze proto vyjádřit

$$\nabla^{A'}{}_B T_{CDA'B'} = \nabla^{A'}{}_{(B} T_{CD)A'B'}.$$

Einsteinovy rovnice v takovém případě nabývají tvar (P&R 4.6.32)

$$\Phi_{ABA'B'} = 4\pi G T_{ab}, \quad R = 4\Lambda.$$

Jestliže zdroj *má* hmotnost, pak tenzor  $T_{ab}$  má nenulovou stopu

$$T_a{}^a = \mu,$$

a Einsteinovy rovnice mají podobu

$$\Phi_{ABA'B'} = 4\pi G T_{(AB)(A'B')}, \quad R = 4\Lambda + 8\pi G\mu.$$

### A.5: BIANCHIHO IDENTITY

Obecné Bianchiho identity  $\nabla_{[a}R_{bc]de} = 0$  lze ve spinorovém formalismu zapsat (P&R 4.10.7, 4.10.8)

$$\nabla^A{}_{B'}\Psi_{ABCD} = \nabla^{A'}{}_{(B}\Phi_{CD)A'B'} \quad \text{a} \quad \nabla^{CA'}\Phi_{CDA'B'} + \frac{1}{8}\nabla_{DB'}R = 0.$$

Je-li  $R$  konstantní, což nastává v přítomnosti *nehmotných* polí, dostáváme

$$\nabla^{CA'}\Phi_{CDA'B'} = 0, \quad \text{takže} \quad \nabla^A{}_{B'}\Psi_{ABCD} = \nabla^{A'}{}_{B}\Phi_{CDA'B'},$$

neboť symetrie v indexech  $BCD$  napravo je automaticky zaručena. Použijeme-li Einsteinovy rovnice pro nehmotná pole, dostáváme odtud

$$\nabla^A{}_{B'}\Psi_{ABCD} = 4\pi G \nabla^{A'}{}_{B}T_{CDA'B'},$$

viz (P&R 4.10.12). Poznamenejme, že pro  $T_{CDA'B'} = 0$  dostáváme rovnici (P&R 4.10.9)

$$\nabla^{AA'}\Psi_{ABCD} = 0,$$

což je rovnice uvedená v dodatku A.2 pro nehmotné pole se spinem 2, tedy pro  $n = 4$ .

### A.6: KONFORMNÍ ŠKÁLOVÁNÍ

Pro konformní přeškálování (s hladkým faktorem  $\Omega > 0$ )

$$g_{ab} \mapsto \hat{g}_{ab} = \Omega^2 g_{ab}$$

použijeme následující zápis pomocí abstraktních indexů

$$\begin{aligned} \hat{g}^{ab} &= \Omega^{-2} g^{ab}, \\ \hat{\epsilon}_{AB} &= \Omega \epsilon_{AB}, \quad \hat{\epsilon}^{AB} = \Omega^{-1} \epsilon^{AB}, \\ \hat{\epsilon}_{A'B'} &= \Omega \epsilon_{A'B'}, \quad \hat{\epsilon}^{A'B'} = \Omega^{-1} \epsilon^{A'B'}. \end{aligned}$$

Operátor  $\nabla_a$  se musí transformovat

$$\nabla_a \mapsto \hat{\nabla}_a,$$

takže působení operátoru  $\nabla_a$  na obecnou veličinu zapsanou ve spinorovém formalismu je

$$\hat{\nabla}_{AA'}\Phi = \nabla_{AA'}\Phi, \quad \hat{\nabla}_{AA'}\xi_B = \nabla_{AA'}\xi_B - \Upsilon_{BA'}\xi_A, \quad \hat{\nabla}_{AA'}\eta_{B'} = \nabla_{AA'}\eta_{B'} - \Upsilon_{AB'}\eta_{A'},$$

## DODATEK A

kde

$$Y_{AA'} = \Omega^{-1} \nabla_{AA'} \Omega = \nabla_a \log \Omega.$$

Zacházení s veličinami s více dolními indexy je analogické, jen každému indexu přísluší jeden dodatečný člen. (Horní indexy mají obdobná pravidla, ale ty zde nebudeme potřebovat.)

Zvolíme-li pro nehmotné pole  $\varphi_{ABC\dots E}$  konformní škálování

$$\hat{\varphi}_{ABC\dots E} = \Omega^{-1} \varphi_{ABC\dots E},$$

potom platí, že

$$\hat{\nabla}^{AA'} \hat{\varphi}_{ABC\dots E} = \Omega^{-3} \nabla^{AA'} \varphi_{ABC\dots E}.$$

Levá strana vymizí právě tehdy, když vymizí pravá, takže splnění rovnic pro volné nulové pole je konformně invariantní. V případě Maxwellova elektromagnetického pole se zdroji je konformní invariance celé soustavy rovnic  $\nabla^{A'B} \phi^A_B = 2\pi J^{AA'}$  a  $\nabla_{AA'} J^{AA'} = 0$  (viz dodatek A.2 a P&R 5.1.52, 5.1.54) zaručena při škálování

$$\hat{\phi}_{AB} = \Omega^{-1} \phi_{AB}, \quad \text{a} \quad \hat{J}^{AA'} = \Omega^{-4} J^{AA'},$$

neboť

$$\hat{\nabla}^{A'B} \hat{\phi}^A_B = \Omega^{-4} \nabla^{A'B} \phi^A_B \quad \text{a} \quad \hat{\nabla}^{AA'} \hat{J}_{AA'} = \Omega^{-4} J_{AA'}.$$

### A.7: YANGOVA-MILLSOVA POLE

Je důležité zmínit, že také Yangovy-Millsovy rovnice, které tvoří teoretický základ našemu porozumění silných i slabých interakcí mezi částicemi, jsou konformně invariantní (pokud ignorujeme *hmotnosti*, jež můžeme připsat až následnému působení Higgsova pole). Intenzity Yangova-Millsova pole lze popsat tenzorovou veličinou („křivostí bandlu“),

$$F_{ab\Theta\Gamma} = -F_{ba\Theta\Gamma},$$

kde (abstraktní) indexy  $\Theta, \Gamma, \dots$  se vztahují ke grupě vnitřních symetrií (např.  $U(2)$ ,  $U(3)$  a tak podobně) příslušné interakce. Tuto křivost bandlu můžeme reprezentovat pomocí spinorové veličiny  $\phi_{AB\Theta\Gamma}$ , viz (P&R 5.5.36), jako

$$F_{ab\Theta\Gamma} = \phi_{AB\Theta\Gamma} \varepsilon_{A'B'} + \bar{\phi}_{A'B'\Theta\Gamma} \varepsilon_{AB},$$

## A.8: ŠKÁLOVÁNÍ TENZORŮ ENERGIE PRO NULOVOU HMOTNOST

kde pro unitární vnitřní grupu se komplexním sdružením z dolního vnitřního indexu stává horní vnitřní index a naopak. Rovnice pole pak odrážejí prakticky totéž co Maxwellovy rovnice, ale doplněné o vnitřní index. Z toho důvodu se konformní invariance Maxwellovy teorie přenáší i na Yangovy-Millsovy rovnice, neboť vnitřní indexy  $\Theta, \Gamma, \dots$  se při konformním škálování nemění.

### A.8: ŠKÁLOVÁNÍ TENZORŮ ENERGIE PRO NULOVOU HMOTNOST

Měli bychom také uvést, že pro bezestopý tenzor energie  $T_{ab}$  (tedy takový, že  $T_a^a = 0$ ) škálování (P&R 5.9.2)

$$\hat{T}_{ab} = \Omega^{-2} T_{ab}$$

zachovává rovnici  $\nabla^a T_{ab} = 0$  vyjadřující zákon zachování, protože

$$\hat{\nabla}^a \hat{T}_{ab} = \Omega^{-4} \nabla^a T_{ab}.$$

V Maxwellově teorii je tenzor energie vyjádřený pomocí elektromagnetického pole  $F_{ab}$  ve spinorovém formalismu dán vztahem (P&R 5.2.4)

$$T_{ab} = \frac{1}{2\pi} \phi_{AB} \bar{\phi}_{A'B'}.$$

V případě Yangovy-Millsovy teorie stačí přidat dodatečné indexy,

$$T_{ab} = \frac{1}{2\pi} \phi_{AB\Theta\Gamma} \bar{\phi}_{A'B'\Theta\Gamma}.$$

Pro nehmotné skalární pole řídící se rovnicí  $(\square + \frac{1}{6}R)\varphi = 0$ , viz (P&R 6.8.30), dostáváme konformní invarianci (P&R 6.8.32)

$$\left(\hat{\square} + \frac{\hat{R}}{6}\right)\hat{\varphi} = \Omega^{-3} \left(\square + \frac{R}{6}\right)\varphi,$$

kde

$$\hat{\varphi} = \Omega^{-1}\varphi.$$

Potom příslušný tenzor energie (občas nazývaný „nový vylepšený“)<sup>3</sup> tvaru (P&R 6.8.36)

$$\begin{aligned} T_{ab} &= C\{2\nabla_{A(A'}\varphi\nabla_{B')B}\varphi - \varphi\nabla_{A(A'}\nabla_{B')B}\varphi + \varphi^2\Phi_{ABA'B'}\} = \\ &= \frac{1}{2}C\{4\nabla_a\varphi\nabla_b\varphi - g_{ab}\nabla_c\varphi\nabla^c\varphi - 2\varphi\nabla_a\nabla_b\varphi + \frac{1}{6}R\varphi^2g_{ab} - \varphi^2R_{ab}\}, \end{aligned}$$

kde  $C$  je kladná konstanta, splňuje všechny požadované podmínky

$$T_a{}^a = 0, \quad \nabla^a T_{ab} = 0, \quad \hat{T}_{ab} = \Omega^{-2} T_{ab}.$$

### **A.9: KONFORMNÍ ŠKÁLOVÁNÍ WEYLOVA TENZORU**

Konformní spinor  $\Psi_{ABCD}$  obsahující veškerou informaci o konformní křivosti prostoročasu je konformně invariantní, tedy (P&R 6.8.4)

$$\hat{\Psi}_{ABCD} = \Psi_{ABCD}.$$

Povšimněte si pozoruhodného (a důležitého) rozporu mezi touto konformní invariancí veličiny  $\Psi_{ABCD}$  a vztahem, který je nezbytný pro zachování invariance rovnic nehmotného pole, jež vyžadují dodatečný faktor  $\Omega^{-1}$  napravo. Abychom se s tímto problémem vyrovnali, definujeme odvozenou veličinu  $\psi_{ABCD}$ , která je všude úměrná  $\Psi_{ABCD}$ , ale škáluje se podle pravidla

$$\hat{\psi}_{ABCD} = \Omega^{-1} \psi_{ABCD}.$$

V takovém případě zjistíme, že naše „Schrödingerova rovnice“ pro gravitony<sup>4</sup> (P&R 4.10.9)

$$\nabla^{AA'} \psi_{ABCD} = 0$$

je ve vakuu ( $T_{ab} = 0$ ) konformně invariantní. V kapitole 3.2 jsme tuto rovnici zapsali v symbolickém tvaru

$$\nabla K = 0.$$

Podobně jako u Weylova tenzoru  $C_{abcd}$ , viz dodatek A.3 a (P&R 4.6.41), můžeme definovat spinorovou veličinu

$$K_{abcd} = \psi_{ABCD} \varepsilon_{A'B'} \varepsilon_{C'D'} + \bar{\psi}_{A'B'C'D'} \varepsilon_{AB} \varepsilon_{CD}$$

a najít odpovídající škálování

$$\hat{C}_{abcd} = \Omega^2 C_{abcd}, \quad \hat{K}_{abcd} = \Omega K_{abcd},$$

které jsme v kapitole 3.2 symbolicky psali ve tvaru  $\hat{C} = \Omega^2 C$ ,  $\hat{K} = \Omega K$ .



# ROVNICE NA PŘECHODU EÓNŮ

Stejně jako v dodatku A používám i zde abstraktní indexy v notaci převzaté z monografie Penrose a Rindler (1984, 1986). Kosmologickou konstantu označuji  $\Lambda$  namísto „ $\lambda$ “ a skalární křivost označovanou v monografii symbolem „ $\Lambda$ “ zde pokládám rovnu  $\frac{1}{24}R$ . V následující analýze existují určité aspekty, které ještě nejsou zcela kompletní a definitivní a vyžadují hlubší rozbor a upřesnění. Zdá se mi však, že už máme k dispozici dobře definované klasické rovnice, které konzistentním a deterministickým způsobem umožňují přejít ze vzdálené budoucnosti jednoho eónu do oblasti těsně po velkém třesku následujícího eónu.

## B.1: METRIKY $\hat{g}_{ab}$ , $g_{ab}$ A $\check{g}_{ab}$

Prozkoumejme nyní geometrii v okolí trojrozměrné oblasti přechodu  $\mathcal{H}$ . V souladu s představami uvedenými v kapitole 3 budeme předpokládat, že existuje okolí  $\mathcal{C}$  hladkého konformního prostoročasu obsahující  $\mathcal{H}$ , jež sahá jak do budoucnosti, tak do minulosti  $\mathcal{H}$ . V okolí  $\mathcal{C}$  jsou před přechodem přítomna pouze nehmotná pole. Na tomto okolí zvolíme hladký metrický tenzor  $g_{ab}$  konzistentní s danou konformní strukturou (přinejmenším lokálně a zpočátku libovolně). Nechť Einsteinova fyzikální metrika ve čtyřrozměrné oblasti  $\mathcal{C}^\wedge$  těsně před  $\mathcal{H}$  je  $\hat{g}_{ab}$ , zatímco ve čtyřrozměrné oblasti  $\mathcal{C}^\vee$  těsně za  $\mathcal{H}$  je  $\check{g}_{ab}$ , přičemž platí

$$\hat{g}_{ab} = \Omega^2 g_{ab} \quad \text{a} \quad \check{g}_{ab} = \omega^2 g_{ab}.$$

(Poznamenejme, že jsme se zde poněkud odchýlili od konvence použité v kapitole 3.2, protože tam jsme pro Einsteinovu fyzikální metriku používali symbol  $g_{ab}$  „bez stříšky“. Explicitní vztahy z dodatku A však zůstávají i nadále v platnosti.) Zavedli jsme „mnemotechnické“ značení „ $\wedge$ “ a „ $\vee$ “ tvarem připomínající příslušné části světelných kuželů vycházejících z bodů  $\mathcal{H}$  do minulosti, respektive do budoucnosti. V obou těchto oblastech předpo-

## DODATEK B

kládáme platnost Einsteinových rovnic s fixní kosmologickou konstantou. Všechny hmotné zdroje v předcházející oblasti  $\mathcal{C}^\wedge$  pokládáme za *nehmotné*, takže jejich celkový tenzor energie  $\hat{T}_{ab}$  je *bezestopý*,

$$\hat{T}_a{}^a = 0.$$

Z důvodů, které se vyjasní později, budu pro tenzor energie v oblasti  $\mathcal{C}^\vee$  používat odlišné písmenko, totiž  $\check{U}_{ab}$ . Ukazuje se, že kvůli zaručení konzistence musí tento tenzor po přechodu získat malou nenulovou stopu

$$\check{U}_a{}^a = \mu,$$

takže v tenzoru energie se v oblasti  $\mathcal{C}^\vee$  musí vynořit příslušná složka odpovídající netriviální klidové hmotnosti. Můžeme vyslovit domněnku, že tento jev nějak souvisí s Higgsovým mechanismem,<sup>1</sup> ale tuto hypotézu nebudeme podrobně rozebírat. (Měli bychom rovněž poznamenat, že „stříškované“ veličiny, jako je třeba  $\hat{T}_{ab}$ , zvyšují a snižují své indexy pomocí  $\hat{g}^{ab}$  a  $\hat{g}_{ab}$ , respektive  $\hat{\epsilon}^{AB}$ ,  $\hat{\epsilon}^{A'B'}$ ,  $\hat{\epsilon}_{AB}$  a  $\hat{\epsilon}_{A'B'}$ , zatímco veličiny s „obrácenými stříškami“, jako  $\check{U}_{ab}$ , používají  $\check{g}^{ab}$ ,  $\check{g}_{ab}$ ,  $\check{\epsilon}^{AB}$ ,  $\check{\epsilon}^{A'B'}$ ,  $\check{\epsilon}_{AB}$  a  $\check{\epsilon}_{A'B'}$ .) Einsteinovy rovnice platí v obou oblastech  $\mathcal{C}^\wedge$  i  $\mathcal{C}^\vee$ , tedy

$$\hat{E}_{ab} = 8\pi G \hat{T}_{ab} + \Lambda \hat{g}_{ab},$$

$$\check{E}_{ab} = 8\pi G \check{U}_{ab} + \Lambda \check{g}_{ab},$$

a předpokládám *stejnou*<sup>2</sup> hodnotu kosmologické konstanty v obou oblastech, takže

$$\hat{R} = 4\Lambda, \quad \check{R} = 4\Lambda + 8\pi G \mu.$$

Zpočátku volíme metriku  $\mathbf{g}_{ab}$ , jež překlenuje oblast přechodu  $\mathcal{H}$  zcela libovolně (ale hladce a v souladu s konformní strukturou  $\mathcal{C}^\wedge$  a  $\mathcal{C}^\vee$ ). Později předložím svůj návrh, jak libovůli ve volbě  $\mathbf{g}_{ab}$  zafixovat vhodným a kanonickým způsobem. Nakonec tedy učiníme unikátní volbu  $\mathbf{g}_{ab}$ , kterou budeme označovat běžnou kurzivou, tedy „ $g_{ab}$ “. Pro příslušné křivosti  $R_{abcd}$  budu rovněž používat kurzivu.

### B.2: ROVNICE PRO $\mathcal{C}^\wedge$

Nejprve uvážíme rovnice týkající se oblasti  $\mathcal{C}^\vee$  a teprve potom budeme zkoumat druhou oblast  $\mathcal{C}^\wedge$  (viz dodatek B.11). Transformační pravidla pro Einsteinův (a Ricciho) tenzor můžeme vyjádřit (P&R 6.8.24)

$$\hat{\Phi}_{ABA'B'} - \Phi_{ABA'B'} = \Omega \nabla_{A(A'} \nabla_{B')B} \Omega^{-1} = -\Omega^{-1} \nabla_{A(A'} \nabla_{B')B} \Omega$$

spolu s

$$\Omega^2 \hat{R} - R = 6\Omega^{-1} \square \Omega,$$

tedy

$$\left(\square + \frac{R}{6}\right) \Omega = \frac{1}{6} R \Omega^3.$$

Poslední rovnice je z matematického hlediska velice zajímavá a nazývá se *Calabiho rovnice*.<sup>3</sup> Má také svůj fyzikální význam, protože je rovnicí pro konformně invariantní samointeragující skalární pole  $\omega$ , kterou v případě, kdy  $R = 4\Lambda$ , můžeme zapsat

$$\left(\square + \frac{R}{6}\right) \omega = \frac{2}{3} \Lambda \omega^3.$$

Každé řešení této „ $\omega$ -rovnice“, jak ji budu od této chvíle nazývat, nám poskytuje novou metriku  $\omega^2 \mathbf{g}_{ab}$ , jejíž skalární křivost má konstantní hodnotu  $4\Lambda$ . Konformní invariance  $\omega$ -rovnice znamená, že zvolíme-li nový konformní faktor  $\tilde{\Omega}$  a provedeme transformaci od  $\mathbf{g}_{ab}$  ke konformně svázané metrice  $\tilde{\mathbf{g}}_{ab}$ , tedy

$$\mathbf{g}_{ab} \mapsto \tilde{\mathbf{g}}_{ab} = \tilde{\Omega}^2 \mathbf{g}_{ab},$$

pak konformním přeškálováním pole  $\omega$

$$\tilde{\omega} = \tilde{\Omega}^{-1} \omega$$

dostaneme (jak jsme poznamenali už dříve v dodatku A.8 (P&R 6.8.32))

$$\left(\tilde{\square} + \frac{\tilde{R}}{6}\right) \tilde{\omega} = \tilde{\Omega}^{-3} \left(\square + \frac{R}{6}\right) \omega.$$

Z toho je ihned vidět požadovaná konformní invariance nelineární  $\omega$ -rovnice. (Poznamenejme, že pro  $\tilde{\Omega} = \Omega$  a  $\tilde{\omega} = \omega$  dostaneme prostě Einsteinovu metriku  $\hat{\mathbf{g}}_{ab}$  s  $\tilde{\omega} = 1$  a z rovnice se stane triviální identita  $\frac{2}{3}\Lambda = \frac{2}{3}\Lambda$ .)

V dodatku A.8 jsme viděli, že *není-li* v rovnici pro fyzikální  $\omega$ -pole přítomen člen  $\omega^3$ , má *tenzor energie* tvar (P&R 6.8.36)

$$\begin{aligned} T_{ab}[\omega] &= C \{ 2 \nabla_{A(A'} \omega \nabla_{B')B} \omega - \omega \nabla_{A(A'} \nabla_{B')B} \omega + \omega^2 \Phi_{ABA'B'} \} = \\ &= C \omega^2 \{ \omega \nabla_{A(A'} \nabla_{B')B} \omega^{-1} + \Phi_{ABA'B'} \}, \end{aligned}$$

kde  $C$  je určitá konstanta. Navíc zjišťujeme, že člen  $\omega^3$  v  $\omega$ -rovnici nenarušuje rovnici pro zachování energie  $\nabla^a T_{ab}[\omega] = 0$ . Proto můžeme uvedený výraz

pro tenzor energie použít i na kompletní pole  $\omega$ . Z důvodů konzistence zvolíme

$$C = \frac{1}{4\pi G}.$$

Srovnáním s výše uvedeným vztahem, viz dodatek B.2 a (P&R 6.8.24), tak dostáváme

$$T_{ab}[\Omega] = \frac{1}{4\pi G} \Omega^2 \hat{\Phi}_{ABA'B'} = \Omega^2 \hat{T}_{ab},$$

kde jsme použili Einsteinovy rovnice

$$\hat{\Phi}_{ABA'B'} = 4\pi G \hat{T}_{ab},$$

platné pro metriku  $\hat{g}_{ab}$ . Pro bezstopý tenzor energie potom škálování  $\hat{T}_{ab} = \Omega^{-2} T_{ab}$  (dodatek A.8 a (P&R 5.9.2)) zaručuje platnost rovnice pro zachování energie. Einsteinovu teorii pro metriku  $\mathbf{g}_{ab}$  proto můžeme zajímavým způsobem přeformulovat pro nehmotné zdroje  $T_{ab}$  do podoby

$$T_{ab} = T_{ab}[\Omega].$$

### **B.3: ROLE FANTOMOVÉHO POLE**

Pole  $\Omega$ , chápané jako speciální případ nehmotného konformně invariantního samointeragujícího skalárního pole  $\omega$ , budu nazývat *fantomové pole*.<sup>4</sup> Neposkytuje nám fyzikálně nezávislé stupně volnosti, ale jeho přítomnost (coby faktoru u  $\mathbf{g}_{ab}$ ) nám dává potřebnou škálovací volnost, jež umožňuje přeškálovat fyzikální metriku a přejít k hladké konformní metrice, která hladkým způsobem pokrývá spojení jednoho eónu s druhým. Pomocí této metriky můžeme podrobně studovat detailní vlastnosti napojení obou eónů v souladu s požadavky KCK, neboť máme explicitně k dispozici příslušné klasické diferenciální rovnice.

Úloha fantomového pole spočívá v tom, že „sleduje“ Einsteinovu *skutečnou* fyzikální metriku, a to pomocí škálování metriky  $\mathbf{g}_{ab}$  (prostřednictvím vztahu  $\hat{g}_{ab} = \Omega^2 \mathbf{g}_{ab}$ ). V takovém případě vyjádříme podmínky plynoucí z Einsteinových rovnic v oblasti  $\mathcal{C}^\wedge$  před přechodem pomocí metriky  $\mathbf{g}_{ab}$  prostě jako  $T_{ab} = T_{ab}[\Omega]$ . To znamená, že Einsteinovy rovnice jsou zakódovány do požadavku, aby celkový tenzor energie  $T_{ab}$  všech hmotných polí (nulové klidové hmotnosti) v prostoročasové oblasti  $\mathcal{C}^\wedge$  byl přesně roven tenzoru energie  $T_{ab}[\Omega]$  fantomového pole. To lze sice pokládat za pouhou reformulaci Einsteinovy teorie (pomocí  $\mathbf{g}_{ab}$ ) v otevřené oblasti  $\mathcal{C}^\wedge$ , ale ve skutečnosti

je záležitost hlubší. Zmíněná procedura nám umožňuje protáhnout naše rovnice až na hranici danou budoucím konformním nekonečnem  $\mathcal{I}^+$  a dokonce i za ni. Abychom však postupovali efektivním způsobem, musíme se nyní pečlivěji podívat na příslušné rovnice ovládající chování relevantních veličin, zejména v okolí přechodu  $\mathcal{H}$ . Musíme rovněž pochopit a následně eliminovat nejednoznačnost v počáteční volbě metriky  $\mathbf{g}_{ab}$ , tedy specifickou volbu konformního faktoru  $\Omega$  reprezentujícího oblast v okolí  $\mathcal{H}$ .

Ve volbě  $\Omega$  opravdu panuje značná volnost. Zatím jsme pouze vyžadovali, aby metrika  $\mathbf{g}_{ab}$  získaná z Einsteinovy fyzikální metriky  $\hat{g}_{ab}$  konformním vztahem  $\mathbf{g}_{ab} = \Omega^{-2} \hat{g}_{ab}$  byla konečná, nenulová a na  $\mathcal{H}$  hladká. Dokonce už pouhý požadavek existence takového faktoru  $\Omega$  zní dosti silně, ale výsledky pečlivé analýzy Helmuta Friedricha<sup>5</sup> ukazují, že v případě kladné kosmologické konstanty  $\Lambda$  nehmotná zářivá pole v modelech expandujícího vesmíru bez zdrojů hladké budoucí nekonečno  $\mathcal{I}^+$  (prostorového charakteru) opravdu připouštějí. Jinak řečeno, můžeme očekávat, že k  $\mathcal{C}^\infty$  lze najít hladké budoucí konformní nekonečno  $\mathcal{I}^+$ , a to jako téměř automatický důsledek skutečnosti, že vesmír věčně expanduje a všechny zdroje gravitace jsou jen nehmotná pole řídicí se konformně invariantními rovnicemi. Měli bychom též upozornit, že k tomu není nutný požadavek, aby skalární křivost  $R$  metriky  $\mathbf{g}_{ab}$  byla konstantní (natož pak rovna  $4\Lambda$ ). Konformní faktor  $\Omega^{-1}$ , který nás přivádí zpět k Einsteinově fyzikální metrice  $\hat{g}_{ab}$ , proto nutně nemusí splňovat rovnici  $\omega$ -rovnici  $(\hat{\square} + \hat{R}/6)\omega = \frac{2}{3}\Lambda \omega^3$  pro metriku  $\hat{g}_{ab}$ .

#### **B.4: NORMÁLA $N$ K $\mathcal{H}$**

Vidíme, že pro  $\Omega \rightarrow \infty$  na  $\mathcal{I}^+$  (což je  $\mathcal{H}$  „zespodu“) se dostáváme do vzdálené budoucnosti předchozího eónu, neboť konformní faktor  $\Omega$  škáluje konečnou fyzikální metriku  $\hat{g}_{ab}$  na  $\mathcal{I}^+$  nekonečně velkým faktorem. Vidíme však, že veličina

$$\omega = -\Omega^{-1}$$

se na  $\mathcal{I}^+$  blíží k nule ze záporných hodnot, a to hladkým způsobem (záporné znaménko je zde nutně zavést pro naše další úvahy). Navíc platí, že veličina

$$\nabla^a \omega = N^a$$

je na trojrozměrné oblasti přechodu  $\mathcal{I}^+$  ( $= \mathcal{H}$ ) nenulová, takže nám ve všech bodech  $\mathcal{H}$  může sloužit coby časový, do budoucnosti orientovaný

čtyřvektor  $\mathbf{N}$ , který je *kolmý* k  $\mathcal{H}$ . Naší hlavní ideou je zorganizovat vše tak, aby speciální volba „ $\omega$ “ hladce překračovala  $\mathcal{H}$  a umožňovala nám přejít z oblasti  $\mathcal{C}^\wedge$  do oblasti  $\mathcal{C}^\vee$ , a to s nenulovou derivací, takže na druhé straně se z ní stane *stejná* (kladná) veličina „ $\omega$ “, jak je v oblasti  $\mathcal{C}^\vee$  vyžadováno fyzikální Einsteinovou metrikou  $\check{g}_{ab} = \omega^2 \mathbf{g}_{ab}$ . (Odtud plyne také nutnost zavedení záporného znaménka v definici „ $\omega = -\Omega^{-1}$ “.) Poznamenejme v této souvislosti, že podmínka „normalizace“ vektoru (P&R 9.6.17)

$$\mathbf{g}_{ab} N^a N^b = \frac{1}{3} \Lambda$$

je zde *automatickou* obecnou vlastností konformního nekonečna (v tomto případě  $\mathcal{H}$ ), protože jsou přítomny jen nehmotné zdroje gravitačního pole. Z tohoto důvodu je

$$\sqrt{\frac{3}{\Lambda}} \mathbf{N}$$

*jednotkový* normálový vektor k  $\mathcal{H}$ , a to bez ohledu na konkrétní volbu konformního faktoru  $\Omega$ .

### **B.5: PLOCHA HORIZONTU UDÁLOSTÍ**

Mimochodem můžeme vidět, že z uvedeného faktu ihned plyne skutečnost zmíněná už v kapitole 3.5, totiž že limitní plocha libovolného prostorového řezu *kosmologického horizontu událostí* ve vzdálené budoucnosti je přesně rovna  $12\pi/\Lambda$ . Každý horizont událostí (v předchozím eónu) je minulý světelný kužel  $\mathcal{C}^-(o^+)$  nesmrtelného pozorovatele, jehož budoucnost končí v události  $o^+$  na  $\mathcal{H}$  (viz kapitolu 2.5 a obrázek 2.43). Limitní velikost plochy řezu  $\mathcal{C}^-(o^+)$ , jakmile se blížíme bodu  $o^+$ , je  $4\pi r^2$ , kde  $r$  je prostorový poloměr řezu (vyjádřeno v metrice  $g_{ab}$ ). Vyjádřeno pomocí konformní metriky  $\hat{g}_{ab}$  je tedy plocha dána  $4\pi r^2 \Omega^2$  a z toho, co jsme uvedli v dodatku B.4, dostáváme, že ve zkoumané limitě se  $\Omega r$  blíží hodnotě  $\sqrt{3/\Lambda}$ . Blížíme-li se tedy k bodu  $o^+$ , plocha horizontu událostí se opravdu blíží  $4\pi \times (3/\Lambda) = 12\pi/\Lambda$ . Přestože jsme zde tento argument použili v kontextu modelu KCK, platí mnohem obecněji. Stačí pouhý požadavek mírné hladkosti prostorového konformního nekonečna, což je v případě  $\Lambda > 0$  dle Friedrichových prací<sup>6</sup> velmi slabý požadavek.

### B.6: HYPOTÉZA RECIPROCITY

Na našich dosavadních úvahách ohledně přechodu z oblasti  $\mathcal{C}^\wedge$  do oblasti  $\mathcal{C}^\vee$  je samozřejmě nepěkné, že ani veličina  $\Omega$ , ani veličina  $\omega$  neumožňují hladce přejít *současně k oběma* konformním metrikám  $\hat{g}_{ab}$  i  $\check{g}_{ab}$  jednotným způsobem. Přicházím proto s prostým návrhem, jak tento problém vyřešit. Spočívá v zavedení převráceného vztahu  $\omega = -\Omega^{-1}$ , jež nazývám *hypotéza reciprocity*. V takovémto případě je výhodné definovat 1-formu  $\Pi$

$$\Pi = \frac{d\Omega}{\Omega^2 - 1} = \frac{d\omega}{1 - \omega^2},$$

neboli

$$\Pi_a = \frac{\nabla_a \Omega}{\Omega^2 - 1} = \frac{\nabla_a \omega}{1 - \omega^2},$$

neboť tato 1-forma je na  $\mathcal{H}$  konečná a hladká. Veličina  $\Pi$  v sobě obsahuje veškeré informace o škálování metriky prostoročasu, byť mírně nejednoznačným způsobem.<sup>7</sup> Můžeme ji integrovat a získat tak parametr  $\tau$ , pro který

$$\Pi = d\tau, \quad \text{tedy} \quad -\operatorname{cotgh} \tau = \Omega \ (\tau < 0), \quad \operatorname{tgh} \tau = \omega \ (\tau \geq 0).$$

Všimněme si, že i zde přetrvává problém se změnou znaménka. Přestože veličina  $\Pi$  nezávisí na záměně  $\Omega$  za  $\Omega^{-1}$  ani na záměně  $\omega$  za  $\omega^{-1}$ , při přechodu od  $\Omega^{-1}$  k  $\omega$  se mění znaménko. Mohli bychom si říci, že znaménko konformního faktoru je nepodstatné, protože při škálování metrik  $\hat{g}_{ab} = \Omega^2 \mathbf{g}_{ab}$  a  $\check{g}_{ab} = \omega^2 \mathbf{g}_{ab}$  se uplatňují pouze *druhé mocniny* konformních faktorů  $\Omega$  a  $\omega$ . Volba jen kladných faktorů tedy vypadá jako pouhá konvence. V dodatku A jsme ale viděli, že řada veličin se škáluje přímo s faktorem  $\Omega$  (nebo  $\omega$ ) *bez* druhé mocniny. Především se to týká odlišně se chovajících veličin konformní křivosti  $\hat{\Psi}_{ABCD} = \Psi_{ABCD}$  a  $\hat{\psi}_{ABCD} = \Omega^{-1} \psi_{ABCD}$ , z čehož plyne, že v oblasti  $\mathcal{C}^\vee$  platí

$$\Psi_{ABCD} = \Omega^{-1} \psi_{ABCD}, \quad \text{neboli} \quad \mathbf{C} = \Omega^{-1} \mathbf{K},$$

protože pro Einsteinovu fyzikální metriku  $\hat{g}_{ab}$  je

$$\hat{\Psi}_{ABCD} = \hat{\psi}_{ABCD}, \quad \text{neboli} \quad \hat{\mathbf{C}} = \hat{\mathbf{K}}.$$

(Konvence se liší od kapitoly 3.2, protože zde je fyzikální stříškovaná metrika, pro kterou platí Einsteinovy rovnice.) Když tedy zkoumáme hladké chování různých veličin na přechodu  $\mathcal{H}$ , kde  $\Omega$  i  $\omega$  mění znaménko (skrz  $\infty$  respektive 0), musíme být opravdu pečliví a o tato znaménka se starat.

## DODATEK B

Konkrétní reciproční vztah mezi  $\Omega$  a  $\omega$ , který jsem zavedl výše, ale obsahuje omezení na přípustné škálování metriky  $\mathbf{g}_{ab}$ , konkrétně podmínku

$$R = 4\Lambda$$

a analogickou vazbu  $\hat{R} = 4\Lambda = \check{R} - 8\pi G\mu$  (viz dodatek B.1). Tu je snadné splnit (přinejmenším lokálně) prostě tím, že zvolíme novou (lokální) metriku  $\tilde{\mathbf{g}}_{ab}$  na  $\mathcal{C}$  takovou, že

$$\tilde{\mathbf{g}}_{ab} = \tilde{\Omega}^2 \mathbf{g}_{ab},$$

kde  $\tilde{\Omega}$  je nějaké hladké řešení  $\omega$ -rovnice na přechodu. Takto získaná metrika  $\tilde{\mathbf{g}}_{ab}$  není však jednoznačnou kanonickou metrikou, kterou hledáme, neboť  $\omega$ -rovnice připouští spoustu různých řešení. K otázce jednoznačnosti se vrátíme v dodatku B.10. Pro tuto chvíli prostě jen předpokládejme, že metrika  $\mathbf{g}_{ab}$  byla zvolena tak, aby platilo  $R = 4\Lambda$  (to znamená, že přeznačíme  $\tilde{\mathbf{g}}_{ab}$  na  $\mathbf{g}_{ab}$ ). Bez této dodatečné podmínky by vztah reciprocity mezi  $\Omega$  a  $\omega$  nemohl přesně fungovat. Konformní faktor  $\omega$  vyhovující Todově hypotéze<sup>8</sup> (viz konec kapitoly 2.6 a kapitol 3.1, 3.2) se přitom v okolí velkého třesku se zářením (například v Tolmanových vesmírech,<sup>9</sup> viz kapitolu 3.3) ale chová, jako by byl úměrný převrácené hodnotě hladkého prodloužení konformního faktoru  $\Omega$  předchozího eónu. Volba  $R = 4\Lambda$  pro metriku v oblasti  $\mathcal{C}$  kolem  $\mathcal{H}$  fixuje tuto úměrnost na konstantu  $(-1)$ . To ilustruje skutečnost, že pozoruhodný vztah (který dostaneme aplikací operátoru  $\nabla^a$  na  $\Pi_a$  a pak užitím  $\omega$ -rovnice pro  $\Omega$ )

$$\Omega = \frac{\nabla^a \Pi_a}{\frac{2}{3}\Lambda - 2\Pi_b \Pi^b},$$

platný při položení podmínky  $R = 4\Lambda$ , určuje speciální volbu  $\Pi$  (nikoli například obecnější formu  $\Pi = d\Omega/(\Omega^2 - A)$ ), při které se během vývoje konformní faktor  $\Omega$  změní na svou (zápornou) převrácenou hodnotu  $\omega = -1/\Omega$  (nikoli třeba na  $-A/\Omega$ ). Poznamenejme, že na přechodu  $\mathcal{H}$ , kde  $\Omega = \infty$ , musíme dostat

$$\Pi_b \Pi^b = \frac{1}{3}\Lambda$$

a že na  $\mathcal{H}$  také máme  $\Pi_a = \nabla_a \omega = N_a$ , tedy opravdu dostáváme normálový vektor délky  $\sqrt{\Lambda/3}$ , jak jsme již uvedli (P&R 9.6.17).



**B.7: DYNAMIKA NA PŘECHODU  $\mathcal{H}$**

Jakým způsobem nám dynamické rovnice umožňují jednoznačným způsobem přejít přes hranici  $\mathcal{H}$  oddělující dva eóny? Předpokládáme zde, že ve vzdálené budoucnosti předchozího eónu platí Einsteinovy rovnice a že všechny zdroje jsou nehmotné a vyvíjejí se podle deterministických konformně invariantních klasických rovnic. Můžeme si představovat, že jde o Maxwellovy rovnice elektromagnetismu, nehmotné Yangovy-Millsovy rovnice anebo Diracovu-Weylovu rovnici  $\nabla^{AA'}\Phi_A = 0$  (Diracovu rovnici v limitě nulové hmotnosti), vztahující se na příslušné částice kalibračních polí. V souladu s kapitolou 3.2 bereme všechny v limitě nulové klidové hmotnosti. Vazba těchto polí s gravitací je popsána rovnicí  $T_{ab} = T_{ab}[\Omega]$ , kde  $\Omega$  je fantomové pole. Víme už, že  $T_{ab}[\Omega]$  bude na  $\mathcal{H}$  konečné, přestože konformní faktor  $\Omega$  tam diverguje, neboť  $T_{ab}$  tam konečné je a pole příslušející  $T_{ab}$  se řídí konformně invariantními rovnicemi, takže by dosažení přechodu  $\mathcal{H}$  v  $\mathcal{C}$  neměly nijak zaznamenat. Hypotéza KCK zní, že (dokud se situace nezkomplikuje tím, že zdroje gravitace získají nenulovou klidovou hmotnost, možná Higgsovým mechanismem či jejím efektivním analogonem) úplně stejné konformně invariantní rovnice ovládají hmotné zdroje i v oblasti  $\mathcal{C}^V$  po velkém třesku. Uvidíme však, že ani v idealizovaném případě se nemůžeme vyhnout vzniku nenulových klidových hmotností zdrojů už záhy poté, co překročí hranici  $\mathcal{H}$  mezi eóny (dodatek B.11).

**B.8: KONFORMNĚ INVARIANTNÍ OPERÁTOR  $D_{ab}$**

Abychom lépe pochopili fyzikální důsledky plynoucí z Einsteinových rovnic v oblasti  $\mathcal{C}^V$ , prozkoumejme nyní explicitně tenzor  $T_{ab}[\Omega]$ , jenž má tvar

$$T_{ab}[\Omega] = \frac{1}{4\pi G} \Omega^2 \{ \Omega \nabla_{A(A'} \nabla_{B')B} \Omega^{-1} + \Phi_{ABA'B'} \}.$$

Pro  $\omega = -\Omega^{-1}$  můžeme vztah přepsat do podoby

$$\{ \nabla_{A(A'} \nabla_{B')B} + \Phi_{ABA'B'} \} \omega = 4\pi G \omega^3 T_{ab}[\Omega],$$

což je zajímavá rovnice: o operátoru 2. řádu na levé straně,

$$D_{ab} = \nabla_{(A|(A'} \nabla_{B')|B)} + \Phi_{ABA'B'},$$

působícím na skalární veličinu konformní váhy 1 (v takovém případě dodatečná symetrizace přes spinorové indexy  $A$  a  $B$  nehraje žádnou roli) totiž

## DODATEK B

Eastwood a Rice už kdysi ukázali, že je konformně invariantní.<sup>10</sup> V tenzorovém zápisu má operátor tvar

$$D_{ab} = \nabla_a \nabla_b - \frac{1}{4} \mathbf{g}_{ab} \square - \frac{1}{2} R_{ab} + \frac{1}{8} R \mathbf{g}_{ab}.$$

Veličina  $\omega$  má opravdu konformní váhu 1, neboť při dalším přeškálování  $\mathbf{g}_{ab}$

$$\mathbf{g}_{ab} \mapsto \tilde{\mathbf{g}}_{ab} = \tilde{\Omega}^2 \mathbf{g}_{ab},$$

a zavedení konformního faktoru  $\tilde{\omega}$  příslušejícího metrice  $\tilde{\mathbf{g}}_{ab}$ , analogicky faktoru  $\omega$  příslušejícího metrice  $\mathbf{g}_{ab}$  neboli

$$\tilde{\mathbf{g}}_{ab} = \tilde{\omega}^2 \hat{\mathbf{g}}_{ab} \quad \text{podobně jako} \quad \mathbf{g}_{ab} = \omega^2 \hat{\mathbf{g}}_{ab},$$

zjišťujeme, že

$$\omega \mapsto \tilde{\omega} = \tilde{\Omega} \omega$$

(tedy  $\omega$  má konformní váhu 1). Proto platí

$$\tilde{D}_{ab} \tilde{\omega} = \tilde{\Omega} D_{ab} \omega.$$

Tuto konformní invarianci můžeme přepsat v operátorovém tvaru jako

$$\tilde{D}_{ab} \circ \tilde{\Omega} = \tilde{\Omega} \circ D_{ab}.$$

Einsteinovy rovnice pro metriku  $\hat{\mathbf{g}}_{ab}$  lze tedy pomocí metriky  $\mathbf{g}_{ab}$  a operátoru  $D_{ab}$  zapsat

$$D_{ab} \omega = 4\pi G \omega^3 T_{ab}.$$

Odtud ihned vidíme, že pro očekávané hladké chování  $T_{ab}$  na přechodu  $\mathcal{H}$  veličina  $D_{ab} \omega$  musí na  $\mathcal{H}$  vymizet až do třetího řádu. Z faktu, že na  $\mathcal{H}$  platí  $D_{ab} \omega = 0$ , speciálně plyne

$$\nabla_{A|(A'} \nabla_{B'|B} \omega (= -\omega \Phi_{ABA'B'}) = 0 \quad \text{na } \mathcal{H},$$

což můžeme přepsat

$$\nabla_{(a} N_{b)} = \frac{1}{4} g_{ab} \nabla_c N^c \quad \text{na } \mathcal{H}$$

(neboť  $N_c = \nabla_c \omega$ , viz dodatek B.4). To nám říká, že normály k  $\mathcal{H}$  nejsou na přechodu  $\mathcal{H}$  deformované (nemají takzvaný „shear“), což je podmínka, aby přechod měl ve všech svých bodech stejnou křivost kolmých ploch.<sup>11</sup>

### B.9: ZAJIŠTĚNÍ Kladné hodnoty gravitační konstanty

Větší vhled do fyzikální interpretace důsledků KCK získáme studiem vzájemné interakce nehmotných polních zdrojů popsaných  $T_{ab}$  a gravitačního pole („gravitonového pole“)  $\psi_{ABCD}$ , která plyne z rovnice uvedené v dodatku A.5 (P&R 4.10.12), vezmeme-li ji ve „stříškované podobě“ a prepíšeme pomocí  $\omega = -\Omega^{-1}$ . Dostaneme tak rovnici

$$\nabla^{A'}_{B'} (-\omega \psi_{ABCD}) = 4\pi G \nabla^{A'}_B ((-\omega)^2 T_{CDA'B'}),$$

z níž snadno odvodíme ekvivalentní vyjádření pomocí „nestříškových veličin“

$$\nabla^{A'}_{B'} \psi_{ABCD} = -4\pi G \{ \omega \nabla^{A'}_B T_{CDA'B'} + 3N^{A'}_B T_{CDA'B'} \}.$$

Všimněme si, že tato rovnice se chová rozumně, jestliže  $\omega$  roste hladce z nuly (přechází ze záporných hodnot do kladných). To ilustruje skutečnost, že třída parciálních diferenciálních rovnic řídících vývoj celého systému, vyjádřená pomocí metriky  $g_{ab}$ , nenaráží na přechodu  $\mathcal{H}$  z oblasti  $\mathcal{C}^\wedge$  do oblasti  $\mathcal{C}^\vee$  na žádný problém.

Představme si nyní, že po vstupu do  $\mathcal{C}^\vee$  se vrátíme k původní metrice  $\hat{g}_{ab}$ . Naše klasické evoluční rovnice nám pak poskytnou model kolabujícího vesmíru, který exponenciálně kolabuje z nekonečna. Připomíná časově převrácený obraz našeho vesmíru ve vzdálené budoucnosti. Je tu však jedna zásadní okolnost týkající se interpretace. Jakmile  $\omega$  změni znaménko ze záporného na kladné, musí také „efektivní gravitační konstanta“ při přechodu hranice  $\mathcal{H}$  změnit znaménko.<sup>12</sup> Alternativní vysvětlení tohoto jevu, jež vyplývá z KCK, je, že s ohledem na fyzikální konzistenci kvantové teorie pole není možné aplikovat zmíněnou interpretaci (tedy zápornou gravitační konstantu) v raných fázích oblasti  $\mathcal{C}^\vee$ , jakmile se ke slovu dostane gravitační interakce. Z pohledu KCK se opravdu zdá být vhodnější v oblasti  $\mathcal{C}^\vee$  použít fyzikální interpretaci plynoucí z metriky  $\check{g}_{ab}$ , v níž kladný konformní faktor  $\omega$  nahrazuje záporný faktor  $\Omega$ , a gravitační konstanta proto zůstává efektivně stále kladná.

### B.10: ODSTRANĚNÍ PŘEBYTEČNÉ VOLNOSTI VE VOLBĚ METRIKY $g_{ab}$

Nyní se dostáváme k problému, že KCK by měla určovat unikátní vývoj v oblasti  $\mathcal{C}^\vee$ . Ve volbě konformního faktoru však existuje značná libovůle. Tím vznikají falešné a přebytečné stupně volnosti, které nepříjemně ovlivňují

## DODATEK B

konformně neinvariantní gravitační dynamiku v  $\mathcal{C}^\vee$ . Tyto přebytečné stupně volnosti musíme odstranit, aby vývoj na přechodu  $\mathcal{H}$  a po něm byl nezávislý na dodatečných datech, jež nejsou určena fyzikálním stavem v předchozí oblasti  $\mathcal{C}^\wedge$ . Falešná „kalibrační volnost“ ve volbě metriky  $\tilde{g}_{ab}$  je reprezentována konformním faktorem  $\tilde{\Omega}$ , kterým násobíme metriku  $\mathbf{g}_{ab}$ , abychom dostali novou metriku (viz dodatek B.8)

$$\mathbf{g}_{ab} \mapsto \tilde{g}_{ab} = \tilde{\Omega}^2 \mathbf{g}_{ab},$$

kde stejně jako dříve platí

$$\omega \mapsto \tilde{\omega} = \tilde{\Omega}\omega.$$

Prozatím jsme od konformního faktoru  $\tilde{\Omega}$  vyžadovali jenom to, aby byl kladným a hladkým skalárním polem na  $\mathcal{C}$  (nebo alespoň jeho podmnožinách) řešícím  $\tilde{\omega}$ -rovnici pro metriku  $\mathbf{g}_{ab}$ , proto aby skalární křivost  $\tilde{R}$  zůstala stále rovna konstantě  $4\Lambda$ . Přitom  $\tilde{\omega}$ -rovnice je standardní hyperbolickou rovnicí 2. řádu, takže očekáváme, že bude mít (v dostatečně malém okolí přechodu  $\mathcal{H}$ ) jednoznačné řešení  $\tilde{\Omega}$ , jakmile zadáme hodnotu  $\tilde{\Omega}$  a zároveň hodnotu její derivace ve směru normály (hladce se měnící v bodech na hranici  $\mathcal{H}$ ). To by bylo přímočaré, kdybychom věděli, že tyto hodnoty můžeme zvolit tak, aby metrika  $\tilde{g}_{ab}$  splňovala nějaké jasné geometrické či fyzikální kritérium. Otázka tedy nyní zní: Jakou podmínku máme položit na metriku, abychom se zbavili přebytečných stupňů volnosti?

Určitě se nám *nemůže* podařit najít podmínku na metriku  $\tilde{g}_{ab}$  (a pole  $\tilde{\omega}$ ), která by byla konformně invariantní ve třídě škálování zachovávajících rovnici  $\tilde{R} = 4\Lambda$ . Proto například nelze požadovat, aby skalární křivost  $\tilde{R}$  metriky  $\tilde{g}_{ab}$  měla nějakou jinou hodnotu než  $4\Lambda$ . A podmínka, aby hodnota křivosti byla přesně rovna  $\tilde{R} = 4\Lambda$ , není žádným dodatečným požadavkem, jenž by vybíral unikátní pole a zbavil by nás fiktivních stupňů volnosti. To samé platí i pro požadavek, aby druhá mocnina délky  $\tilde{g}_{ab}\tilde{N}_a\tilde{N}_b$  normálového vektoru  $\tilde{N}^a = \nabla^a\tilde{\omega}$  na  $\mathcal{H}$  měla určitou předepsanou hodnotu (zvyšování a snižování indexů se provádí pomocí metriky  $\tilde{g}_{ab}$ ). Pokud bychom požadovali, aby tato hodnota byla cokoli jiného než  $\Lambda/3$ , dostali bychom se do rozporu (jak jsme uvedli výše, P&R 9.6.17). A pokud předepíšeme přímo hodnotu  $\Lambda/3$ , není to žádné omezení na dodatečné stupně volnosti.

Podobný problém nastává i s požadavkem

$$\tilde{D}_{ab}\tilde{\omega} = 0,$$

## B.10: ODSTRANĚNÍ PŘEBYTEČNÉ VOLNOSTI VE VOLBĚ METRIKY $g_{AB}$

jenž není omezující podmínkou pro výběr konformního faktoru kvůli již zmíněné konformní invarianci

$$\tilde{D}_{ab} \tilde{\omega} = \tilde{\Omega} D_{ab} \omega.$$

Proto je  $\tilde{D}_{ab} \tilde{\omega} = 0$  ekvivalentní  $D_{ab} \omega = 0$ . Podmínka typu  $\tilde{D}_{ab} \tilde{\omega} = 0$  by tak jako tak nefungovala, protože má mnoho složek, zatímco my potřebujeme na přechodu  $\mathcal{H}$  v každém bodě předepsat hodnoty pouze dvou veličin (například  $\tilde{\Omega}$  a její normálovou derivaci). Navíc bychom měli připomenout, že  $D_{ab} \omega$  na  $\mathcal{H}$  nutně vymizí až do 3. řádu, tedy

$$D_{ab} \omega = O(\omega^3),$$

a to díky rovnici  $D_{ab} \omega = 4\pi G \omega^3 T_{ab}$ . Naproti tomu rozumným požadavkem, který můžeme předepsat, je podmínka  $\tilde{N}^a \tilde{N}^b \tilde{\Phi}_{ab} = 0$  na  $\mathcal{H}$ . Vyjádřeno přesněji, můžeme požadovat, aby

$$\tilde{N}^a \tilde{N}^b \tilde{\Phi}_{ab} = O(\omega).$$

Dokonce bychom mohli požadovat, aby na  $\mathcal{H}$  tato veličina vymizela do 2. řádu, tedy

$$\tilde{N}^a \tilde{N}^b \tilde{\Phi}_{ab} = O(\omega^2),$$

což by byl vhodný kandidát na podmínku omezující současně dvě veličiny v každém bodě přechodu, která by jednoznačně zafixovala  $\tilde{\Omega}$  a skrze vztah  $g_{ab} = \tilde{\Omega}^2 \mathbf{g}_{ab}$  tím i metriku. S ohledem na definici operátoru  $\tilde{D}_{ab}$  by tyto alternativní podmínky vyžadovaly, aby

$$\tilde{N}^{AA'} \tilde{N}^{BB'} \tilde{\nabla}_{A(A'} \tilde{\nabla}_{B')} \tilde{\omega} = O(\omega^2) \quad \text{nebo} \quad O(\omega^3).$$

V tenzorovém zápisu mají tyto dva výrazy tvar

$$\tilde{N}^a \tilde{N}^b \left( \frac{1}{8} \tilde{g}_{ab} - \frac{1}{2} \tilde{R}_{ab} \right) \tilde{\omega} \quad \text{a} \quad \tilde{N}^a \tilde{N}^b \left( \tilde{\nabla}_a \tilde{\nabla}_b - \frac{1}{4} \tilde{g}_{ab} \tilde{\square} \right) \tilde{\omega},$$

neboť (přestaneme-li na chvíli psát vlnovky nad veličinami)

$$\nabla_{A(A'} \nabla_{B')} \omega = \nabla_a \nabla_b \omega - \frac{1}{4} g_{ab} \square \omega.$$

Poznamenejme též, že

$$\begin{aligned} N^{AA'} N^{BB'} \nabla_{A(A'} \nabla_{B')} \omega &= N^a N^b \nabla_a \nabla_b \omega - \frac{1}{4} N_a N^a \square \omega = \\ &= N^a N^b \nabla_a N_b - \frac{1}{2} N_a N^a \left\{ \omega^{-1} \left( N^b N_b - \frac{1}{3} \Lambda \right) + \frac{1}{3} \Lambda \omega \right\}. \end{aligned}$$

To naznačuje, že alternativní vhodnou podmínkou by mohlo být

$$N^a N^b \nabla_a N_b = O(\omega) \quad \text{nebo} \quad O(\omega^2),$$

neboť jde o výrazné zjednodušení (vzhledem k tomu, že  $N^b N_b - \frac{1}{3}\Lambda$  vymizí do 2., respektive do 3. řádu). Naopak, pokud do 2. řádu na  $\mathcal{H}$  vymizí  $N^b N_b - \frac{1}{3}\Lambda$ , pak

$$N^a N^b \nabla_a N_b = \frac{1}{2} N^a \nabla_a (N^b N_b) = \frac{1}{2} N^a \nabla_a \left( N^b N_b - \frac{1}{3}\Lambda \right) = 0 \quad \text{na } \mathcal{H},$$

takže každá z obou zmíněných možností (totiž  $\tilde{N}^a \tilde{N}^b \tilde{\nabla}_a \tilde{N}_b = O(\omega)$  anebo  $\tilde{N}^b \tilde{N}_b - \frac{1}{3}\Lambda = O(\omega)$ ) může sloužit coby hledané omezení na konformní faktor  $\tilde{\Omega}$ . Poznamenejme, že výraz  $\Omega = \nabla^a \Pi_a / (\frac{2}{3}\Lambda - 2\Pi_b \Pi^b)$  uvedený v dodatku B.6 vyžaduje existenci jednoduchého pólu  $\Omega$  na přechodu  $\mathcal{H}$ . Jestliže tedy jmenovatel vymizí do 2. řádu, musí čítec  $\nabla^a \Pi_a$  vymizet do 1. řádu. Také  $\tilde{\nabla}^a \tilde{\Pi}_a = O(\omega)$  je rozumná podmínka, kterou bychom mohli vyžadovat. Z dodatku B.8 navíc plyne, že na  $\mathcal{H}$  je  $\nabla_{(a} N_{b)} = \frac{1}{4} g_{ab} \nabla_c N^c$ , takže  $4N^a N^b \nabla_a N_b - N_a N^a \nabla_c N^c = O(\omega)$ .

V dodatku B.11 uvidíme, že tenzor energie  $\check{U}_{ab}$  musí v oblasti  $\mathcal{C}^\vee$  nutně získat nenulovou stopu  $\mu$ , což indikuje, že zdroje gravitace tam mají nenulovou klidovou hmotnost. Tato stopa však vymizí, pokud  $3\Pi_a \Pi^a = \Lambda$ . Mohli bychom tedy říci, že filozofie KCK je nejlépe aplikována tehdy, když je vznik nenulové hmotnosti zdrojů odložen do nejpozdější doby po velkém třesku. To znamená požadovat splnění podmínky

$$3\Pi_a \Pi^a - \Lambda = O(\omega^3),$$

z níž by pak vyplynuly příslušné dvě podmínky v každém bodě přechodu fixující metriku. Ve skutečnosti platí

$$2\pi G\mu = \omega^{-4} (1 - \omega^2)^2 (3\Pi_a \Pi^a - \Lambda),$$

což na přechodu  $\mathcal{H}$  diverguje, pokud  $3\Pi_a \Pi^a - \Lambda$  není alespoň 4. řádu. To však nepředstavuje žádný problém, protože  $\mu$  se objevuje pouze v  $\check{g}_{ab}$  metrice, v níž je  $\mathcal{H}$  singulárním velkým třeskem a nekonečné křivosti prostoročasu za podmínky  $3\Pi_a \Pi^a - \Lambda = O(\omega^3)$  převažují nad  $\mu$ .

Vidíme tedy, že existuje několik různých možností, jakou podmínku v každém bodě  $\mathcal{H}$  pro zafixování faktoru  $\tilde{\Omega}$  požadovat, abychom získali unikátní metriku  $g_{ab}$ . V době, kdy píšete tuto knihu, jsem ještě nedospěl ke konečnému

názoru na to, která z těchto alternativ je nejvhodnější (a nezávislá na ostatních). Moje preference nicméně tíhnou k požadavku vymizení  $3\Pi_a\Pi^a - \Lambda$  do třetího řádu.

### B.11: HMOTNÝ OBSAH V OBLASTI $\mathcal{C}^\vee$

Abychom pochopili fyzikální význam rovnic v oblasti  $\mathcal{C}^\vee$  po velkém třesku, musíme vše vyjádřit pomocí veličin s „obrácenou stříškou“, tedy s metrikou  $\check{g}_{ab} = \omega^2 g_{ab}$ , kde  $\Omega = -\omega^{-1}$ . Jak jsem již dříve uvedl, celkový tenzor energie po velkém třesku budeme vyjadřovat veličinou  $\check{U}_{ab}$ , abychom zamezili možnému konfliktu s konformně přeškálovaným tenzorem energie (nehmotného) pole, jež vstupuje z  $\mathcal{C}^\wedge$  do  $\mathcal{C}^\vee$ :

$$\check{T}_{ab} = \omega^{-2} T_{ab} = \omega^{-4} \hat{T}_{ab}.$$

Protože  $\hat{T}_{ab}$  je bezestopý tenzor s nulovou divergencí, musí totéž platit i pro  $\check{T}_{ab}$  (konformní škálování je dáno vzorcem z dodatku A.8):

$$\check{T}_a{}^a = 0, \quad \nabla^a \check{T}_{ab} = 0.$$

Úplný tenzor energie po velkém třesku musí obsahovat dvě další komponenty, tedy

$$\check{U}_{ab} = \check{T}_{ab} + \check{V}_{ab} + \check{W}_{ab}.$$

Zde  $\check{V}_{ab}$  popisuje energii nehmotného fantomového pole  $\Omega$ , které nyní je skutečným samointeragujícím konformně invariantním skalárním polem v metrice  $\check{g}_{ab}$ , poněvadž  $\check{\omega} = \Omega$  splňuje rovnici

$$\left(\square + \frac{R}{6}\right)\check{\omega} = \frac{2}{3}\Lambda \check{\omega}^3.$$

Tato konformně invariantní  $\check{\omega}$ -rovnice je splněna pro  $\check{\omega} = -1$  v metrice  $g_{ab}$ , a tudíž pro  $\check{\omega} = -\omega^{-1} = \Omega$  v metrice  $\check{g}_{ab}$ . Proti oblasti  $\mathcal{C}^\wedge$  je ale interpretace opačná: tam jsme „fantomové pole“  $\Omega$  pokládali za řešení  $\check{\omega}$ -rovnice v metrice  $g_{ab}$  a chápali ho za čistě škálovací faktor, který nás přivádí zpátky k fyzikální Einsteinově metrice  $\hat{g}_{ab}$ . V oné metrice bylo fantomové pole prostě jen rovno „1“, a neneslo proto žádný fyzikální obsah. Nyní ale hledíme na  $\Omega$  jako na skutečné fyzikální pole v prostoročase s Einsteinovou fyzikální metrikou  $\check{g}_{ab}$  a jeho interpretace coby konformního faktoru je přesně opačná: říká nám, jak se dostat zpátky ke konformní metrice  $g_{ab}$ , ve které by pole mělo všude hodnotu „1“. Pro takovouto interpretaci je vskutku klíčové, aby

## DODATEK B

konformní faktory  $\omega$  a  $\Omega$  byly svými převrácenými hodnotami (navíc musíme uvážit změnu znaménka, takže škálování od  $\check{g}_{ab}$  zpátky k metrice  $\mathbf{g}_{ab}$  je dáno faktorem  $-\Omega$ ). Tato obrácená interpretace je v plném souladu s výše uvedenými rovnicemi, protože  $\Omega$  (a nikoli  $\omega$ ) splňuje  $\check{\omega}$ -rovnici v příslušné metrice.

Veličina  $\check{V}_{ab}$  je tedy tenzor energie pole  $\Omega$  v metrice  $\check{g}_{ab}$ :

$$\check{V}_{ab} = \check{T}_{ab}[\Omega].$$

Zjišťujeme, že

$$\begin{aligned} 4\pi G \check{T}_{ab}[\Omega] &= \Omega^2 \{ \Omega \nabla_{A(A'} \nabla_{B')B} \Omega^{-1} + \Phi_{ABA'B'} \} = \\ &= \Omega^3 D_{ab} \Omega^{-1} = \omega^{-3} D_{ab} \omega = \omega^{-2} D_{ab} 1 = \\ &= \omega^{-2} \Phi_{ABA'B'}. \end{aligned}$$

Poznamenejme také, že stopa i divergence jsou nulové:

$$\check{V}_a{}^a = 0, \quad \nabla^a \check{V}_{ab} = 0.$$

Je důležité si povšimnout, že rovnice, kterou splňuje faktor  $\omega$  v metrice  $\mathbf{g}_{ab}$ , není  $\check{\omega}$ -rovnice, protože tu splňuje faktor  $\Omega$  (s opačným znaménkem), což je *převrácená hodnota*  $\omega$ . Ve skutečnosti platí

$$\left( \square + \frac{R}{6} \right) \omega^{-1} = \frac{2}{3} \Lambda \omega^{-3},$$

tedy

$$\square \omega = 2\omega^{-1} \nabla^a \omega \nabla_a \omega + \frac{2}{3} \Lambda (\omega - \omega^{-1}).$$

Proto skalární křivost metriky  $\check{g}_{ab}$  není omezena podmínkou  $\check{R} = 4\Lambda$ . Místo toho platí (viz dodatek B.2, P&R 6.8.25 a dodatek A.4)

$$\check{R} = 4\Lambda + 8\pi G\mu,$$

kde

$$\omega^2 \check{R} - R = 6\omega^{-1} \square \omega,$$

takže

$$\omega^2 (4\Lambda + 8\pi G\mu) - 4\Lambda = 6\omega^{-1} \left\{ 2\omega^{-1} \left( \nabla^a \omega \nabla_a \omega - \frac{1}{3} \Lambda \right) + \frac{2}{3} \Lambda \omega \right\},$$



odkud můžeme odvodit (viz dodatek B.6)

$$\begin{aligned}\mu &= \frac{1}{2\pi G} \omega^{-4} (1 - \omega^2)^2 (3\Pi_a \Pi^a - \Lambda) = \\ &= \frac{1}{2\pi G} [3\nabla^a \Omega \nabla_a \Omega - \Lambda(\Omega^2 - 1)^2] = \\ &= \frac{1}{2\pi G} (\Omega^2 - 1)^2 (3\Pi^a \Pi_a - \Lambda).\end{aligned}$$

Úplný tenzor energie  $\check{U}_{ab}$  musí splňovat Einsteinovy rovnice, takže kromě podmínky  $\check{R} = 4\Lambda + 8\pi G\mu$  máme i rovnici

$$4\pi G \check{T}_{(AB)(A'B')} = \Phi_{ABA'B'}.$$

Protože  $\check{T}_{ab}$  i  $\check{V}_{ab}$  jsou bezestopé, zbývá pro celkovou nenulovou stopu tenzor  $\check{W}_{ab}$ :

$$\check{U}_a^a = \check{W}_a^a = \mu = \frac{1}{2\pi G} (3\Pi^a \Pi_a - \Lambda)(\Omega^2 - 1)^2.$$

S ohledem na výše uvedená vyjádření tenzorů  $\check{U}_a^a$ ,  $\check{T}_{ab}$  a  $\check{V}_{ab}$ , můžeme tedy vyjádřit  $\check{W}_{ab}$  z výrazu

$$4\pi G \check{W}_{ab} = 4\pi G (\check{U}_{ab} - \check{T}_{ab} - \check{V}_{ab}).$$

Výpočtem zjistíme, že  $4\pi G \check{W}_{ab}$  je rovno

$$\begin{aligned}\frac{1}{2} (3\Pi^a \Pi_a + \Lambda)(\Omega^2 - 1)^2 \check{g}_{ab} + (2\Omega^2 + 1)\Omega \nabla_{A(A'} \nabla_{B')B} \Omega - \\ - 2(3\Omega^2 + 1)\nabla_{A(A'} \Omega \nabla_{B')B} \Omega - \Omega^4 \Phi_{ab},\end{aligned}$$

což je výraz, který si žádá další interpretaci.

## B.12: GRAVITAČNÍ ZÁŘENÍ NA $\mathcal{H}$

Jedním z charakteristických rysů nekonečného konformního přeškálování metriky  $\mathbf{g}_{ab}$  na přechodu  $\mathcal{H}$  z oblasti  $\mathcal{C}^\wedge$  (s metrikou  $\hat{g}_{ab}$ ) do oblasti  $\mathcal{C}^\vee$  (s metrikou  $\check{g}_{ab}$ ) je to, jakým způsobem se gravitační stupně volnosti, které jsou na počátku přítomny a v metrice  $\hat{g}_{ab}$  popsány polem  $\Psi_{ABCD}$  (na  $\mathcal{H}$  nenulovým), převedou do odpovídajících veličin v metrice  $\check{g}_{ab}$ . Protože máme (viz dodatek A.9 a P&R 6.8.4)

$$\hat{\Psi}_{ABCD} = \Psi_{ABCD} = \check{\Psi}_{ABCD} = O(\omega),$$

konformní vztahy

$$\hat{\Psi}_{ABCD} = \hat{\psi}_{ABCD} = -\omega \psi_{ABCD} = -\omega^2 \check{\psi}_{ABCD}$$

nám říkají, že

$$\psi_{ABCD} = O(\omega^2),$$

takže gravitační záření je ve velkém třesku velmi výrazným způsobem potlačeno.

Nicméně stupně volnosti související s gravitačním zářením popsané v oblasti  $\mathcal{C}^\wedge$  veličinou  $\psi_{ABCD}$  zanechávají své stopy v raných fázích oblasti  $\mathcal{C}^\vee$ . Abychom to přímo viděli, provedme derivaci vztahu

$$\Psi_{ABCD} = -\omega \psi_{ABCD},$$

což dává

$$\nabla_{EE'} \Psi_{ABCD} = -\nabla_{EE'} (\omega \psi_{ABCD}) = -N_{EE'} \psi_{ABCD} - \omega \nabla_{EE'} \psi_{ABCD}.$$

Zatímco Weylova křivost na  $\mathcal{H}$  vymizí, její normálová derivace nám poskytuje míru přítomného gravitačního záření (volných gravitonů) na  $\mathcal{I}^\wedge$ :

$$\Psi_{ABCD} = 0, \quad N^e \nabla_e \Psi_{ABCD} = -N^e N_e \psi_{ABCD} - \frac{1}{3} \Lambda \psi_{ABCD} \quad \text{na } \mathcal{H}.$$

Z Bianchiho identit (dodatek A.5, P&R 4.10.7, P&R 4.10.8) též máme

$$\nabla_{B'}^A \Psi_{ABCD} = \nabla_{(B} \Phi_{CD)A'B'} \quad \text{a} \quad \nabla^{CA'} \Phi_{CDA'B'} = 0,$$

takže

$$\nabla_{B'}^{A'} \Phi_{CDA'B'} = -N_{B'}^A \psi_{ABCD} \quad \text{na } \mathcal{H},$$

odkud plyne, že

$$N^{BB'} \nabla_{B'}^{A'} \Phi_{CDA'B'} = 0 \quad \text{na } \mathcal{H}.$$

Operátor  $N^{B(B'} \nabla^{A')}_B$  působí podél  $\mathcal{H}$  tečně (protože  $N^{BB'} N_{B'}^A = 0$ ), takže uvedená rovnice představuje vazbu omezující chování  $\Phi_{CDA'B'}$  na  $\mathcal{H}$ . Poznamenejme též, že

$$N^C_{A'} \nabla^{D'}_B \Phi_{ACB'D'} = -N^C_{A'} N^D_{B'} \psi_{ABCD},$$

odkud plyne, že *elektrická část* normálové derivace Weylova tenzoru na  $\mathcal{H}$

$$N^C_{A'} N^D_{B'} \psi_{ABCD} + N^{C'}_{A'} N^{D'}_{B'} \bar{\psi}_{A'B'C'D'}$$

výrazu  $\psi_{ABCD}$  je v podstatě

$$N^a \nabla_{[b} \Phi_{c]d} \quad \text{na } \mathcal{H},$$

zatímco magnetická část

$$iN^C_{A'} N^D_{B'} \psi_{ABCD} - iN^{C'}_A N^{D'}_B \bar{\psi}_{A'B'C'D'}$$

je

$$\varepsilon^{abcd} N_a \nabla_{[b} \Phi_{c]e} \quad \text{na } \mathcal{H},$$

( $\varepsilon^{abcd}$  je úplně antisymetrický Levi-Civitův tenzor), což je Cottonův-Yorkův tenzor popisující vnitřní konformní křivost  $\mathcal{H}$ .<sup>13</sup>

# POZNÁMKY

## Část 1

1. Hamiltonova teorie je formalismus, jenž zahrnuje veškerou klasickou fyziku a současně je mostem ke kvantové mechanice. Viz R. Penrose (2004), *The road to reality*, Random House, kapitola 20.
2. Planckův vzorec  $E = hv$ . Vysvětlení symbolů je v poznámce 2.18.
3. Erwin Schrödinger (1950), *Statistical thermodynamics*, Second edition, Cambridge University Press.
4. Pojem „součin“ odpovídá běžnému násobení přirozených čísel v tom, že součinem  $m$ -rozměrného prostoru s  $n$ -rozměrným prostorem je prostor s dimenzí  $mn$ .
5. V roce 1803 publikoval matematik Lazare Carnot dílo *Fundamentální principy rovnováhy a pohybu*, ve kterém upozornil na ztrátu „momentu aktivity“, tedy vykonanou užitečnou práci. Bylo to první známé vyjádření transformace energie a entropie. Sadi Carnot pak pokračoval k postulátu, že při mechanické práci se „vždy ztratí určité teplo“. V roce 1854 Clausius rozvinul myšlenku „vnitřní práce“, té „kterou na sebe působí atomy tělesa“, a „vnější práce“, která „vzniká cizím působením, jemuž je těleso vystaveno“.
6. Claude E. Shannon, Warren Weaver (1949), *The mathematical theory of communication*, University of Illinois Press.
7. Vyjádřeno matematicky: problém vzniká tím, že makroskopická nerozlišitelnost není *tranzitivní*, tedy stavy A a B mohou být navzájem rozlišitelné a stavy B a C také navzájem rozlišitelné, ale přesto A a C rozlišitelné být nemusí.
8. „Spin“ atomového jádra je ryze kvantověmechanický pojem, ale přesto je možné si ho intuitivně představovat, jako by jádro „rotovalo“ kolem své osy. Celková hodnota „spinu“ jádra je dána spiny jednotlivých protonů a neutronů a také orbitálním pohybem těchto částic kolem sebe.
9. E. L. Hahn (1950), „Spin echoes“. *Physical Review*, 80: 580-94.
10. J. P. Heller (1960), „An unmixing demonstration“. *Am. J. Phys.*, 28: 348-53.
11. Možná v kontextu černých děr získá entropie univerzální objektivitu. Tuto otázku prozkoumáme v kapitolách 2.6 a 3.4.

## Část 2

1. Čas od času se objevují různá alternativní vysvětlení rudého posuvu. Jedno

- z nejpoblárnějších je, že světlo se během letu „unavuje“, tedy že fotony cestou k nám prostě ztrácejí energii. Podle jiné hypotézy běžel čas v dávné minulosti pomaleji. Takovéto nápady jsou buď v rozporu s dalšími dobře prokázanými fakty či principy, nebo jsou „nežitečné“ v tom smyslu, že je lze přeformulovat do podoby, která odpovídá standardnímu obrazu expandujícího vesmíru, jen s netradiční definicí měření prostoru a času.
2. A. Blanchard, M. Douspis, M. Rowan-Robinson, S. Sarmat (2003), „An alternative to the cosmological concordance model“. *Astronomy & Astrophysics*, 412: 35-44. arXiv:astro-ph/0304237v27 Jul 2003.
  3. Tento název zavedl Fred Hoyle během rádiového vysílání stanice BBC dne 28. března 1949 coby posměšné označení. Hoyle byl horlivým stoupencem konkurenční teorie „stacionárního vesmíru“, viz kapitolu 2.2.
  4. Temná hmota není „temná“ (jako třeba ohromné oblasti tmavého *prachu*, jež můžeme spatřit, protože zakrývají vzdálenější objekty), ale spíše *neviditelná*. Také „temná energie“ se velmi liší od energie běžné hmoty, která díky Einsteinovu vztahu  $E = mc^2$  působí na ostatní hmotu přitažlivě. Temná energie má naopak odpudivé účinky a v ničem nepřipomíná běžnou látku. Spíše ji lze dobře popsat kosmologickou konstantou, kterou v roce 1917 zavedl Albert Einstein a od té doby ji můžeme najít prakticky ve všech standardních učebnicích kosmologie. Kosmologická konstanta je univerzální konstantou, takže oproti energii nemá nezávislé stupně volnosti.
  5. Halton Arp *and 33 others*, „An open letter to the scientific community“. *New Scientist*, May 22, 2004.
  6. *Pulsar* je neutronová hvězda – extrémně hustý objekt velký zhruba 10 kilometrů, jehož hmotnost je o něco větší než hmotnost Slunce. Má enormně silné magnetické pole a rychle rotuje kolem vlastní osy, díky čemuž vysílá do určitého směru pravidelně se opakující záblesky elektromagnetického záření, které můžeme například zde na Zemi detekovat.
  7. Je zvláštní, že Friedmann se nezabýval nejjednodušším případem, kdy má vesmír *nulovou* prostorovou křivost.
  8. Až na případné topologické identifikace, které zde neuvažujeme.
  9. V obou případech  $K = 0$  a  $K < 0$  existují topologicky uzavřené varianty (které získáme umělou identifikací vzdálených bodů prostorové geometrie navzájem), jejichž geometrie je konečná. Ve všech těchto situacích však ztratíme globální prostorovou izotropii.
  10. Supernova je nesmírně silná exploze umírající hvězdy (s hmotností větší, než má naše Slunce), která na několik dní přezáří celou galaxii, v níž se nachází. Viz kapitolu 2.4.
  11. S. Perlmutter et al. (1999), *Astrophysical J.*, 517: 565. A. Reiss et al. (1998), *Astronomical J.*, 116: 1009.

12. Eugenio Beltrami (1868), „Saggio di interpretazione della geometria non-euclidea“, *Giornale di Matematiche*, VI: 285–315. Eugenio Beltrami (1868), „Teoria fondamentale degli spazii di curvatura costante“, *Annali Di Mat., ser. II*, 2: 232–55.
13. H. Bondi, T. Gold (1948), „The steady-state theory of the expanding universe“, *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 108: 252–70. Fred Hoyle (1948), „A new model for the expanding universe“, *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 108: 372–82.
14. Spoustu fyziky a jejích krás jsem se naučil od blízkého přítele Dennise Sciamy, tehdy zapáleného stoupence modelu stacionárního vesmíru. Navíc jsem navštěvoval inspirující přednášky Bondiho a Diraca.
15. J. R. Shakeshaft, M. Ryle, J. E. Baldwin, B. Elsmore, J. H. Thomson (1955), *Mem RAS*, 67: 106–54.
16. Ve fundamentální fyzice se teplota měří ve fyzikálních jednotkách „kelvinů“ označených písmenem „K“, jež udávají počet stupňů (Celsia) nad *absolutní nulou*.
17. V angloamerické literatuře se pro reliktní mikrovlnné záření kromě zkratky CMB někdy používají i zkratky CMBR, CBR a MBR.
18. V závislosti na teplotě  $T$  a vyzařované frekvenci  $\nu$  zní Planckův vzorec pro intenzitu záření černého tělesa  $2h\nu^3/(e^{h\nu/kT} - 1)$ , kde  $h$  je Planckova konstanta a  $k$  je Boltzmannova konstanta.
19. R. C. Tolman (1934), *Relativity, thermodynamics, and cosmology*, Clarendon Press.
20. Místní skupina galaxií (kupa galaxií zahrnující naši Galaxii, tedy Mléčnou dráhu i se sluneční soustavou) se pohybuje rychlostí zhruba 630 km/s vůči vztažné soustavě spojené s reliktním zářením. A. Kogut et al. (1993), *Astrophysical J.*, 419: 1.
21. H. Bondi (1952), *Cosmology*, Cambridge University Press.
22. Zvláštní výjimkou jsou sopečné vývěry na unikátních místech oceánského dna, na nichž závisí kolonie podivného života. Vulkanická aktivita je důsledkem tepla uvolňovaného radioaktivním rozpadem hmoty, jež má původ v předchozí generaci hvězd, které kdysi dávno vyvrhly tento materiál do mezihvězdného prostoru při výbuchu supernov. Roli zdroje nízké entropie, tedy od Slunce, v tomto případě přebírají zmíněné hvězdy, ale na argumentech použitých v textu to vlastně nic nemění.
23. Drobnou korekci do uvedené bilance zanáší malé množství tepla uvolňovaného radioaktivitou Země, viz poznámku 2.22, a také efekt spalování fosilních paliv, jež přispívá ke globálnímu oteplování.
24. Tento obecný argument asi poprvé použil Erwin Schrödinger v pozoruhodné knize *Co je život?* z roku 1944.
25. R. Penrose (1989), *The emperor's new mind: concerning computers, minds, and the laws of physics*, Oxford University Press.

26. V odborné literatuře se rozlišuje „světelný kužel“ a „nulový kužel“. V této knize používám termín *světelný kužel* pro označení všech míst prostoročasu, do nichž se dostane světlo procházející určitým bodem  $p$ . Naproti tomu *nulový kužel* je struktura definovaná čistě jen v tečném prostoru bodu  $p$  (tedy v *nekonečně blízkém okolí  $p$* ).
27. Abychom definovali Minkowského geometrii explicitně, zvolme klidovou soustavu libovolného pozorovatele. V ní zavedeme běžnou kartézskou soustavu souřadnic  $(x, y, z)$  k určení prostorové polohy libovolné události a časovou souřadnici  $t$ , jež je vlastním časem pozorovatele. Zavedeme-li jednotky pro měření vzdálenosti a časových intervalů tak, aby rychlost světla byla  $c = 1$ , zjistíme, že světelné kužele jsou určeny vztahem  $dt^2 - dx^2 - dy^2 - dz^2 = 0$ . Světelný kužel (viz poznámku 2.26) z počátku je tedy dán rovnicí  $t^2 - x^2 - y^2 - z^2 = 0$ .
28. Hmotností zde mám na mysli *klidovou hmotnost*. K otázce se vrátím v kapitole 3.1.
29. Jak jsme uvedli již v kapitole 1.3, běžné dynamické rovnice jsou časově reverzibilní, takže dynamické chování, pokud je určeno submikroskopickými částmi fyzikálního systému, můžeme chápat i jako proces, kdy se příčina šíří z budoucnosti do minulosti. V této knize však používám pojem „kauzality“ v běžném smyslu.
30. Délka  $= \int (g_{ij} dx^i dx^j)^{1/2}$ , viz R. Penrose (2004), *The road to reality*, Random House, obrázek 14.20, str. 318.
31. J. L. Synge (1956), *Relativity: the general theory*, North Holland Publishing.
32. Právě existence této přirozené metriky zcela podkopává hlubokou analýzu, kterou provedl Poincaré. Díky ní dospěl k závěru, že geometrie prostoru je v podstatě pouhou konvencí a že eukleidovská geometrie proto, že je nejjednodušší, navždy zůstane pro fyziku tou nejlepší geometrií! Viz Poincarého dílo *Science et Méthode* (Věda a metoda, 1914).
33. Klidová energie částice je energie v její vztažené soustavě, takže do ní nepřispívá *kinetická energie jejího pohybu*.
34. Úniková rychlost je rychlost, kterou musíme udělit objektu na povrchu planety, aby mohl odlétnout pryč a úplně se vymanil z jejího gravitačního pole.
35. Byl to kvazar 3C273.
36. Viz dodatek k článku R. Penrose (1965), „Zero rest-mass fields including gravitation: asymptotic behaviour“, *Proc. Roy. Soc. A284*: 159–203. Argumentace není zcela kompletní.
37. Poněkud bizarní okolnosti jsou uvedeny v mé knize z roku 1989 *The emperor's new mind*, Oxford University Press.
38. Existence lapené plochy je příkladem toho, co dnes nazýváme „kvazilokální“ podmínky. V daném případě jde o přítomnost uzavřené prostorové dvourozměrné plochy (obvykle topologické dvourozměrné sféry), jejíž všechny do budoucna orientované normály konvergují. V *každém* prostoročase lokálně existují oblasti, které takovou vlastnost mají. Lapený povrch se ale vyskytuje jenom

- tehdy, když lze zmíněné oblasti sjednotit tak, aby vytvořily uzavřený povrch (s kompaktní topologií).
39. R. Penrose (1965), „Gravitational collapse and space-time singularities“, *Phys. Rev. Lett.*, 14: 57-9. R. Penrose (1968), „Structure of space-time“, in *Batelle Rencontres* (ed. C. M. deWitt, J. A. Wheeler), Benjamin, New York.
  40. Jediný požadavek, který nesingulární prostoročas musí v tomto kontextu splňovat, je takzvaná „budoucí nulová úplnost“. Podmínka vyžaduje, aby každou světelnou geodetiku bylo možné prodloužit do budoucnosti do libovolně velkých hodnot jejího „afinního parametru“. Viz S. W. Hawking, R. Penrose (1996), *The nature of space and time*, Princeton University Press.
  41. R. Penrose (1994), „The question of cosmic censorship“, in *Black holes and relativistic stars* (ed. R. M. Wald), University of Chicago Press.
  42. R. Narayan, J. S. Heyl (2002), „On the lack of type I X-ray bursts in black hole X-ray binaries: evidence for the event horizon?“, *Astrophysical J.*, 574: 139-42.
  43. Myšlenku přesného konformního diagramu jako první formalizoval Brandon Carter v roce 1966 poté, co jsem vágnější verze *schematických* konformních diagramů systematicky používal od roku 1962 (viz Penrose 1962, 1964, 1965). B. Carter (1966), „Complete analytic extension of the symmetry axis of Kerr’s solution of Einstein’s equations“, *Phys. Rev.*, 141: 1242-7. R. Penrose (1962), „The light cone at infinity“, in *Proceedings of the 1962 conference on relativistic theories of gravitation*, Warsaw, Polish Academy of Sciences. R. Penrose (1964), „Conformal approach to infinity“, in *Relativity, groups and topology. The 1963 Les Houches Lectures* (ed. B. S. DeWitt, C. M. DeWitt), Gordon and Breach, New York. R. Penrose (1965), „Gravitational collapse and space-time singularities“, *Phys. Rev. Lett.*, 14: 57-9.
  44. Shodou okolností se polské slovo „skraj“ vyslovuje úplně stejně jako „scri“ a znamená hranici (obvykle v kontextu lesa).
  45. V časově obráceném modelu stacionárního vesmíru by volně padající astronaut potkával kolabující materiál pohybující se čím dál rychleji, až by dosáhl rychlosti světla a nekonečné hybnosti, to vše v konečném čase.
  46. J. L. Synge (1950), *Proc. Roy. Irish Acad.*, 53A: 83. M. D. Kruskal (1960), „Maximal extension of Schwarzschild metric“, *Phys. Rev.*, 119: 1743-5. G. Szekeres (1960), „On the singularities of a Riemannian manifold“, *Publ. Mat. Debrecen*, 7: 285-301. C. Fronsdal (1959), „Completion and embedding of the Schwarzschild solution“, *Phys. Rev.*, 116: 778-81.
  47. S. W. Hawking (1974), „Black hole explosions?“, *Nature*, 248: 30.
  48. Pojmy kosmologického horizontu událostí a horizontu částic jako první zformuloval Wolfgang Rindler (1956) v článku „Visual horizons in world-models“, *Monthly Notices of the Roy. Astronom. Soc.*, 116: 662. Vztah těchto pojmů k (schematickým) konformním diagramům byl zdůrazněn v příspěvku R. Penrose



- (1967), „Cosmological boundary conditions for zero rest-mass fields“, in *The nature of time* (s. 42-54) (ed. T. Gold), Cornell University Press.
49. V tom smyslu, že  $\mathcal{C}^-(p)$  je (budoucí) hranice množiny bodů, které mohou být spojeny s událostí  $p$  pomocí do budoucnosti orientované kauzální křivky.
50. Poté, co jsem dokázal nevyhnutelnost vzniku singularit při gravitačním kolapsu (viz poznámku 2.36 obsahující původní citaci z roku 1965 a kapitola 2.4), přišel Stephen Hawking se sérií článků, v nichž ukázal, že uvedený výsledek lze aplikovat i v širším kontextu na kosmologii (publikace v *Proceedings of the Royal Society*, viz S. W. Hawking, G. F. R. Ellis (1973), *The large-scale structure of space-time*, Cambridge University Press). V roce 1970 jsme spojili síly a dokázali velmi obecný teorém pokrývající všechny situace tohoto typu: S. W. Hawking, R. Penrose (1970), „The singularities of gravitational collapse and cosmology“, *Proc. Roy. Soc. Lond.*, A314: 529-48.
51. Tento argument jsem poprvé prezentoval v příspěvku R. Penrose (1990), „Difficulties with inflationary kosmology“, in *Proceedings of the 14th Texas symposium on relativistic astrophysics* (ed. E. Fenves), New York Academy of Science. Od stoupenců inflační teorie jsem nezaznamenal žádnou odezvu.
52. D. Eardley (1974) v článku „Death of white holes in the early universe“, *Phys. Rev. Lett.*, 33: 442-4, přišel s argumentem, že bílé díry musely být v raném vesmíru vysoce nestabilní. To ale nevyklučuje jejich přítomnost v počátečním stavu, plně v souladu s tím, co zde uvádím. Bílé díry mohly mizet různě rychle, stejně jako při běžném směru toku času vznikají různě rychle černé díry.
53. Srovnej A. Strominger, C. Vafa (1996), „Microscopic origin of the Bekenstein-Hawking entropy“, *Phys. Lett.*, B379: 99-104. A. Ashtekar, M. Bojowald, J. Lewandowski (2003), „Mathematical structure of loop quantum cosmology“, *Adv. Theor. Math. Phys.*, 7: 233-68. K. Thorne (1986), *Black holes: the mebrane paradigm*, Yale University Press.
54. Jinde jsem uvedl poněkud odlišné číslo, v němž druhý exponent není „124“, ale „123“. Teď se ale přikláním k vyšší hodnotě, abych započítal i příspěvek od temné hmoty.
55. Vydělíme-li  $10^{10^{124}}$  číslem  $10^{10^{89}}$ , dostaneme  $10^{10^{124}-10^{89}}$ , což je přibližně  $10^{10^{124}}$ , takže rozdíl v podstatě nelze zaznamenat.
56. R. Penrose (1998), „The question of cosmic censorship“, in *Black holes and relativistic stars* (ed. R. M. Wald), University of Chicago Press. (Reprinted *J. Astrophys.*, 1999; 20: 233-48)
57. Ricciho tenzor je definován v dodatku A.3.
58. V konvencích dodatku A.
59. Přítomny budou i nelineární efekty, které zde zanedbávám.

60. A. O. Petters, H. Levine, J. Wambsganns (2001), *Singularity theory and gravitational lensing*, Birkhäuser.
61. R. Penrose (1979), „Singularities and time-asymmetry“, in S. W. Hawking, W. Israel, *General relativity: an Einstein centenary survey*, Cambridge University Press, s. 581–638. S. W. Goode, J. Wainwright (1985), „Isotropic singularities in cosmological models“, *Class. Quantum Grav.*, 2: 99–115. R. P. A. C. Newman (1993), „On the structure of conformal singularities in classical general relativity“, *Proc. R. Soc. Lond.*, A443: 473–49. K. Anguige and K. P. Tod (1999), „Isotropic cosmological singularities I. Polytropic perfect fluid spacetimes“, *Ann. Phys. N.Y.*, 276: 257–93.

## Část 3

1. A. Zee (2003), *Quantum field theory in a nutshell*, Princeton University Press.
2. Máme dobré teoretické důvody (související se zákonem zachování elektrického náboje) pro to, že hmotnost fotonů je přesně nulová. Observační horní mez klidové hmotnosti fotonu je dnes  $m < 3 \times 10^{-27}$  eV. G. V. Chibisov (1976), „Astrofizičeskije vėrchnyje predėly na massu pokoja fotona“, *Uspėchi fizičeskich nauk*, 119(3), 19: 624.
3. Ve fyzice částic se občas používá pojem „konformní invariance“, ale má mnohem omezenější význam než v této knize, protože je jím míněna jen „nezávislost na škálování“ metriky  $\mathbf{g} \mapsto \Omega^2 \mathbf{g}$  kde  $\Omega$  je konstantní.
4. Je tu však problém související s takzvanou konformní anomálií, kdy symetrie klasického pole (zde exaktní konformní invariance) nemusí přesně platit v kvantovém kontextu. To nejspíš nevádí u velmi vysokých energií, jež zde máme na mysli, mohlo by se ale projevit ve způsobu, jakým konformní invariance „mizí“ po vzniku nenulových klidových hmotností.
5. D. J. Gross (1992), „Gauge theory – Past, present, and future?“, *Chinese J. Phys.*, 30(7).
6. Urychlovač Large Hadron Collider sráží protiběžné svazky při energii  $7 \times 10^{12}$  elektronvoltů (1,12  $\mu$ J) na částici, anebo jádra olova při energii 574 TeV (92,0  $\mu$ J) na jádro.
7. Otázka inflace je diskutována v kapitolách 3.4 a 3.6.
8. S. E. Rugh, H. Zinkernagel (2009), „On the physical basis of cosmic time“, *Studies in History and Philosophy of Modern Physics*, 40: 1–19.
9. H. Friedrich (1983), „Cauchy problems for the conformal vacuum field equations in general relativity“, *Comm. Math. Phys.*, 91(4): 445–472. H. Friedrich (2002), „Conformal Einstein evolution“, in *The conformal structure of spacetime: geometry, analysis, numerics* (ed. J. Frauendiener, H. Friedrich) Lecture Notes in Physics, Springer. H. Friedrich (1998), „Einstein’s equation and conformal structure“, in *The geometric universe: science, geometry, and the work of Roger Pen-*

- rose (eds. S. A. Huggett, L. J. Mason, K. P. Tod, S. T. Tsou, N. M. J. Woodhouse), Oxford University Press.
10. Příkladem nekonzistence je takzvaný problém dědečka: člověk odcestuje zpátky v čase a zabije svého biologického dědečka předtím, než potká babičku. V důsledku toho se jeden z rodičů cestovatele v čase (a tedy ani cestovatel sám) nemohl nikdy narodit. Proto nemohl odcestovat zpět v čase, což znamená, že dědeček zůstal naživu a cestovatel se mohl narodit a mohl odcestovat zpět v čase a zabít dědečka. *Vypadá to*, že každá z obou alternativ popírá samu sebe, což je logický paradox. René Barjavel (1943), *Le voyageur imprudent* (Nerozumný cestovatel). [Kniha ve skutečnosti pojednává o obecném předkovi cestovatele v čase, nikoli o dědečkovi.]
  11. Příslušná objemová míra fázového prostoru  $\mathcal{P}$  je mocninou veličiny „ $dp \wedge dx$ “, kde  $p$  odpovídá hybnosti sdružené s polohou  $x$ ; viz například R. Penrose (2004), *The road to reality*, kapitola 20.2. Jestliže se  $dx$  škáluje faktorem  $\Omega$ , pak  $dp$  se škáluje faktorem  $\Omega^{-1}$ . Tato invariance objemu fázového prostoru  $\mathcal{P}$  platí bez ohledu na konformní invarianci fyzikálních zákonů, kterou jsme diskutovali.
  12. R. Penrose (2008), „Causality, quantum theory and cosmology“, in *On space and time* (ed. Shahn Majid), Cambridge University Press. R. Penrose (2009), „The basic ideas of Conformal Cyclic Cosmology“, in *Death and anti-death, Volume 6: Thirty years after Kurt Gödel (1906-1978)* (ed. Charles Tandy), Ria University Press, Stanford, Palo Alto, CA.
  13. Nedávné experimenty v japonském detektoru Super-Kamiokande měřícím Čerenkovovo záření dávají dolní mez poločasů rozpadu protonu  $6,6 \times 10^{33}$  let.
  14. Především anihilace párů; děkuji J. D. Bjorkenovi za to, že mi tuto problematiku objasnil. J. D. Bjorken, S. D. Drell (1965), *Relativistic quantum mechanics*, McGraw-Hill.
  15. Pokud jde o pozorování neutrin, současná situace je taková, že rozdíly v jejich hmotnostech nemohou být nulové. Teoreticky ale stále není vyloučeno, aby jeden ze tří typů neutrin měl nulovou klidovou hmotnost. Y. Fukuda et al. (1998), „Measurements of the solar neutrino flux from Super-Kamiokande's first 300 days“, *Phys. Rev. Lett.*, 81(6): 1158-62.
  16. Tyto operátory jsou veličiny, jež se dají zkonstruovat z generátorů grupy komutující se všemi prvky grupy.
  17. H.-M. Chan, S. T. Tsou (2007), „A model behind the standard model“, *European Physical Journal*, C52: 635-63.
  18. Diferenciální operátory měří, jak se veličiny, na něž působí, mění v prostoročase; viz dodatky ohledně konkrétního významu operátoru „ $\nabla$ “.
  19. R. Penrose (1965), „Zero rest-mass fields including gravitation: asymptotic behaviour“, *Proc. R. Soc. Lond.*, A284: 159-203.

20. V dodatku B.1 budu však pro Einsteinovu fyzikální metriku používat právě opačnou konvenci, takže tam se bude blížit nule  $\Omega^{-1}$ .
21. Závisí to na povaze hmoty v  $\mathcal{B}^-$ , konkrétně že jde o záření jako v Tolmanově modelu popsaném v kapitole 3.3, nikoli o prach jako ve Friedmannově modelu.
22. Diferenciál  $d\Omega/(1 - \Omega^2)$  je v Cartanově počtu takzvanou 1-formou čili kovektorem. Jeho invarianci vůči záměně  $\Omega$  za  $\Omega^{-1}$  lze však snadno ověřit standardními pravidly běžného diferenciálního počtu: viz např. R. Penrose (2004), *The road to reality*, Random House.
23. Osobně pokládám moderní tendenci považovat „temnou energii“ za příspěvek k hustotě hmoty vesmíru za nevhodnou.
24. Mít hodnotu veličiny, jež je o 120 řádů větší, než by měla, si žádá opravdu velkou důvěru v „renormalizační proceduru“, bez které bychom dostali prostě jen „ $\infty$ “ (viz kapitolu 3.5).
25. Nebeská mechanika klade silné omezení na možnou změnu gravitační konstanty  $(dG/dt)/G_0 \leq 10^{-12}$  za rok.
26. R. H. Dicke (1961), „Dirac’s cosmology and Mach’s principle“, *Nature*, 192: 440-1. B. Carter (1974), „Large number coincidences and the anthropic principle in cosmology“, in *IAU Symposium 63: Confrontation of Cosmological Theories with Observational Data*, Reidel, s. 291-98.
27. A. Pais (1982), *Subtle is the Lord: the science and life of Albert Einstein*, Oxford University Press.
28. R. C. Tolman (1934), *Relativity, thermodynamics, and cosmology*, Clarendon Press. W. Rindler (2001), *Relativity: special, general, and cosmological*, Oxford University Press.
29. Přesné zavedení analytického prodloužení je popsáno v R. Penrose (2004), *The road to reality*, Random House.
30. „Imaginární číslo“ je veličina, jejíž druhá mocnina dává záporné číslo. Například pro  $i$  platí, že  $i^2 = -1$ . Viz R. Penrose (2004), *The road to reality*, Random House, kapitola 4.1.
31. B. Carter (1974), „Large number coincidences and the anthropic principle in cosmology“, in *IAU Symposium 63: Confrontation of Cosmological Theories with Observational Data*, Reidel, s. 291-8. John D. Barrow, Frank J. Tipler (1988), *The anthropic cosmological principle*, Oxford University Press.
32. L. Susskind, „The anthropic landscape of string theory“, arxiv:hep-th/0302219. A. Linde (1986), „Eternal chaotic inflation“, *Mod. Phys. Lett.*, A1: 81.
33. Lee Smolin (1999), *The life of the cosmos*, Oxford University Press.
34. Gabriele Veneziano (2004), „The myth of the beginning of time“, *Scientific American*, May.
35. Paul J. Steinhardt, Neil Turok (2007), *Endless universe: beyond the big bang*, Random House, London.

36. Viz například C. J. Isham (1975), *Quantum gravity: an Oxford symposium*, Oxford University Press.
37. Abhay Ashtekar, Martin Bojowald, „Quantum geometry and the Schwarzschild singularity“. <http://www.arxiv.org/gr-qc/0509075>.
38. Viz například A. Einstein (1931), *Berl. Ber.*, 235, a A. Einstein, N. Rosen (1935), *Phys. Rev. Ser. 2*, 48: 73.
39. Viz poznámku 2.50.
40. Viz poznámku 3.11.
41. Z dnešních pozorování plynou přesvědčivé argumenty o existenci ještě větších černých děr v jádrech některých galaxií. Současný rekord drží gigantická černá díra hmotnosti  $1,8 \times 10^{10} M_{\odot}$ , což je zhruba tolik jako hmotnost celé menší galaxie. Může však existovat i mnoho galaxií, jejichž černé díry jsou daleko menší než naše s hmotností  $\sim 4 \times 10^6 M_{\odot}$ . Přesné číslo uváděné v textu není však pro podstatu argumentu příliš významné. Odhaduji, že skutečnost se bude pohybovat spíše u dolní hranice.
42. J. D. Bekenstein (1972), „Black holes and the second law“, *Nuovo Cimento Letters*, 4: 737-40. J. Bekenstein (1973), „Black holes and entropy“, *Phys. Rev.*, D7: 2333-46.
43. J. M. Bardeen, B. Carter, S. W. Hawking (1973), „The four laws of black hole mechanics“, *Communications in Mathematical Physics*, 31(2): 161-70.
44. Ve skutečnosti každá stacionární černá díra (ve vakuu) potřebuje ke své plné charakterizaci pouhých 10 parametrů: polohu (3), rychlost (3), hmotnost (1) a moment hybnosti (3). To je v silném protikladu k ohromnému množství parametrů nezbytných k popisu toho, jak černá díra vznikla. Zmíněných deset makroskopických parametrů by tedy mělo charakterizovat naprosto gigantickou oblast fázového prostoru, čemuž skrze Boltzmannovu formuli přísluší ohromná entropie.
45. <http://xaonon.dyndns.org/hawking>.
46. L. Susskind (2008), *The black hole war: my battle with Stephen Hawking to make the world safe for quantum mechanics*, Little, Brown.
47. D. Gottesman, J. Preskill (2003), „Comment on ‚The black hole final state‘“, hep-th/0311269. G. T. Horowitz, J. Maldacena (2003), „The black hole final state“, hep-th/0310281. L. Susskind (2003), „Twenty years of debate with Stephen“, in *The future of theoretical physics and cosmology* (ed. G. W. Gibbons et al.), Cambridge University Press.
48. Hawking již dávno zdůraznil, že závěrečné rozprsknutí by z technického hlediska představovalo okamžitou „nahou singularitu“, což by narušilo hypotézu kosmické cenzury. Z toho důvodu se tato hypotéza obvykle omezuje pouze na klasickou obecnou teorii relativity. R. Penrose (1994), „The question of cosmic censorship“, in *Black holes and relativistic stars* (ed. R. M. Wald), University of Chicago Press.

49. James B. Hartle (1998), „Generalized quantum theory in evaporating black hole spacetimes“, in *Black holes and relativistic stars* (ed. R. M. Wald), University of Chicago Press.
50. Je dobře známo, že z kvantové teorie plyne „neklonovací teorém“, který zabráňuje kopírování neznámého kvantového stavu. Nevidím žádný důvod, proč by neměl platit i v tomto případě. W. K. Wootters, W. H. Zurek (1982), „A single quantum cannot be cloned“, *Nature*, 299: 802-3.
51. S. W. Hawking (1974), „Black hole explosions“, *Nature*, 248: 30. S. W. Hawking (1975), „Particle creation by black holes“, *Commun. Math. Phys.*, 43.
52. Hawkingův nový argument lze najít v „Hawking changes his mind about black holes“, publikovaný online časopisem *Nature* (doi:10.1038/news040712-12). Vychází z hypotetického předpokladu souvisejícího s teorií strun. S. W. Hawking (2005), „Information loss in black holes“, *Phys. Rev.*, D72: 084013.
53. Schrödingerova rovnice je *komplexní* diferenciální rovnice, jež je prvního řádu v časové proměnné. Jestliže invertujeme čas, musí být imaginární číslo „i“ změněno na „-i“ ( $i = \sqrt{-1}$ ); viz poznámku 3.30.
54. Pro další informace viz R. Penrose (2004), *The road to reality*, Random House, kapitoly 21-3.
55. W. Heisenberg (1971), *Physics and beyond*, Harper and Row, s. 73-6. Viz též A. Pais (1991), *Niels Bohr's times*, Clarendon Press, s. 299.
56. Zdá se, že Diraca vůbec nezajímala otázka „interpretace“ kvantové mechaniky, která by mohla problém měření rozřešit. Zastával stanovisko, že soudobá kvantová mechanika je tak jako tak jen „dočasnou teorií“.
57. P. A. M. Dirac (1982), *The principles of quantum mechanics*. 4th ed. Clarendon Press [první vydání 1930].
58. L. Diósi (1984), „Gravitation and quantum mechanical localization of macro-objects“, *Phys. Lett.*, 105A: 199-202. L. Diósi (1989), „Models for universal reduction of macroscopic quantum fluctuations“, *Phys. Rev.*, A40: 1165-74. R. Penrose (1986), „Gravity and state-vector reduction“, in *Quantum concepts in space and time* (eds. R. Penrose, C. J. Isham), Oxford University Press, s. 129-46. R. Penrose (2000), „Wavefunction collapse as a real gravitational effect“, in *Mathematical physics 2000* (eds. A. Fokas, T. W. B. Kibble, A. Grigouriou, B. Zegarlinski), Imperial College Press, s. 266-282. R. Penrose (2009), „Black holes, quantum theory and cosmology“ (Fourth International Workshop DICE 2008), *J. Physics Conf. Ser.*, 174: 012001. doi: 10.1088/1742-6596/174/1/012001.
59. Vždy je obtížné pracovat s vesmírem, který je prostorově nekonečný, protože *celkové* hodnoty veličin jako entropie jsou v něm rovněž nekonečné. To však není zas tak závažný problém, neboť za předpokladu celkové obecné prostorové homogenity můžeme místo toho pracovat s velkým „spolu-pohybujícím se objemem“ (jehož hranice sledují obecný tok hmoty).
60. S. W. Hawking (1976), „Black holes and thermodynamics“, *Phys. Rev.*, D13(2):

191. G. W. Gibbons, M. J. Perry (1978), „Black holes and thermal Green's function“, *Proc Roy. Soc. Lond.*, A358: 467-94. N. D. Birrel, P. C. W. Davies (1984), *Quantum fields in curved space*, Cambridge University Press.
61. Osobní komunikace s Paulem Todem.
62. Viz poznámku 3.11.
63. Myslím, že můj osobní postoj ke „ztrátě informace“ vedoucí k nárůstu entropie černé díry se liší od běžného názoru v tom, že nepokládám *horizont* za příslušnou fundamentální hranici (protože horizonty nejsou lokálně viditelné). Domnívám se, že za ztrátu informace je zodpovědná přímo *singularita*.
64. Viz poznámku 3.42.
65. W. G. Unruh (1976), „Notes on black hole evaporation“, *Phys. Rev.*, D14: 870.
66. G. W. Gibbons, M. J. Perry (1978), „Black holes and thermal Green's function“, *Proc Roy. Soc. Lond.*, A358: 467-94. N. D. Birrel, P. C. W. Davies (1984), *Quantum fields in curved space*, Cambridge University Press.
67. Wolfgang Rindler (2001), *Relativity: special, general and cosmological*, Oxford University Press.
68. H.-Y. Guo, C.-G. Huang, B. Zhou (2005), *Europhys. Lett.*, 72: 1045-51.
69. Mohlo by se namítnout, že oblast pokrytá Rindlerovými pozorovateli není celé  $\mathbb{M}$ , ale to samé platí i pro  $\mathbb{D}$ .
70. J. A. Wheeler, K. Ford (1995), *Geons, black holes, and quantum foam*, Norton.
71. A. Ashtekar, J. Lewandowski (2004), „Background independent quantum gravity: a status report“, *Class. Quant. Grav.*, 21: R53-R152. doi:10.1088/0264-9381/21/15/R01, arXiv:gr-qc/0404018.
72. J. W. Barrett, L. Crane (1998), „Relativistic spin networks and quantum gravity“, *J. Math. Phys.*, 39: 3296-302. J. C. Baez (2000), *An introduction to spin foam models of quantum gravity and BF theory*. Lect. Notes Phys., 543: 25-94. F. Markopoulou, L. Smolin (1997), „Causal evolution of spin network“, *Nucl. Phys.*, B508: 409-30.
73. H. S. Snyder (1947), *Phys. Rev.*, 71(1): 38-41. H. S. Snyder (1947), *Phys. Rev.*, 72(1): 68-71. A. Schild (1949), *Phys. Rev.*, 73: 414-15.
74. F. Dowker (2006), „Causal sets as discrete spacetime“, *Contemporary Physics*, 47: 1-9. R. D. Sorkin (2003), „Causal sets: discrete gravity“, (Notes for the Valdivia Summer School), in *Proceedings of the Valdivia Summer School* (ed. A. Gomberoff, D. Marolf), arXiv:gr-qc/0309009.
75. R. Geroch, J. B. Hartle (1986), „Computability and physical theories“, *Foundations of Physics*, 16: 533-50. R. W. Williams, T. Regge (2000), „Discrete structures in physics“, *J. Math. Phys.*, 41: 3964-84.
76. Y. Ahmavaara (1965), *J. Math. Phys.*, 6: 87. D. Finkelstein (1996), *Quantum relativity: a synthesis of the ideas of Einstein and Heisenberg*, Springer-Verlag.
77. A. Connes (1994), *Non-commutative geometry*, Academic Press. S. Majid (2000), „Quantum groups and noncommutative geometry“, *J. Math. Phys.*, 41: 3892 až 3942.

78. B. Greene (1999), *The elegant universe*, Norton. J. Polchinski (1998), *String theory*, Cambridge University Press.
79. J. Barbour (2000), *The end of time: the next revolution in our understanding of the universe*, Phoenix. R. Penrose (1971), „Angular momentum: an approach to combinatorial space-time“, in *Quantum theory and beyond* (ed. T. Bastin), Cambridge University Press.
80. Twistorová teorie je vysvětlena v R. Penrose (2004), *The road to reality*, Random House, kapitola 33.
81. G. Veneziano (2004), „The myth of the beginning of time“, *Scientific American* (May). Viz též poznámku 3.34.
82. R. Penrose (2004), *The road to reality*, Random House, kapitola 28.4.
83. „Převést“ kvantovou fluktuaci do skutečné perturbace v rozložení klasické hmoty vyžaduje uplatnění  $\mathbf{R}$ -procesu, o němž referuje závěr kapitoly 3.4. Ten není součástí unitárního vývoje  $\mathbf{U}$ .
84. D. B. Guenther, L. M. Krauss, P. Demarque (1998), „Testing the constancy of the gravitational constant using helioseismology“, *Astrophys. J.*, 498: 871–6.
85. Existují standardní procedury, jak zahrnout vývoj od  $\mathcal{B}^-$  do  $\mathcal{D}$ . Nebyly však aplikovány v Hajianově předběžné analýze dat z reliktního záření (jež bude záhy v textu stručně popsána).
86. Takovéto deformace kruhového tvaru by se objevily rovněž v předchozím eónu. Odhaduji však, že půjde o menší efekt. Každopádně, pokud tomu tak bylo, bylo by mnohem obtížnější ho z mnoha důvodů zaznamenat a analyzovat.
87. V. G. Gurzadyan, C. L. Bianco, A. L. Kashin, H. Kuloghlian, G. Yegorian (2006), „Ellipticity in cosmic microwave background as a tracer of large-scale universe“, *Phys. Lett. A*, 363: 121–4. V. G. Gurzadyan, A. A. Kocharyan (2009), „Porosity criterion for hyperbolic voids and the cosmic microwave background“, *Astronomy and Astrophysics*, 493: L61–L63. [DOI: 10.1051/0006361: 200811317]

### Dodatek A

1. R. Penrose, W. Rindler (1984), *Spinors and space-time, Vol. I: Two-spinor calculus and relativistic fields*, Cambridge University Press. R. Penrose, W. Rindler (1986), *Spinors and space-time, Vol. II: Spinor and twistor methods in space-time geometry*, Cambridge University Press.
2. P. A. M. Dirac (1982), *The principles of quantum mechanics*, 4th ed. Clarendon Press [první vydání 1930]. E. M. Corson (1953) *Introduction to tensors, spinors, and relativistic wave equations*, Blackie and Sons Ltd.
3. C. G. Callan, S. Coleman, R. Jackiw (1970), *Ann. Phys. (NY)*, 59: 42. E. T. Newman, R. Penrose (1968), *Proc. Roy. Soc., Ser. A*, 305: 174.
4. V linearizované limitě obecné relativity jde o Diracovu-Fierzovu rovnici spinu 2. P. A. M. Dirac (1936), „Relativistic wave equations“, *Proc. Roy. Soc. Lond. A*, 155: 447–59. M. Fierz, W. Pauli (1939), „On relativistic wave equations for par-



ticles of arbitrary spin in an electromagnetic field“, *Proc. Roy. Soc. Lond. A*, 173: 211-32.

## Dodatek B

1. Je dost dobře možné, že současný formalismus bude nutné zmodifikovat, abychom v souladu s kapitolou 3.2 zahrnuli rozpad klidových hmotností v oblasti  $\mathcal{C}^\wedge$ . To by však analýzu výrazně zkomplikovalo, a proto se zde omezují na situace, které lze popsat předpokladem, že oblast  $\mathcal{C}^\wedge$  kolem přechodu neobsahuje žádné částice s nenulovou klidovou hmotností.
2. Nedomnívám se, že by požadavek  $\hat{\Lambda} = \check{\Lambda}$  byl velkým předpokladem. Jde spíše o konvenci. Stačí přeuspořádat věci tak, aby případné změny fyzikálních konstant na sebe převzaly jiné veličiny. Také bych rád poznamenal, že namísto standardních „Planckových jednotek“ zavedených v kapitole 3.2 bychom alternativně mohli používat místo podmínky  $G = 1$  volbu  $\Lambda = 3$ , která velmi dobře zapadá do zde uvedeného formalismu KCK.
3. E. Calabi (1954), „The space of Kähler metrics“, *Proc. Internat. Congress Math. Amsterdam*, s. 206-7.
4. Pojem fantomové pole bývá v odborné literatuře používán i v odlišných významech.
5. Viz poznámku 3.9.
6. Viz poznámku 3.9.
7. Kompletní volnost je dána transformací  $\Omega \mapsto (A\Omega + B)/(B\Omega + A)$ , kde  $A$  a  $B$  jsou konstanty, čímž  $\Pi \mapsto \Pi$ . Tato nejednoznačnost je však odstraněna požadavkem, aby funkce  $\Omega$  měla pól (a tudíž  $\omega$  byla nulová).
8. K. P. Tod (2003), „Isotropic cosmological singularities: other matter models“, *Class. Quant. Grav.*, 20: 521-34. [DOI: 10.1088/02649381/20/3/309]
9. Viz poznámku 3.28.
10. Tento operátor nejspíše poprvé zavedl C. R. LeBrun ((1985), „Ambi-twistors and Einstein’s equations“, *Classical Quantum Gravity*, 2: 555-63) v definici „Einsteinova bandlu“ v twistorové teorii. Spadá do mnohem širší třídy operátorů zavedených Eastwoodem a Ricem (M. G. Eastwood a J. W. Rice, 1987, „Conformally invariant differential operators on Minkowski space and their curved analogues“, *Commun. Math. Phys.*, 109: 207-28, Erratum, *Commun. Math. Phys.*, 1992; 144: 213). Objevuje se i v jiných kontextech (M. G. Eastwood (2001), „The Einstein bundle of a nonlinear graviton“, in *Further advances in twistor theory vol. III*, Chapman & Hall/CRC, s. 36-9. T. N. Bailey, M. G. Eastwood, A. R. Gover (1994), „Thomas’s structure bundle for conformal, projective, and related structures“, *Rocky Mtn. Jour. Math.*, 24: 1191-217). Dnes je znám pod názvem „operátor konformní k Einsteinovu“, viz též poznámku pod čarou na str. 124 v R. Penrose, W. Rindler (1986), *Spinors and space-time, Vol. II: Spinor and twistor methods in space-time geometry*, Cambridge University Press.

## POZNÁMKY

11. Na tuto interpretaci mě upozornil K. P. Tod. V monografii Penrose a Rindler (1986) se tato podmínka nazývá „asymptotická Einsteinova podmínka“. R. Penrose, W. Rindler (1986), *Spinors and space-time, Vol. II: Spinor and twistor methods in space-time geometry*, Cambridge University Press.
12. Jsou i jiné způsoby, jak pozorovat tuto efektivní změnu znaménka gravitační konstanty. Jedním z nich je porovnat „Grginovo chování“ zářivého pole s „anti-Grginovým chováním“ gravitačních zdrojů v překračovaném konformním nekonečnu; viz Penrose a Rindler (1986), kapitola 9.4, s. 329–32. R. Penrose, W. Rindler (1986), *Spinors and space-time, Vol. II: Spinor and twistor methods in space-time geometry*, Cambridge University Press.
13. K. P. Tod, osobní komunikace.

# REJSTŘÍK

Poznámka: čísla stránek psaná kurzivou odkazují na obrázky; odkaz na závěrečné poznámky je dán číslem stránky, za nímž následuje písmeno „n“ a v hranatých závorkách číslo poznámky, například 280n[3.29]; KCK = konformní cyklická kosmologie.

- $\mathcal{B}$  nadplocha coby počátek eónu 137:  
prodloužení prostoročasu přes ni 120, 129; vymizení konformní křivosti na ní 134, 137
- $\mathcal{E}^\wedge$  (oblast před velkým třeskem) 197, 198, 213
- $\mathcal{E}^\vee$  (oblast po velkém třesku) 197, 198, 213
- $g$  metrika 79, 83, 123, 135
- $g_{ab}$  metrika 197: odstranění přebytečných stupňů volnosti 207, 208; škálování k Einsteinově fyzikální metrice 199; její škálování 80, 123
- $\tilde{g}_{ab}$  metrika 207, 208
- $\hat{g}_{ab}$  metrika 197
- $\check{g}_{ab}$  metrika 197
- $\mathfrak{g}_{ab}$  metrika 198-200
- $\mathcal{I}^-$  nadplocha 95, 96
- $\mathcal{I}^+$  nadplocha: coby konec eónu 128; v konformních diagramech 95, 96
- $\Lambda$  viz kosmologická konstanta
- $\Lambda$ -pole 167
- $\omega$  rovnice 138
- $\omega$ -pole 138, 199
- abstraktní indexy 194
- adiabatická expanze vesmíru 65
- analytické prodloužení 144, 168, 224n[3.29]
- antropické úvahy 49, 50
- Ashtekar, Abhay 149
- baryon(y): entropie na baryon 152; jejich počet v dnešním vesmíru 165; viz též neutron; proton
- Bekensteinova entropie černých děr 150, 167
- Bekensteinův-Hawkingův vzorec pro entropii 113, 152, 153, 162, 169
- Belinského-Chalatnikovova-Lifšicova (BKL) hypotéza 92, 94, 111, 149
- Beltrami, Eugenio 61, 218n[2.12]
- Bianchiho identity 193
- bílé díry 112, 112, 155, 221n[2.52]
- bílí trpaslíci (hvězdy) 93, 94, 130
- biologické systémy a entropie 21, 70
- Bojowald, Martin 149
- Boltzmann, Ludwig 22, 29
- Boltzmannova konstanta 32, 33
- Boltzmannův vztah pro entropii 29, 31, 32, 34, 36, 37, 70, 113, 150, 153, 161
- Bondi, Hermann 61, 218n[2.13]
- budoucí vývoj systému 46, 47
- budoucnost, změny v druhém zákoně termodynamiky 50, 51
- Calabiho rovnice 199
- Carnot, Lazare 216n[1.5]
- Carnot, Sadi 216n[1.5]
- Carter, Brandon 141, 147, 220n[2.43]
- Casimirovy operátory 133
- COBE družice 63
- Cottonův-Yorkův tenzor 182, 215

- cykloida 142, 143
- časová geodetika 86
- časově orientované světelné kužely 96
- černé díry 15, 37, 68: gravitační kolaps v 87, 89-91, 94, 114, 153, 155; gravitační záření v důsledku blízkých setkání 136, 180-182, 183, 213; horizont událostí 87, 88; jejich entropie 67, 152, 153, 167; jejich parametry 161, 225n[3.44]; jejich vznik 68, 94, 104; konečný osud 106, 154, 157; „rozprsknutí“ na závěr 105, 153, 154, 161, 162, 225n[3.48]; singularity v nich 87, 89, 161; teplota 105, 153; v naší Galaxii 68, 105, 152; vypařování Hawkingovým zářením 106, 130, 152, 153, 155-157, 160, 165, 180, 184; ztráta informací v nich 157, 159, 161
- černí trpaslíci (hvězdy) 93, 130
- čtyřrozměrný prostoročas 74-76
- D'Alembertův operátor 191
- D-brány 149
- de Sitterův prostoročas 102, 107, 133: grupa symetrií 133
- deformace gumové blány 77
- deterministické zákony 19, 30, 45
- Dicke, Robert 7, 62, 141
- difeomorfismy 78, 115
- diferenciální operátory 135, 223n[3.18]
- Dirac, Paul 140
- Diracova-Fierzova rovnice 228n[A.4]
- Dopplerův posuv 55, 68
- druhý zákon termodynamiky 13-44, 17-51: a černé díry 153; a KCK 150; a spinové echo 40; a tok času 48; a vliv gravitace 67; jako důsledek speciálního počátečního stavu vesmíru 40, 48, 50, 109; jako předpoklad života 49; pravděpodobnost obrácení 51, 126; příklad s barvívem v trubicích 41; příklad s mícháním barev 22; (zdánlivé) narušení 18, 41, 42, 42, 46, 112, 125, 166; příklad s plynem v krabici 66; příklad s rozbitím/samouspořádáním vejce 19-23, 45-47, 51
- dynamické zákony/teorie 19, 30, 47, 110
- dynamický vývoj 30, 47, 159
- „Eastwoodův-Riceův“ (Le Brunův) operátor 206, 229n[B.10]
- Eddington, (sir) Arthur 105, 116
- efekt gravitační čočky 117, 118, 119
- efektivní gravitační konstanta 134, 138, 207
- Einstein, Albert 55, 142, 217n[2.4]
- Einsteinova křivost 174, 201
- Einsteinova obecná teorie relativity 55, 56: a gravitace 67, 72, 114, 115; a model stacionárního vesmíru 90; a světelné kužele 77; obecná kovariance 78; zakřivený prostoročas 55, 66, 72, 107
- Einsteinova rovnice pro hmotu-energii 84, 105, 133, 217n[2.4]
- Einsteinova speciální teorie relativity 72, 73
- Einsteinovy rovnice pole 116, 174, 193: tenzor energie 195, 198, 199
- Einsteinův tenzor 116, 135, 143, 174, 189, 191
- Einsteinův vesmír 98, 99
- elektricky nabitě částice 131
- elektromagnetické pole 115, 134: jako analogie gravitačního pole 115, 116
- elektromagnetické vlny 135
- „elektronová metrika“ 134
- elektrony 131: anihilace s pozitrony 131
- elektroslabá teorie 123
- eliptická geometrie 57, 58
- entropie: Boltzmannova definice 29, 31, 32, 34, 36, 37, 70, 113, 150, 153, 159, 160; coby počítání stavů 22-25; černých děr 67, 152, 153, 167; definice 21-28, 41, 161; efektivní redukce díky ztrátě informací v černých dírách 162; experiment se soustřednými válci 41, 42; kosmologická 163, 166-168; nárůst ve

- vzdálené budoucnosti 43-47, 68, 143, 162, 163; příklad se separací oleje a vody 29; příklad s lázní 39; příklad s mícháním barev 22-24; reliktního kosmického záření 68, 152; robustnost pojmu 37-43; vesmíru 48, 152, 161, 164; vlastnost aditivity 26; vliv měřicí techniky 38, 39; vzrůst při vzniku černých děr 152, 153, 167
- eón(y), význam pojmu v KCK 136
- Escher, Maurits C. 57, 58: zobrazení různých geometrií 57, 58, 78-80, 98, 101
- etalon 81
- eukleidovská geometrie 57, 58, 81: srovnání s hyperbolickou 79, 80
- evoluční křivka 30, 43, 45, 46
- evoluční křivka vesmíru 48, 51
- expandující vesmír(y) 54-60, 62: „rašící“ z černých děr 15, 147, 148
- exponenciální expanze: v předchozím eónu 176, 179; ve velmi raném vesmíru 60, 109, 178, 179; ve vzdálené budoucnosti 127, 148, 176, 178; vliv na teplotu vesmíru 105
- fantomové pole 138, 229n[B.4]
- fázový prostor 29: evoluční křivka v něm 30; jeho granulace 28, 29, 32; měření jeho objemu 130, 223n[3.11]; „vnější“ 34; vývoj po ztrátě informace v černé díře 157, 159, 160; viz též granule, evoluční křivka
- Finkelstein, David 105
- fokusace světelných paprsků 91
- fotony 122, 130, 180: horní mez na jejich hmotnost 222n[3.2]; v raném vesmíru 62, 63; ve vzdálené budoucnosti 123, 125-127; z povrchu Země 70, 71
- fotosyntéza 70
- Fowler, William 147
- Friedmann, Alexander 56, 217n[2.7]
- Friedmannovy kosmologické modely 57, 69, 89, 101, 102, 107, 142, 143: exponenciální expanze 59, 60; konformní diagramy 95, 96, 101; model s „prachem“ 57, 88, 144, 145; model uzavřeného vesmíru 110, 142, 143, 144; prostoročasové diagramy 57; Tolmanovy modely se zářením 146
- Friedmannovy-Lemaîtreovy-Robertsonovy-Walkerovy (FLRW) modely 57, 69, 89
- Friedrich, Helmut 128, 201, 202
- fundamentální konstanty přírody: koincidence mezi nimi 146; vyjádření v Planckově škále 141
- galaktické stupně volnosti 37
- Gamow, George 62
- geodetika 78, 79, 86
- gluony 123
- Gold, Thomas 61, 218n[2.13]
- granulace: fázového prostoru 32, 37; configuračního prostoru 26, 27; součinu prostorů 36; vyjádření entropie 28, 29
- granule (zrna): na počátku vesmíru 48; rozdíly velikostí/objemů 38, 39, 44-47; rozmazanost hranic 40
- gravitace, její efekty 67
- gravitační kolaps: Hawkingův přístup 221n[2.50]; Lifšicův a Chaladni-  
kovův přístup 92, 149; Oppenheimerův-Synderův model 88, 89; Penroseův přístup 92, 93, 149, 221n[2.50]; výsledné prostoročasové singularity 89, 91, 94, 107, 111, 221n[2.50]
- gravitační konstanta 104: a kosmologická konstanta 138; efektivní 134, 138, 207; její slábnutí 180; její znaménko (+/-) 145, 146, 207
- gravitační pole: analogie s elektromagnetickým polem 115, 116; vliv na světelné paprsky 116, 117; vyjádřené křivostí prostoročasu 66
- gravitační potenciální energie 12
- gravitační shlukování 72, 143
- gravitační stupně volnosti 110: jejich absence ve velkém třesku 69, 72, 118, 151
- gravitační záření 136: na přechodu 213-215; šíření 135, 183; způso-

- bené průlety supermasivních černých děr 130, 181, 182
- gravitony: Schrödingerova rovnice pro ně 135, 191, 196; v budoucím vesmíru 126, 127, 130
- Hahn, Erwin 40
- Hajian, Amir 184-186
- Hamiltonova teorie 29, 216n[1.1]
- Harrison, E. R. 178
- Hawking, Stephen 105, 221n[2.50]:  
o ztrátě informace v černých dírách 156
- Hawkingova teplota 105, 153, 157, 163, 168, 169
- Hawkingovo vypařování černých děr 105, 153, 160, 180
- Hawkingovo záření 105, 126, 127, 152, 153, 156, 157, 165, 180, 184
- Heisenberg, Werner 158
- helium 71
- Higgsovo pole 122, 139
- hmotné částice: coby hodiny 84; jejich světočára 75, 76
- hmotnosti fundamentálních částic, jejich původ 122
- hodiny, z částic 84, 126, 130
- horizont částic 107, 108, 220n[2.48]
- horizonty událostí: černých děr 87, 88; kosmologické 107, 108, 150, 163, 170, 202
- Hoyle, Fred 61, 147, 217n[2.3], 218n[2.13]
- Hubble, Edwin 54
- hybnost 18, 29
- hyperbolická geometrie 57, 61, 78: znázorněná Escherem 58, 78, 79, 98, 101
- hyperboloidy 86
- hypotéza reciprocity 203, 204
- hypotéza Weylovy křivosti (HWK) 118, 120: KCK verze 136, 151; Todova hypotéza 124, 125, 128, 145, 151, 155
- hypotézy „odrazu“ 125, 142, 147, 149
- hypotézy, co bylo před velkým třeskem 142-150
- Chalatnikov, Isaak Markovič 90, 92, 111, 149
- Chandrasekhar, Subrahmanyan 93, 147
- Chandrasekharova mez 93
- imaginární číslo 144, 224n[3.30]
- inflační fáze vesmíru: po velkém třesku 60, 109, 122, 144, 177-179; před velkým třeskem 144, 177, 179
- inflatonové pole 110-112, 174
- informační paradox černých děr 157
- kauzalita 77, 156
- kauzální křivky 84, 89
- klidová energie 84, 219n[2.33]
- klidová energie částic 219n[2.28]: coby Casimirův operátor 133; jejich rozpad 132, 133; vznik v raném vesmíru 122, 133, 205
- kolabující fáze vesmíru, hypotézy „odrazu“ 125, 142, 149, 150
- konfigurační prostor 26, 27
- konformní anomálie 222n[3.4]
- konformní cyklická kosmologie (KCK) 121-130, 129: a kvantová gravitace 162, 163; a raný vesmír 150, 174; fyzika bez gravitace ztrácí pojem času 134; jeho struktura 130-141; pozorovatelné důsledky 175-187; vesmír ve vzdálené budoucnosti 133, 164
- konformní diagramy 95-107
- konformní faktor 107, 136, 137, 146, 199, 201, 204, 207, 210: konformní prostoročas 96, 118; na přechodu 136, 137, 138; reciproký 137, 138, 203, 204
- konformní geometrie 72, 79, 90, 124, 130, 136
- konformní invariance 222n[3.3]: Maxwellových rovnic pole 134, 135, 194, 195; Yangových-Millsových rovnic 123
- konformní křivost, vymizení v počáteční singularitě 118, 134, 136, 137, 196
- konformní spinor 192, 196
- konformní struktura prostoročasu 79, 118, 126, 129

- konformní škálování 193, 194  
kontrakce (úžení) 115  
korelace v rozložení teploty reliktního záření 177  
kosmická cenzura 94, 108, 114, 155, 160, 225n[3.48]  
kosmická inflace 60, 109, 151  
kosmologická entropie 163, 166-168: vliv na KCK 172  
kosmologická konstanta 56, 59, 91, 217n[2.4]: coby energie vakua 170, 171; coby skalární pole temné energie 166, 167; pozorovaná hodnota 139, 172  
kosmologická teplota 164, 166, 168, 184  
kosmologické modely 57, 59, 142, 144  
kosmologický horizont událostí 107, 108, 108, 150, 163, 170, 202, 220n[2.48]: a Rindlerův horizont 170; a ztráta informace 168; entropie s ním spojená 150, 165; plocha průřezu 163, 202; setkání s obří černou dírou 163  
křivost prostoročasu 60, 89, 92, 191  
kvantová gravitace: a hypotézy „odrazu“ 149, 162; a KCK 174  
kvantová mechanika 63, 122, 133, 153, 173  
kvantová teorie 156, 157  
kvantová teorie pole 105, 122  
kvantové fluktuace inflatonového pole 171, 174, 228n[3.83]  
kvantové hodiny 84  
kvantové propletení 156  
kvarky 123
- Landauova mez 93  
lapená plocha 91, 93, 219n[2.38]  
Large Hadron Collider (LHC) 123, 222n[3.6]  
Lemaître, Georges 7, 104  
Lifšic, Jevgenij Michajlovič 90, 92, 111, 149  
Liouvilleův teorém 34  
logaritmy 25: dekadické 25; přirozené 25, 32, 79; v Boltzmannově vzorci pro entropii 29, 31, 32, 161
- Lorentzův prostoročas 81, 82
- makroskopická měření 28, 40  
makroskopická nerozlišitelnost 39, 40, 216n[1.7]  
makroskopické parametry 28, 32, 33  
Mather, John 63  
maximum entropie, granule 45, 65  
Maxwell, James Clerk 115  
Maxwellova teorie elektromagnetismu 19, 30, 115  
Maxwellovy rovnice pole 122, 190: bez zdrojů 135; jejich konformní invariance 123, 134, 135, 194  
Maxwellův démon 38  
Maxwellův tenzor elektromagnetického pole 115, 135, 195  
měření času pomocí částic 75, 127, 134  
měření délek 81  
metrický tenzor  $g$  78, 115  
Minkowského prostoročas 72-74, 81: konformní diagram 95, 95, 96; konformní podoblast Einsteinova vesmíru 100, 100; prostoročasová „vzdálenost“ 82; světelné kužely v něm 74  
Minkowski, Hermann 72  
minulý vývoj systému 46, 47  
Misner, Charles W. 92  
mixmastrový vesmír 92  
Mléčná dráha: černá díra v jejím centru 68, 94, 152; jako vnější fázový prostor 34, 161; pohyb vůči reliktnímu záření 68, 218n[2.20]  
model oscilujícího vesmíru 142, 143: Tolmanova modifikace 143, 144  
model stacionárního vesmíru 7, 61, 62, 90, 102: jako půlka de Sitterova prostoročasu 102, 102; konformní diagram 102; pozorování proti němu 7, 8, 62
- nahé singularity prostoročasu 94, 114  
nehmotné částice: jejich světočára 75, 77; konformní struktura 79, 80, 86, 122; nemožnost sloužit jako hodiny 84, 126, 130; v předchozím eónu 174;

- ve vzdálené budoucnosti našeho eónu 125, 128; viz též gravitony, fotony
- nekoherentní záření 144
- nekonečno, konformní reprezentace 57, 58, 61, 96-98
- neutrino 132, 223n[3.15]
- neutronové hvězdy 93
- Newtonova dynamika 18-21, 29
- Newtonova teorie gravitace 66, 67
- nukleární magnetická rezonance (NMR) 40
- obecná teorie relativity 55, 56, 66
- objem fázového prostoru 29, 31: redukce ztrátou informace v černých dírách a vesmíru 163; v modelu kolabujícího vesmíru 125
- oddělení (fotonů od atomů) 63, 111
- Oppenheimer, J. Robert 88
- Oppenheimerův-Snyderův model 88, 89, 160: jeho konformní diagram 103, 103
- osud vesmíru 105, 125, 163
- paradox dědečka 223n[3.10]
- Penzias, Arno 7, 62
- Perlmutter, Saul 57
- Planckova délka 141, 154, 172, 174
- Planckova energie 141, 154
- Planckova formule 70, 84, 216n[1.2], 218n[2.18]
- Planckova hmotnost 141, 154
- Planckova konstanta, Diracův tvar 31, 113, 140
- Planckova škála 141, 171: černé díry 154; fluktuace vakua 171; topologické efekty kvantové gravitace 173
- Planckovo spektrum záření 32, 63, 64
- Planckův čas 140, 154, 171
- plazma 63
- plocha „posledního rozptylu“ 62, 68, 177
- plocha oddělení 177
- plochá prostorová geometrie vesmíru 60
- plocha velkého třesku 128, 177: viz též  $\mathcal{B}$  plocha
- počáteční fluktuace hustoty 178
- počáteční stav s vysokou entropií 110
- Poincaré, Henri 61, 219n[2.32]
- Poincaréova grupa 133
- povrchová gravitace (černé díry) 168
- pozitrony 131: anihilace s elektrony 131
- „prach“ (tekutina bez tlaku): v Oppenheimerově-Snyderově černé díře 88, 91; ve Friedmannových modelech 57, 89, 143-145, 146
- Preskill, John 157
- princip obecné kovariance 78
- princip unitární evoluce 157, 158
- prostorčas, Minkowského koncept 72-74
- prostorčasová metrika viz  $g$  metrika
- prostorčasové diagramy 57: expanze vesmíru 59; Friedmannovy modely 56; kolaps příliš hmotné hvězdy 87, 87
- prostorčasové jednotky 75
- prostorčasy se sférickou symetrií, jejich konformní diagram(y) 95, 95
- prostorová geometrie vesmíru 55, 175, 176
- protony, jejich rozpad 131, 223n[3.13]
- předchozí eón(y), exponenciální expanze 151, 163, 175, 176
- přechodová trojrozměrná plocha 138, 160: celková prostorová geometrie 175, 176; gravitační záření na ní 213-215; konformní faktor na ní 107, 136, 137; konformní geometrie 182, 215; rovnice na ní 197-215
- přesné konformní diagramy 95-106, 219n[2.43]: jejich notace 100-102, 103
- přírodní výběr a Smolinův model 147
- přirozený logaritmus 25, 32, 79
- pulsary 59, 93, 217n[2.6]
- redukovaná Planckova konstanta 31, 140
- reliktní mikrovlnné záření (CMB) 7, 62-64: a pohyb Země 68, 218n[2.20]; analýza dat 181, 184-187; frekvenční spektrum 63, 64; jeho entropie 68, 152; korelace v úhlových odchylkách teplot 177, 185; kružnice (zvýšení či snížené teploty) 182, 184-186;



- ochlazení na teplotu nižší než teplota černých děr 105, 163; nerovnoměrnosti 178, 179; teplota 62, 105; uniformita 63, 65, 68
- Ricciho křivost 174
- Ricciho skalár 191
- Ricciho tenzor 116, 189, 191
- Riemannova geometrie 81
- Riemannova-Christoffelova křivost 191
- Rindler, Wolfgang 220n[2.48]
- Rindlerovi pozorovatelé 169
- rovnice zachování náboje a proudu 190
- rozložení hmoty, nehomogenity 187
- rudí obři (hvězdy) 93
- rudý posuv 54, 55, 62, 216n[2.1]
- rychlost světla  $c$ : v Einsteinově rovnici pro hmotnost-energii 18, 84, 133, 217n[2.4]; ve vztahu pro kosmologickou konstantu 139
- Ryle, (sir) Martin 62
- Sciama, Dennis 7, 8, 218n[2.14]
- sférická symetrie, v kosmologických modelech 88, 89, 95
- schematické konformní diagramy 95-97, 155, 220n[2.43]
- Schmidt, Brian P. 57
- Schmidt, Maarten 90
- Schrödinger, Erwin 158
- Schrödingerova rovnice 135, 157, 189, 191, 226n [3.53]
- Schwarzschildovo řešení (Einsteinových rovnic gravitačního pole) 103: Eddingtonovo-Finkelsteinovo prodloužení 103, 104; konformní diagramy 104; Kruskalovo/Syngeho/Szekeresovo/Fronsdalovo prodloužení 105
- Schwarzschildův poloměr 103, 104
- silná kosmická cenzura 114, 155, 160
- silné interakce 123
- singularity: a gravitační kolaps 89-91, 94, 220n[2.50]; reprezentace v konformních diagramech 88, 98, 103, 106; srovnání singularit v černých dírách a velkém třesku 174; v černých dírách 87, 89, 161; ztráta informace v nich 167
- slabá energetická podmínka 91, 167
- slabé interakce 123
- Slipher, Vesto 54
- Slunce: dodávající energii na Zemi 11, 70; jako zdroj s nízkou entropií 70; jako žhavá skvrna na obloze 14, 71; jeho budoucí vývoj 93; Schwarzschildův poloměr 103
- Smolin, Lee 147, 148
- Smoot, George 63
- Snyder, Hartland 88
- současné jevy v prostoročase 74, 82, 83
- součinný prostor 36, 216n[1.4]
- speciálnost velkého třesku 48
- Spergel, David 184
- spin jádra 40, 216n[1.8]
- spinorový formalismus 189, 190
- stav s nízkou entropií: příklad s vejcem 33, 69, 70; velkého třesku 48, 72, 110, 126, 151
- stav s vysokou entropií 33
- Steinhardt, Paul 148
- struktura světelných kuželů 77, 118, 122
- supernovy 57, 93, 217n[2.10]
- světelná sekunda 75
- světelné kužele 219n[2.26, 2.27]
- světelné kužele: časová orientace 96; světelné geodetiky 86; v Minkowského prostoročase 74-76, 219n[2.26, 2.27]; v obecné relativitě 77
- světelné paprsky, vliv gravitace 88, 90, 116
- světelný rok 50
- světočára 75, 76
- Synge, John L. 84, 105
- škálová invariance 222n[3.3], 223n[3.11]: počátečních fluktuací hustoty 178
- tekutina bez tlaku („prach“) 57, 88, 143
- temná energie 55, 139, 217n[2.4], 224n[3.23]: coby kosmologická „konstanta“ 166, 167

- temná hmota 55, 118, 126, 132, 139, 217n[2.4]:  $\omega$ -pole coby nová temná hmota 138, 199; mapování jejího rozložení 118; rozpad klidové hmotnosti 133; stupně volnosti 150, 151
- tenzorová notace 115
- teorie strun 148, 149
- tepelná energie systému 18
- tepelná rovnováha 44, 65: vztah k teoriím gravitace 66, 67
- teplota 18: Hawkingova (povrchu černé díry) 105, 153, 157, 163; kosmologická 164, 166, 168, 184; Planckovy jednotky 141
- termodynamika 13, 14, 17-51: viz též druhý zákon termodynamiky
- termonukleární reakce 71
- Thorne, Kip 157
- tlak degenerovaných elektronů 93
- tlak degenerovaných neutronů 93
- Tod, Paul 118, 222n[2.61]
- Tolman, R. C. 65, 143
- Tolmanův model vesmíru 143-146
- topologie 78
- Turok, Neil 148
- události v Minkowského prostoročase 72
- Unruhův jev 168
- uzavřené časové smyčky 128
- vajíčko: příklad s rozbitím/samouspořádáním 19-22, 33, 46, 47, 51; stav s nízkou entropií 33, 69, 71
- vakuová energie 140, 171
- varieta 78
- vektor  $J$  náboje a proudu 115, 123: gravitační analogie 130
- velký křach 57, 142
- velký třesk 7, 8, 14: fáze před velkým třeskem 120, 124; fyzikální podmínky krátce po něm 50; jeho entropie 48-51, 65, 68; jeho speciálnost 48, 49, 53-120
- Veneziano, Gabriele 148, 177
- vesmír: entropie 48, 152, 161, 164; expanze 54-61; prostorová geometrie 60; stáří 55, 62, 63
- virtuální částice 170
- vlnová funkce systému 157, 158
- vlnové rovnice 136, 137, 181
- „vnější“ fázový prostor 34, 161
- vnitřní spin coby Casimirův operátor 133
- vodíkové atomy a molekuly 7, 61, 63
- vypařování černých děr: prostoročasový diagram 106, 160
- $W^+$  a  $W^-$  částice 123
- Weylova křivost 117, 174, 186: vymezení v počáteční singularitě 118, 136, 151, 214; způsobující deformace obrazů 117, 187, 228n[3.86]
- Weylův konformní tenzor 116, 134, 136, 182, 191: škálování 196
- Wheeler, John A. 90, 146, 147, 173, 179
- Wilson, Robert W. 7, 62
- Yangova-Millsova pole 123, 194, 195
- Z částice 123
- zachování elektrického náboje 132-134
- zákony zachování energie 18
- záporná hustota energie 90
- záření černého tělesa 32, 64
- zdroje nízké entropie 70, 71
- Zeldovič, Y. B. 178
- Země: pohyb vůči reliktnímu záření 68, 218n[2.20]; vznik a pokračování života 21, 70
- ztráta informací v černých dírách 157, 159, 162, 163
- život na Zemi 14, 50, 70, 71, 146



**edice zip**

svazek 34

Roger Penrose  
**CYKLY ČASU**

**Nový pozoruhodný pohled na vesmír**

První vydání v českém jazyce.

Z anglického originálu *Cycles of Time. An Extraordinary New View of the Universe* přeložil Jiří Podolský.

Grafická úprava Vladimír Fára, sazba Karel Horák.

Obálka Zdeněk Kárník podle návrhu Pavla Růta.

Odpovědný redaktor Zdeněk Kárník.

Redakce Marie Černá.

V roce 2013 vydalo nakladatelství Dokořán, Holečkova 9, Praha 5, 150 00, dokoran@dokoran.cz, www.dokoran.cz, jako svou 584. publikaci, a nakladatelství Argo, Milíčova 13, Praha 3, 130 00, argo@argo.cz, www.argo.cz, jako svou 1928. publikaci.

Vytiskla Akcent tiskárna Vimperk, Špidrova 117, 385 01 Vimperk.

**ISBN 978-80-7363-520-6** (Dokořán)

**ISBN 978-80-257-0823-1** (Argo)





Roger Penrose

CYKLY ČASU